6. *Über die Wärmewirkungen oszillatorischer Kondensatorentladungen im primären und sekundären Kreise; von R. Lindemann.*

(Aus der gleichnamigen Göttinger Inaugural-Dissertation, 1903.)

Schon oft ist die Joulesche Wärme im Entladungskreise einer Kapazität Gegenstand der Messung gewesen, ehe noch die Natur der Entladung und der sie bewirkenden elektrischen Ströme in ihren Einzelheiten aufgeklärt war. Vor allem sind hier zu nennen die Untersuchungen von Riess¹⁾, als deren Hauptergebnis der Satz zu bezeichnen ist, daß die gesamte im Schließungskreise entwickelte Wärme sich auf die einzelnen Teile desselben nach dem Maße ihres Widerstandes verteilt. Auch die Energie der durch solche Kondensatorentladungen induzierten Ströme (Nebenströme) ist schon vor langer Zeit studiert worden.²⁾ Um jedoch die hier auftretenden, oft sehr komplizierten Verhältnisse klar zu überschauen, war eine rechnerische Verfolgung der Vorgänge nötig, und dazu fehlten noch die theoretischen Vorarbeiten. Alle jene Messungen haben aber nur vergleichenden Charakter, sie geben nicht die absoluten Werte der gemessenen Größen und lassen also vor allem unaufgeklärt, wieviel der entladenen Energie als Joulesche Wärme in den Drähten des Schließungskreises auftritt und wieviel im Funken verbraucht wird.

Die folgenden Untersuchungen sollen einen Beitrag liefern zur Aufklärung der schon genannten, durch die früheren Experimente nicht beantworteten Fragen. Dementsprechend wird einmal bei der einfachen oszillatorischen Kondensatorentladung die gesamte entladene Energie und die nach der Entladung im Schließungskreise befindliche Joulesche Wärme absolut bestimmt, woraus dann die Funkenenergie und ein Mittelwert für den Funkenwiderstand sich berechnen läßt.

1) Riess, Reibungselektrizität.

2) Riess, Reibungselektrizität 2. § 807 ff; Knochenhauer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 22. p. 333. 1857; Blaserna, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 33. p. 25. 1858.

Dann aber wird auch die Energie der durch oszillatorische Kondensatorentladungen induzierten Ströme bestimmt und mit der aus der Theorie berechneten verglichen.

Bei der Wahl der Versuchsanordnung waren danach zwei Hauptforderungen entscheidend: einmal sollte die Messung eine absolute sein, und zweitens mußten sich die zur Berechnung nötigen Konstanten entweder genau experimentell bestimmen oder berechnen lassen. Die kalorimetrische Methode erwies sich hierbei als zu unempfindlich selbst dann, wenn bei Benutzung der gewöhnlichen Teslaanordnung sehr viele Entladungen hintereinander stattfanden. Auch war in diesem Falle eine genaue Bestimmung der Entladungspotentiale kaum möglich.¹⁾ Die bei den eigentlichen Versuchen benutzte bolometrische Meßmethode war dagegen hinreichend präzise und empfindlich.

I. Kapitel. Experimenteller Teil.

§ 1. Die bolometrische Meßmethode.

Das *Prinzip der Methode* ist im wesentlichen gegeben durch die bekannte von Paalzow und Rubens²⁾ benutzte Versuchsanordnung. Der eine Zweig einer Wheatstoneschen Brücke wird gebildet von einem aus sehr feinem Drahte bestehenden Viereck, durch dessen eines Paar gegenüberliegender Ecken der Brückenstrom zu- und abgeführt wird, während durch das andere Paar der zu messende Strom ein- und austritt. Das Drahtviereck ist so abgeglichen, daß der zu messende Strom nur in ihm verläuft, daß also die ihn erregende elektromotorische Kraft keine Potentialdifferenz hervorruft zwischen den Ein- und Austrittsstellen des Brückenstromes. Ist zu Anfang die Brücke so eingestellt, daß das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt, so wird beim Schließen des zu messenden Stromes durch die Stromwärme der Widerstand des von ihm durchflossenen Brückenzweiges geändert, und das Galvanometer zeigt nunmehr einen der Energie jenes Stromes proportionalen Ausschlag. — Dauert der zu messende Strom nur eine kurze

1) Bezüglich der Voruntersuchungen sei auf die Dissertation verwiesen.

2) A. Paalzow u. H. Rubens, Wied. Ann. **37**. p. 529. 1889.

Zeit an, wie in unserem Falle eine einzige Entladung, so entsteht in der Brücke auch nur ein kurzer Stromstoß. Die Bedingung dafür, daß der beobachtete maximale Ausschlag des Galvanometers der Intensität dieses Stromstoßes und damit der Energie des zu messenden kurz andauernden Stromes proportional ist, ist die gewöhnliche für das ballistische Galvanometer: die Dauer des den Galvanometerausschlag erzeugenden Stromstoßes in der Brücke muß klein sein gegenüber der Dauer einer Eigenschwingung des Galvanometers. Diese Bedingung ist offenbar bei den hier zu messenden kurzen Entladungen sicher erfüllt.

Diese Anordnung war direkt zu benutzen bei der Messung der Wärme im Entladungskreise selbst. Um auch die Wärme im sekundären Kreise damit zu bestimmen, wurde einfach der Bolometerdraht so angeordnet, daß er als sekundärer Teslakreis wirkte. Auch für den Fall, daß der Bolometerdraht nicht ganz den oben genannten Bedingungen in Bezug auf die Abgleichung der Widerstände der Quadratseiten genügte, war ein teilweises Hindurchgehen der Teslaschwingungen durch die Brücke und das Galvanometer wegen ihrer großen Frequenz kaum zu befürchten. In der Tat wurde bei direkter Entladung einer Kapazität durch den Bolometerdraht auch nur dann ein Galvanometerausschlag beobachtet, wenn der Brückenstrom geschlossen war. Ein besonderer Brückendraht mit Schleifkontakt zum Ausgleichen der Widerstände, wie ihn Paalzow und Rubens benutzten, konnte in diesem Falle natürlich nicht angebracht werden.¹⁾

§ 2. Versuchsanordnung.

1. *Der Entladungskreis bei den Induktionsversuchen.* Um zunächst Fehler infolge ungenügender Isolation zu umgehen, wurde die gewöhnliche, nach Tesla benannte Anordnung mit zwei zur Funkenstrecke und zur primären Spule symmetrisch aufgestellten gleich großen Kapazitäten noch vertauscht mit

1) In der Dissertation wird ausführlich nachgewiesen, daß die Proportionalität der Bolometerausschläge mit $\int i^2 dt$ (das Integral erstreckt über die Dauer der Entladung) bestehen bleibt, wenn die zu messenden Entladungsströme sehr verschieden verlaufen, und daß auch die Wärmeverluste im Bolometer keine Fehler bedingen.

einer sehr viel einfacheren. Damit nämlich die Erscheinung und ihre theoretische Behandlung bei jener Anordnung nicht unnötig kompliziert wird, ist die Bedingung zu erfüllen, daß unmittelbar vor der Entladung durch den Funken die Potentiale der beiden gleich großen Kapazitäten entgegengesetzt gleich sind. Diese schwer zu erfüllende Bedingung wurde dadurch vermieden, daß die eine der beiden Kapazitäten ganz beseitigt und überdies der eine Pol der Funkenstrecke und damit auch die eine Belegung der Kapazität an Erde gelegt wurde. Daß diese Erdleitung die Entladung in keiner Weise beeinflußt, daß also vor allem nach der Entladung nicht auch ein Teil der entladenen Energie in jener Erdleitung als Joulesche Wärme auftritt, ist ohne weiteres klar. In der Tat konnte auch, falls in die Erdleitung ein empfindliches Galvanometer eingeschaltet war, ein merklicher Ausschlag desselben im Momente der Entladung nicht beobachtet werden. Es entstand so schließlich die folgende Versuchsanordnung (Fig. 1). Die innere Belegung einer aus 1 bis 4 großen Leydener Flaschen von etwa 5 Liter Rauminhalt bestehenden Batterie war verbunden mit der einen Elektrode des Funkenmikrometers, die andere zur Erde abgeleitete Elektrode stand mit der äußeren Belegung der Batterie in Verbindung. In dem letzteren Teile des Schließungskreises befand sich die primäre Teslaspule. Zum Laden der Batterie diente eine kleine Wimshurstmaschine oder, falls diese nicht genügte, eine größere Holtzsche Maschine. Die sämtlichen Leitungsdrähte bestanden aus unbesponnenem Kupferdraht mit dem Radius 0,125 cm, und war bei ihrer Anordnung besonders auf die Berechnung der Induktionskoeffizienten Rücksicht zu nehmen. Die primäre Teslaspule wurde gebildet aus vier quadratischen Windungen desselben Kupferdrahtes, die auf einem Glasgefäß von quadratischem Querschnitte befestigt waren. Der Abstand

Fig. 1.

größere Holtzsche Maschine. Die sämtlichen Leitungsdrähte bestanden aus unbesponnenem Kupferdraht mit dem Radius 0,125 cm, und war bei ihrer Anordnung besonders auf die Berechnung der Induktionskoeffizienten Rücksicht zu nehmen. Die primäre Teslaspule wurde gebildet aus vier quadratischen Windungen desselben Kupferdrahtes, die auf einem Glasgefäß von quadratischem Querschnitte befestigt waren. Der Abstand

je zweier Windungen betrug 0,6 cm und die Länge der Quadratseite 11 cm. Die Gesamtlänge des dicken Kupferdrahtes im Entladungskreise betrug 540 cm, der Koeffizient der Selbstinduktion $879,47 \cdot 10^{-20}$ statische Einheiten. In das quadratische Glasgefäß paßte ein zweites hinein, von dem ersten getrennt durch einen 0,5 cm breiten Luftspalt. Beide Gefäße zusammen standen in einem großen, mit Paraffinöl gefüllten Glasbehälter.

2. *Der Bolometerdraht.* In dem inneren Glasgefäß war möglichst genau in der Mitte der primären Spule der zu induzierende sekundäre Kreis angebracht, der, wie schon bemerkt, zugleich den einen Zweig einer Wheatstoneschen Brücke bildete. Dieser sekundäre Kreis bestand aus einem blanken Platindraht mit dem Radius 0,003 cm und hatte die Form eines Quadrates mit der Seitenlänge 7 cm. Er war in der Weise festgelegt, daß vier Streber aus 0,25 cm dickem Kupferdraht mit ihren unteren Enden in einem Kreuze aus Hartgummi isoliert befestigt waren und zwar in den Ecken eines Quadrates mit der Seitenlänge 7 cm senkrecht zur Ebene des Quadrates. An diesen Kupferstreben war der feine Platindraht möglichst in einer Ebene festgelötet. Oberhalb desselben waren die dicken Kupferdrähte durch zwei weitere Kreuze aus Holz gegeneinander festgelegt. Dies war aus dem Grunde nötig, weil sonst leicht Spannungen zwischen ihnen auftraten, die den feinen Platindraht zerrissen. Die drei Kreuze aus Hartgummi oder Holz waren so groß, daß sie gerade in das quadratische Glasgefäß hineinpaßten. Auf diese Weise gelang eine wohl hinreichend genaue und sichere Befestigung des Bolometerdrahtes. Der Koeffizient der Selbstinduktion des Bolometerdrahtes wurde berechnet zu $44,99 \cdot 10^{-20}$ statischen Einheiten, falls jener Draht den sekundären Kreis bildet, zu $25,40 \cdot 10^{-20}$ statischen Einheiten, falls er in den Entladungskreis eingeschaltet ist.

3. *Die Brücke.* Von zwei gegenüberstehenden Kupferstreben führten nun zwei Kupferdrähte zu dem übrigen Teile der Brücke. Auch dieser Teil des Bolometers weicht etwas von der Anordnung von Paalzow und Rubens ab. Da immer kurze Stromstöße beobachtet wurden, so waren zur Vermeidung von Komplikationen infolge der Selbstinduktion die vier Zweige der Brücke nicht nur ihrem Ohmschen, sondern auch ihrem

induktiven Widerstände nach möglichst gleich gewählt. Sie bestanden demnach aus je einem dem oben beschriebenen möglichst kongruenten Quadrat desselben feinen Platindrahtes, das gleichfalls auf kleinen Kupferstreben festgelötet war. Diese drei Widerstände waren nebeneinander in einem kleinen Holzkasten untergebracht, auf dessen Deckel außerhalb die beiden Brückendrähte mit Schleifkontakten sich befanden. Der eine derselben, welcher zur roheren Einstellung diente, bestand aus einem 0,02 cm dicken Platindraht von etwa 30 cm Länge, während der andere, zur feineren Einstellung bestimmte von einem 0,1 cm dicken Draht aus Konstantan derselben Länge gebildet wurde. Diese beiden Drähte befanden sich in der Mitte der beiden Teile der Brücke, in welche diese durch die Ein- und Austrittsstelle des Brückenstromes geteilt wird; es gingen also von den Schleifkontakten, in unserem Falle Quecksilberkontakten, die Leitungsdrähte zu dem Galvanometer aus. Zur Wärmeisolation war die ganze Brücke mit dem primären Teslakreis in einem geräumigen Kasten aus dickem Holze untergebracht, dessen Wände noch mit einer Watteschicht und einem dicken Wollstoffe innen überzogen waren. Der kleinere Kasten mit den drei Brückenwiderständen war natürlich so aufgestellt, und die Zuleitungsdrähte waren so angeordnet, daß eine unerwünschte Induktion seitens der primären Teslaspule möglichst ausgeschlossen war. Das benutzte Galvanometer war ein d'Arsonvalinstrument von Hartmann & Braun und hatte einen Widerstand von ca. 4 Ohm. Es wurde mit Fernrohr und Skala beobachtet. Der Abstand der Skala vom Spiegel betrug 125 cm. — Der Brückenstrom wurde geliefert von Akkumulatoren bei 2 Volt Spannung. Da die Empfindlichkeit des Bolometers der Stärke des Brückenstromes direkt proportional ist, so konnte durch Variation eines vorgeschalteten Widerstandes die Empfindlichkeit geändert werden. Doch war eine obere Grenze der zu erreichenden Empfindlichkeit dadurch gegeben, daß bei einer gewissen Stromstärke Thermoströme auftraten, welche ein ruhiges Einstellen des Galvanometers vereitelten. Um längere Zeit gleiche Empfindlichkeit zu haben, war ein möglichst konstanter Brückenstrom erwünscht.

4. *Der Entladungskreis bei fehlendem induzierten Kreise.*
Zur Messung der Energie im Entladungskreise selbst bei

fehlendem induzierten Kreise und zur Eichung führten außer den beiden Zuleitungen zur primären Teslaspule noch zwei weitere 0,125 cm dicke Kupferdrähte aus dem großen Holzkasten heraus, die mit den beiden noch nicht verbundenen, einander gegenüberstehenden Kupferstreben des Bolometerdrahtes Kontakt hatten. Durch diese konnte dann der Bolometerdraht entweder an Stelle der früher beschriebenen primären Teslaspule in den Entladungskreis der Batterie eingeschaltet werden, oder in die noch zu beschreibende Eichvorrichtung. Im ersteren Falle betrug die Länge der 0,125 cm dicken Kupferdrähte im Entladungskreise zusammen 370 cm, der Koeffizient der Selbstinduktion des Entladungskreises $545,07 \cdot 10^{-20}$ statische Einheiten.

§ 3. Eichung.

1. *Methode der Eichung.* Wie wir sahen, ist der beobachtete Galvanometeraus Schlag proportional der gesuchten Energie. Der Apparat ist geeicht, sobald die Energiemenge bestimmt ist, welche der Einheit des beobachteten Galvanometeraus schlag es entspricht, natürlich nur für eine bestimmte Empfindlichkeit. Damit das Galvanometer wieder als ballistisches wirkte, konnte nur ein kurz andauernder Strom zur Eichung benutzt werden. Es lag daher der Gedanke am nächsten, wiederum eine Kondensatorentladung zu benutzen, jedoch eine solche ohne Funkenentladung. Nun ist es zwar eine experimentell gesicherte Tatsache, daß z. B. zwischen Platinelektroden eine elektrische Selbstentladung etwa in Funkenform nicht auftreten kann, wenn die Elektroden spannung weniger als 350 Volt beträgt. Dementsprechend müßte es möglich sein, eine Kapazität, welche auf ein niedrigeres Potential geladen ist, durch einen rein metallischen Schließungskreis zu entladen, ohne daß ein Funken auftritt. Dem widerspricht das Experiment. Selbst wenn die Entladungsspannung sehr viel niedriger war, z. B. nur 220 Volt, wurde ein deutlicher Lichtschein an der Schließungsstelle wahrgenommen, was sich auch deutlich an der großen Unregelmäßigkeit der beobachteten Bolometeraus schläge trotz der Gleichheit der entladenen Energie zeigte. Der Grund hierfür kann nur sein, daß die stets vorhandenen feinen Metall- und sonstige Staubteilchen unmittelbar vor der Herstellung

einer genügenden metallischen Verbindung zwischen den beiden zu verbindenden Leitern kurze Zeit hindurch allein die Stromleitung übernehmen. Dabei geraten sie heftig ins Glühen wegen der sehr großen momentan entladenen Elektrizitätsmenge. Es müßte also möglich sein, durch Verringerung der Stromstärke jenen Pseudofunken zu verkleinern oder auch ganz zu unterdrücken. Dies wurde im vorliegenden Falle erreicht durch Vorschaltung von Widerständen. In der Tat konnte, falls der eingeschaltete Widerstand genügend groß war, ein Lichtschein an der Schließungsstelle nicht mehr wahrgenommen werden; auch waren die Bolometerausschläge durchaus konstant, so daß sie mit großer Schärfe bestimmt werden konnten. Hieraus wurde geschlossen, daß die gesamte entladene Energie sich als Joulesche Wärme auf die Drähte des Schließungskreises verteilt oder daß die an der Schließungsstelle etwa noch verschwindende Energie gegenüber der gesamten entladenen zu vernachlässigen ist. Zwar waren die Ausschläge des Bolometers bei dieser Anordnung nicht groß, doch zeigen die bei den verschiedenen Vorschaltwiderständen beobachteten Werte eine durchaus genügende Übereinstimmung. Wie zu verlangen ist, sind die aus ihnen berechneten, dem Ausschlag 1 entsprechende Energiemengen bei den größeren Widerständen einander gleich.

2. Die Eichvorrichtung war dann einfach die folgende (Fig. 2). Auf einer Hartgummiunterlage waren ein Hebel und zwei Metallstücke gut voneinander isoliert befestigt. Der Hebel wurde für gewöhnlich durch eine Feder an das eine Metallstück gedrückt, konnte aber durch Druck auf einen an ihm befestigten isolierenden Knopf mit dem zweiten Metallstück in Kontakt gebracht werden. Er war dauernd verbunden mit der einen

Fig. 2.

Belegung der Kapazität, das erste Metallstück mit der ladenden Elektrizitätsquelle, während das zweite durch den schon

beschriebenen Entladungskreis mit der anderen an Erde liegenden Belegung der Kapazität in Verbindung stand. Sobald die Kapazität durch einen kurzen Druck auf den Hebel entladen wurde, war am Galvanometer ein Ausschlag zu beobachten. Als Vorschaltwiderstände dienten die später noch benutzten, zwischen kurzen Kupferstiften frei ausgespannten Enden desselben feinen Platindrahtes, aus dem auch der eigentliche Bolometerdraht gebildet wurde. Die benutzte Kapazität war ein von Edelmann in München gelieferter Normalglimmerkondensator von 1 Mikrof. und die zu ihrer Ladung nötige Elektrizität lieferte eine Hochspannungsbatterie, deren konstante Spannung von einem Präzisionsvoltmeter von Siemens & Halske angezeigt wurde.

3. *Beobachtungen.* In der folgenden Tabelle sind einige Beobachtungen mitgeteilt, die in der beschriebenen Weise angestellt wurden. Es bezeichnet w den gesamten Widerstand des Schließungskreises in Ohm, P_0 das Entladungspotential in Volt und α den beobachteten Bolometerausschlag. Hieraus sowie aus dem Widerstande des Bolometerdrahtes $w_B = 4,96 \Omega$ und der Kapazität des Kondensators $c = 1$ Mikrof. berechnet sich die gesuchte dem Bolometerausschlag $\alpha = 1$ entsprechende Energie nach der Gleichung:

$$E_{\alpha=1} = \frac{P_0^2}{2} \cdot C \cdot \frac{w_B}{w} \cdot \frac{1}{\alpha}.$$

In der Tabelle sind diese Werte in Erg angegeben.

w	P_0	α	$E_{\alpha=1}$
39,36	244	35,0	1065
34,28	244	40,5	1070
29,51	242	46,0	1064
24,36	241	54,5	1080
19,96	250	70,0	1100

Bei den größeren Widerständen im Schließungskreise ist also $E_{\alpha=1}$ konstant. Die dort noch auftretenden Abweichungen sind durch die beschränkte Genauigkeit der Ablesungen bedingt. Als Mittelwert wurde angenommen:

$$E_{\alpha=1} = 1065 \text{ Erg.}$$

§ 4. Die Messungen.

1. *Die variierten Größen.* Bei den Messungen selbst sind die beiden schon oben erwähnten, einander stets parallel laufenden Reihen zu unterscheiden: nämlich die Messungen der Energie in einem Teile des primären Kreises bei fehlendem sekundären Kreise und diejenigen der Energie im sekundären Kreise. Variiert wurden die Anfangsspannung, die Kapazität und der Widerstand und zwar so, daß bei einem bestimmten Werte der Kapazität und des Widerstandes jedesmal dem Anfangspotential, von kleinen Werten aufsteigend, immer größere Werte gegeben wurden. Hierbei wurde die obere Grenze dadurch festgelegt, daß bei den Messungen der Energie im primären Kreise nicht größere Bolometerausschläge als etwa 300 Skt. beobachtet wurden, während bei den Messungen im sekundären Kreise das Anfangspotential stets unter 10 000 Volt blieb. Auf diese Weise wurde es vermieden, daß die bekannten Knickungen und Zerstäubungen der feinen Platindrähte im Schließungskreise eintraten. Mit der Kapazität sollte besonders die Schwingungsdauer, mit dem Widerstande die Dämpfung geändert werden. Die eingeschalteten Widerstände waren aus demselben feinen Platindraht hergestellt, wie er zu den Brückenwiderständen des Bolometers benutzt war. Diese Drähte waren zwischen kurzen Kupferstiften, die in einem Brette isoliert befestigt waren, aufgespannt und festgelötet. Durch gute Stichkontakte konnten sie leicht in den Entladungskreis eingeschaltet werden. Die benutzten Widerstände dieser Art betrugen 19,4; 15,0; 9,92; 5,15; 2,93 und 1,105 Ohm.

2. *Der Verlauf einer Messung* war der, daß zunächst der Kondensator mit Hülfe der Influenzmaschine geladen wurde, wobei die Kugeln des Funkenmikrometers so weit voneinander entfernt waren, daß ein Funken nicht übergehen konnte. Ein elektrostatisches Voltmeter von Siemens & Halske mit einem Meßbereich bis zu 10 000 Volt gab während der Ladung nur orientierend die Spannung an. Alsdann wurde die Verbindung der Elektrisiermaschine und des Hochspannungsvoltmeters mit der Kapazität aufgehoben und nunmehr bei belichteter Funkenstrecke und unter fortwährender Beobachtung des Galvanometers die Elektroden der Funkenstrecke mit Hülfe der Mikrometerschraube vorsichtig einander genähert, bis der Funken

übersprang. In diesem Momente schlug das Galvanometer aus, um sofort wieder mit wenigen gedämpften Schwingungen in die Ruhelage zurückzukehren. Der erste maximale Ausschlag war zu beobachten, was auch bei einiger Übung und gut beleuchteter Skala bei den größten Ausschlägen bis auf einen Skalenteil genau geschehen konnte. Sobald dieser Ausschlag beobachtet war, wurde die Batterie mit einem zweiten empfindlicheren Braunschen Voltmeter mit einem Meßbereiche bis 3500 Volt verbunden und die zurückgebliebene Spannung gemessen. Die Verbindung der Kapazität mit dem Elektrometer oder auch gleichzeitig mit der Elektrisiermaschine, wie bei der Ladung, wurde einfach dadurch bewerkstelligt, daß das Ende eines mit jenen Apparaten verbundenen Drahtes mit Hilfe einer wohl isolierten Handhabe an die nicht abgeleitete Belegung der Kapazität gehalten wurde. Vor jedem Versuche war der Brückenstrom schon längere Zeit geschlossen, damit der Temperatenausgleich in der Brücke ein möglichst vollkommener war.

3. *Bestimmung der Entladungsspannung.* Die Anfangsspannung der Batterie, d. h. die Spannung, bei welcher der Funken übergeht, wurde aus der Länge der Funken bestimmt. Zu dem Zwecke mußte der Entladerverzug beseitigt werden. Dies geschah durch Belichtung der Funkenstrecke mit dem an ultravioletten Strahlen reichen Lichte eines elektrischen Lichtbogens, der in 20—30 cm Entfernung von der Funkenstrecke brannte. Damit die Kugeln des Funkenmikrometers und die sie umgebende Luft sich nicht zu sehr erwärmten, was ja eine Verminderung der Funkenspannung zur Folge gehabt haben würde, brannte der Lichtbogen immer nur während der kurzen Zeit des Versuches. Die den beobachteten Funkenlängen entsprechenden Potentiale wurden nicht den bekannten Tabellen entnommen, sondern es wurde für die benutzte Funkenstrecke eine besondere Tabelle neu aufgestellt.

4. *Die Beachtungen und ihre Genauigkeit.* In den nachfolgenden Tabellen enthalten die mit F.L. überschriebenen Rubriken die am Funkenmikrometer abgelesenen Funkenlängen in Millimeter. Diese Ablesungen konnten ohne Schwierigkeit so genau gemacht werden, daß die beobachtete Funkenlänge höchstens um 0,01—0,02 mm kleiner waren als die tatsäch-

lichen. P_0 bedeutet das der beobachteten Funkenlänge entsprechende Anfangspotential in Volt. Bei einer Abschätzung der Genauigkeit dieser Zahlen ist zweierlei zu beachten: einmal sind die Ablesungen an dem Elektrometer höchstens auf ± 50 Volt genau, und dann entspricht der oben genannten Genauigkeit der Ablesungen am Funkenmikrometer eine Genauigkeit bis auf ± 100 Volt. Die in den Tabellen gegebenen Werte für P_0 sind also zu klein um Beträge zwischen -50

Fig. 3.

I. Kreis. Variation des Widerstandes. Tab. I, 1—4.

und ± 150 Volt. Für die kleineren Funken, bei welchen das empfindlichere Braunsche Elektrometer benutzt wurde, betragen diese Fehler etwa nur -30 bis $+80$ Volt. P_∞ bedeutet die nach beendeter Entladung zurückgebliebene Spannung der Batterie in Volt und α den Ausschlag des Galvanometers in Skalenteilen (Millimeter). Diese letzteren konnten, wie schon früher bemerkt, bei den größten Ausschlägen von 300 Skt. leicht auf ± 1 Skt. genau abgelesen werden, bei den kleineren Ausschlägen natürlich genauer. Die in den Tabellen mit-

geteilten Werte dieser Bolometerausschläge sind bereits auf den Sinus des halben einseitigen Ausschlages reduziert. Die wegen der ungleichmäßigen Verteilung der schnellen Wechselströme über den Querschnitt der Leitungsdrähte nötige Korrektur der Widerstände ist an den in den Tabellen mitgeteilten Werten noch nicht angebracht. Aus den Tabellen können leicht durch graphische Interpolation auch andere als die beobachteten Werte erhalten werden. So entstanden z. B. die besonders interessanten Tab. I, 5 und III, 6 und einige weitere im folgenden Abschnitte ausführlich diskutierte.

I. Wärme im primären Kreise. Variation des Widerstandes (Fig. 3).

$$E_{\alpha=1} = 1195 \text{ Erg.} \quad C = 0,00496 \text{ Mikrof.}$$

1. $w = 5,25 + 14,68 \, \Omega.$

F.L.	P_0	α	P_{∞}
0,18	1200	6	320
0,33	1930	16	420
0,57	2900	37	630
0,67	3300	47	660
0,93	4300	81	840
1,16	5100	114	890
1,34	5700	146	950
1,58	6500	187	1080
1,77	7100	225	1210
1,99	7800	280	1290
2,24	8550	334	1360

2. $w = 5,25 + 9,75 \, \Omega.$

F.L.	P_0	α	P_{∞}
0,18	1200	8	380
0,26	1600	15	530
0,34	1970	22	360
0,52	2700	42	480
0,73	3500	71	680
0,90	4200	100	840
1,12	4950	138	880
1,28	5500	171	930
1,46	6100	210	1040
1,69	6830	269	1140
1,94	7650	342	1300

3. $w = 5,25 + 4,85 \, \Omega.$

F.L.	P_0	α	P_{∞}
0,15	1000	8	250
0,20	1300	13	320
0,33	1900	27	260
0,46	2470	46	480
0,60	3000	71	570
0,77	3660	108	660
0,90	4200	139	700
1,09	4850	188	670
1,28	5500	243	870
1,43	6000	291	960
1,58	6500	341	1010

4. $w = 5,25 \, \Omega.$

F.L.	P_0	α	P_{∞}
0,12	840	9	0
0,18	1200	19	420
0,31	1830	45	280
0,46	2470	79	470
0,56	2870	110	500
0,67	3300	146	630
0,78	3700	184	600
0,92	4260	244	640
1,03	4660	299	890
1,14	5030	346	820

5. $P_0 = \text{konst. } (\frac{1}{2} P_0^2 C = \text{konst.})$.

w	α	
	$P_0 = 5030$	$P_0 = 3700$
5,25	346	184
10,10	204	110
15,00	144	78
19,93	112	60

II. Wärme im primären Kreise. Variation der Kapazität
(Fig. 4).

$w = 5,25 \Omega$. $E_{a=1} = 1065 \text{ Erg.}$

1. $C = 0,00496 \text{ Mikrof. (1 Flasche).}$ 2. $C = 0,00982 \text{ Mikrof. (2 Flaschen).}$

F.L.	P_0	α	P_∞
0,17	1100	18	220
0,26	1600	38	250
0,34	2000	58	250
0,44	2400	86	250
0,50	2650	107	570
0,59	3000	137	610

F.L.	P_0	α	P_∞
0,13	900	26	—
0,18	1200	48	—
0,29	1750	101	250
0,36	2070	144	250
0,45	2430	196	250
0,52	2700	245	250
0,59	3000	299	320

3. $C = 0,01594 \text{ Mikrof. (3 Flaschen).}$ 4. $C = 0,02131 \text{ Mikrof. (4 Flaschen).}$

F.L.	P_0	α	P_∞
0,10	700	27	280
0,15	1000	58	—
0,20	1300	92	250
0,24	1500	121	—
0,30	1800	179	320
0,38	2150	258	370
0,42	2300	298	390

F.L.	P_0	α	P_∞
0,10	700	35	250
0,15	1000	75	320
0,20	1300	119	390
0,24	1500	164	—
0,29	1750	221	—
0,36	2050	303	350
0,38	2150	334	200

Fig. 4.
I. Kreis. Variation der Kapazität. Tab. II, 1—4.

Fig. 5.

II. Kreis. Variation des Widerstandes (w). Tab. III, 1—6.

III. Wärme im sekundären Kreise. Variation des Widerstandes im primären Kreise (Fig. 5).

$$E_a = 1 = 885 \text{ Erg.} \quad C = 0,00496 \text{ Mikrof.}$$

$$1 \quad w_1 = 0,29 + 14,68 \, \Omega.$$

Bolometer- ausschlag α	Funkenlänge in mm F.L.	Anfangsspannung in Volt P_0	Spannung nach der Entladung in Volt P_∞
1,5	0,79	3750	600
3,0	1,20	5250	810
4,0	1,42	5970	1040
5,0	1,69	6830	1000
6,0	1,90	7500	1090
8,0	2,20	8450	1210
10,5	2,69	9800	1390

$$2. \quad w_1 = 0,29 + 9,75 \, \Omega.$$

F.L.	P_0	α	P_∞
0,76	3650	2,0	480
0,97	4450	3,0	570
1,16	5100	4,0	760
1,41	5930	5,5	960
1,54	6350	6,3	1080
1,96	7700	9,5	1200
2,20	8450	11,0	1180

$$3. \quad w_1 = 0,29 + 4,85 \, \Omega.$$

F.L.	P_0	α	P_∞
0,39	2200	1,5	320
0,61	3050	2,7	640
0,80	3800	4,0	760
0,98	4470	5,4	600
1,20	5250	7,5	650
1,48	6170	10,5	760
1,81	7230	14,0	1010
2,01	7870	16,5	1010
2,32	8780	21,0	1320
2,62	9600	24,0	1320

$$4. \quad w_1 = 0,29 + 2,925 \, \Omega.$$

F.L.	P_0	α	P_∞
0,55	2830	3,0	600
0,73	3530	4,9	460
0,93	4300	7,0	520
1,17	5150	10,0	600
1,40	5900	13,5	960
1,69	6850	18,0	1110
1,83	7300	20,0	1150
2,07	8050	24,0	1270
2,39	9000	30,0	1320

$$5. \quad w_1 = 0,29 + 1,105 \, \Omega.$$

F.L.	P_0	α	P_∞
0,33	1900	2,0	470
0,41	2300	3,2	290
0,56	2880	5,2	620
0,72	3500	7,5	460
0,87	4100	10,0	520
1,00	4550	13,0	620
1,21	5300	17,5	670
1,47	6130	23	1000
1,73	7000	30	920
1,99	7800	37	1050
2,26	8600	45	1130

6. $w_1 = 0,29 \Omega$.

F.L.	P_0	α	P_∞	F.L.	P_0	α	P_∞
0,37	2130	5,0	280	1,26	5450	31	880
0,53	2750	8,0	320	1,53	6330	42	780
0,63	3150	11,0	410	1,68	6800	47	850
0,73	3530	14	410	1,91	7550	60	900
0,99	4500	21	730	2,11	8150	70	960
1,13	5000	27	810				

7. $P_0 = \text{konst. } (1/2 P_0^2 C = \text{konst.})$. (Fig. 6.)

w_1 (Ohm)	α		
	$P_0 = 8150$	$P_0 = 6330$	$P_0 = 4470$ (Volt)
0,29	70,0	42,0	21,0
1,395	40,25	24,25	12,0
3,215	24,75	15,0	7,4
5,14	18,0	10,75	5,25
10,04	10,0	6,0	3,0
14,97	7,4	4,5	2,25

Fig. 6.

II. Kreis. Variation des Widerstandes (w_1). $P_0 = \text{konst.}$ Tab. III, 7.

IV. Wärme im sekundären Kreise, Variation der Kapazität
im primären Kreise. (Fig. 7)

$$w_I = 0,29 \, \Omega. \quad w_{II} = 19,72 \, \Omega, \quad E_{\alpha=1} = 1065 \text{ Erg.}$$

1. $C = 0,00496$ Mikrof. (1 Flasche). 2. $C = 0,00982$ Mikrof. (2 Flaschen).

F.L.	P_0	α	P_{∞}
0,40	2250	4,5	250
0,92	4250	16	430
1,32	5650	28	630
1,55	6400	36	980
1,86	7400	48	850
2,27	8630	67	1210
2,64	9700	85	1140

F.L.	P_0	α	P_{∞}
0,54	2800	9,0	480
1,01	4600	26	370
1,40	5900	45	480
1,81	7200	69	780
2,08	8100	87	880
2,27	8630	100	920
2,69	9850	132	800

Fig. 7.

II. Kreis. Variation der Kapazität. Tab. IV, 1—4.

3. $C=0,01594$ Mikrof. (3 Flaschen).

F.L.	P_0	α	P_∞
0,55	2830	13	250
0,93	4300	33	320
1,18	5170	48	660
1,44	6030	65	760
1,67	6770	83	880
1,83	7300	98	840
1,97	7730	111	900
2,38	8950	151	920

4. $C=0,02131$ Mikrof. (4 Flaschen).

F.L.	P_0	α	P_∞
0,65	3200	20	480
0,86	4050	33	320
1,10	4900	49	420
1,33	5660	65	630
1,69	6830	97	520
1,85	7350	112	780
2,05	8000	136	610
2,45	9150	180	890

II. Kapitel. Theoretischer Teil.

§ 1. Diskussion der Messungen im primären Kreise. Funkenenergie und Funkenwiderstand.

1. *Definition des mittleren Funkenwiderstandes.* Die Messungen der Energie im Entladungskreise selbst bei fehlendem induzierten Kreise wurden angestellt, um, wie schon früher gesagt, über die Energie und den Widerstand des Funkens etwas zu erfahren. Der Plan war die vom Funken absorbierte Energie zu berechnen als Differenz der gesamten entladenen Energie $E = \frac{1}{2} C(P_0^2 - P_\infty^2)$ und der nach der Entladung in den Drähten des Schließungskreises befindlichen Wärmeenergie. Diese letztere ließ sich ja nach dem von Riess gefundenen Satze, daß die gesamte im metallischen Schließungskreise entwickelte Wärme sich auf die einzelnen Teile des Schließungskreises nach dem Maße ihres Widerstandes verteilt, ohne weiteres aus der im Bolometerdraht gefundenen Energie berechnen. Die so ermittelte Funkenenergie sollte dann in ihrer Abhängigkeit von den drei variierten Größen, nämlich der Anfangsspannung, dem Widerstand und der Kapazität studiert und als Funktion dieser Größen dargestellt werden. Ist $E_F(P_0, w, C)$ diese Funktion, so könnte als ein Mittelwert für den Funkenwiderstand eine Größe x definiert werden durch die Gleichung:

$$E_F(P_0, w, C) = E \frac{x}{w + x},$$

woraus folgen würde

$$x = w \cdot \frac{E_F}{E - E_F} = w \cdot \frac{E_F/E}{1 - E_F/E}.$$

Die Gleichung sagt aus, daß die gesamte entladene Energie sich auf die einzelnen Teile des Schließungskreises nach dem Maße ihres Widerstandes verteilt, also im besonderen auch mit auf den Funken nach dem Maße seines Widerstandes. Sie ist somit gleichsam eine Erweiterung des oben benutzten Riessschen Satzes.

Es ist klar, daß der so rein energetisch definierte Funkenwiderstand nur ein Mittelwert sein kann und nie die Einzelheiten der Erscheinung in ihrer noch völlig unbekannten aber sicher großen Kompliziertheit genau wiedergeben wird. Um streng zu verfahren, hätte man ihn zunächst einmal als periodische Funktion der Zeit anzusetzen. Zur Durchführung eines solchen Ansatzes wären jedoch noch alle möglichen hypothetischen Annahmen nötig. Da der Ansatz überdies zu sehr großen mathematischen Schwierigkeiten führt, die sich besonders bei Einführung des induzierten Kreises noch häufen, so wurde hier davon Abstand genommen, das Problem in dieser Strenge durchzuführen. Wie sich später zeigen wird, macht die vom Funken verbrauchte Energie durchaus nicht einen so sehr kleinen Teil der gesamten entladenen Energie aus, und es scheint damit eine Vernachlässigung des Funkenwiderstandes als völlig unzulässig. Trotzdem ist die hier mit der Einführung des letzteren als einer zeitlich konstanten Größe gemachte Annäherung hinreichend genau, um auch die von der Theorie geforderten Einzelheiten der untersuchten Vorgänge wenigstens qualitativ wiederzugeben.

2. *Funkenenergie und Funkenwärme.* Um den mittleren Funkenwiderstand zu erhalten, haben wir vor allem die Funkenenergie E_F zu bestimmen. Wir verstehen unter E_F die Differenz der entladenen Energie und der in den Drähten des Schließungskreises gefundenen Jouleschen Wärme. Schon hier sei auf den Unterschied aufmerksam gemacht, der zwischen der Größe E_F und der schon oft gemessenen Funkenwärme besteht. Je nachdem man die eine oder andere dieser beiden Größen der Definition des mittleren Funkenwiderstandes zu Grunde legt, wird man natürlich auch zwischen zwei verschiedenen Größen x zu unterscheiden haben. In der Tat sind die Unterschiede zwischen dem hier bestimmten E_F und der gewöhnlich im Luftthermometer gemessenen Funkenwärme zum Teil sehr große.

So findet Kaufmann¹⁾ z. B. in dem Falle, daß zwei Leydener Flaschen von ziemlich derselben Kapazität wie die hier benutzten durch einen Kreis mit dem metallischen Widerstand $w = 5 \, \Omega$ entladen wurden, nur etwa 5 Proz. der gesamten entladenen Energie im Funken als Wärme wieder und zwar bei einem Entladungspotentiale von 15 300 Volt, während die hier von uns bestimmte Funkenenergie E_F in dem entsprechenden Falle mindestens 21 Proz. der entladenen Energie ausmacht. Bei kleineren Entladungspotentialen würde der Unterschied noch ein größerer sein. Eine solche Differenz ist aber von vornherein zu erwarten, wenngleich die oben angegebene etwas groß erscheint. Den Vorgang im Funken hat man sich bekanntlich so vorzustellen, daß die primär in der Gasstrecke entwickelte Wärme für einen kurzen Moment eine ganz beträchtliche Temperaturerhöhung des Gases hervorruft. Infolgedessen wird sich dieses Gas ausdehnen und zwar wegen der sehr großen Erhitzung so schnell, daß es kaum Zeit hat, Wärme dabei an seine Umgebung abzugeben. Der Vorgang wird nahezu adiabatisch verlaufen; das Gas kühlt sich wieder ab. Auf diese Weise entsteht eine Druckwelle, die zum Teil durch das die Funkenstrecke bergende Glasgefäß (Luftthermometer) hindurchgeht und z. B. als Schall von uns wahrgenommen wird, zum Teil zu der bekannten Erschütterung der Elektroden Veranlassung gibt. Nur ein geringer Teil der Energie dieser Welle wird im Glasgefäße selbst in Wärme zurückverwandelt werden. Hiernach wird die schließlich im Luftthermometer gemessene Wärme zum größten Teil von den durch den Funken gleichfalls erwärmten Elektroden an das Glas durch Leitung oder Strahlung abgegeben. Aber auch von dieser an den Elektroden entwickelten Wärme muß ein Teil notwendig infolge der Fortleitung durch die metallischen Zuführungsdrähte für die Messung verloren gehen. Als andere Formen der Funkenenergie, die nicht in der Funkenwärme enthalten sein werden, wären schließlich noch zu nennen die Zerstäubungsarbeit, sowie einige chemische Prozesse, z. B. die Ozonbildung, während andere umgekehrt Wärme freimachen, z. B. die Oxydation. Die Größe dieser verschiedenen Energien

1) W. Kaufmann, Wied. Ann. 60. p. 653. 1897.

läßt sich schwer schätzen. Immerhin erscheint wohl die Behauptung gerechtfertigt, daß die Funkenwärme notwendig kleiner sein muß als die Funkenenergie E_F .

Andererseits ist aber auch zu beachten, daß die hier zu bestimmende Größe E_F nicht nur im Funken oder an den Elektroden auftretende thermische oder mechanische Energie zu sein braucht. So ist in jener Differenz der entladenen elektrischen Energie und der nach der Entladung in den Drähten des Schließungskreises gefundenen Jouleschen Wärme doch auch jede andere nicht in diese Joulesche Wärme verwandelte Energie enthalten. Hierher gehört vor allem die zur Erwärmung des Dielektrikums zwischen den Belegungen der Leydener Flaschen verbrauchte Arbeit. Ein Verlust an Energie durch Zerstäubung oder Knickung der als Vorschaltwiderstände und Bolometerdrähte benutzten feinen Platindrähte wurde ja dadurch zu vermeiden gesucht, daß nur mit kleinen Elektrizitätsmengen operiert wurde. Wegen solcher Verluste würde also die Größe E_F kleiner anzunehmen sein, damit sie wirklich die im Funken verbrauchte Energie darstellt. Schließlich darf nicht vergessen werden, daß die Art der Bestimmung von E_F als Differenz zweier größerer Werte die Genauigkeit der für E_F gefundenen Werte herabsetzt trotz der großen Genauigkeit der benutzten bolometrischen Methode.

3. *Mutmaßliche Abhängigkeit der Funkenenergie und des Funkenwiderstandes von den Variablen des Entladungsvorganges.* Bei einem Versuche, die Resultate der Beobachtung klar und übersichtlich darzustellen, stößt man auf nicht unerhebliche Schwierigkeiten besonders wohl aus dem Grunde, weil bei den Messungen zu gleicher Zeit immer verschiedene Größen geändert wurden. So ändert sich mit dem Anfangspotentiale naturgemäß auch die Funkenlänge, mit der Kapazität bei konstantem Anfangspotentiale und konstantem Widerstande nicht nur die Stromstärke, sondern auch die Schwingungsdauer etc. Es erscheint daher wohl angebracht, schon hier gewisse theoretische Überlegungen und Analogien heranzuziehen, welche zwar stets nur angenähert gelten, aber doch eine gute qualitative Übersicht gestatten.

Duddel¹⁾ lagerte über einen Gleichstromlichtbogen einen

1) W. Duddel, Proc. Roy. Soc. 68. p. 512. 1901.

schwachen Wechselstrom und untersuchte, welchen Widerstand dieser Wechselstrom im Lichtbogen fand. Er stellte fest, daß bei großen Perioden des Wechselstromes sich der Lichtbogen diesem gegenüber verhält wie ein induktiver Widerstand. Mit abnehmender Periode nahm die Induktanz ab, was sich an der algebraischen Zunahme des Arbeitsfaktors zeigte. Bei ca. 5000 Wechseln pro Sekunde war der Arbeitsfaktor gleich 1: der Lichtbogen verhielt sich also hier dem Wechselstrom gegenüber wie ein induktionsfreier Widerstand. Dies blieb so, wie sehr auch darüber hinaus die Wechselzahl des übergelagerten Wechselstromes gesteigert werden mochte (bis 120 000). Mit abnehmender Periode des Wechselstromes nahm also der Ohmsche Widerstand des Lichtbogens den Stromschwankungen gegenüber dauernd zu, und zwar auf Kosten des induktiven. Von einer gewissen Frequenz ab aufwärts war der Widerstand des Lichtbogens ein rein Ohmscher; der Strom war mit der ihn erzeugenden elektromotorischen Kraft in Phase.

Nun hat man bekanntlich den Funken aufzufassen als eine Form der elektrischen Selbstentladung, welche in kürzester Zeit von dem Spitzenstrom in den Glimm- und Bogenstrom übergeht. Den die oszillatorische Kondensatorentladung bewirkenden Funken werden wir im besonderen betrachten können als den Lichtbogen eines allmählich verschwindenden Wechselstromes mit sehr großer Amplitude und Wechselzahl. Da nun sicher in der kurzen Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Oszillationen der Raum zwischen den Elektroden mit Metalldampf und auch freien Ionen erfüllt bleibt, so liegt es nahe, die Verhältnisse im oszillierenden Funken zu vergleichen mit denen im Gleichstromlichtbogen, dem ein schwacher Wechselstrom überlagert ist. In beiden Fällen haben wir einen mit erhitztem Gas und Metalldampf sowie freien Ionen erfüllten Raum, durch den ein Wechselstrom fließt. Der Unterschied ist nur der, daß im Funken die Stromschwankungen sehr beträchtlich sind. Dementsprechend wird zwar die Elektrodenspannung sinken oder doch nahezu konstant bleiben beim Anwachsen der Stromstärke, oder das Verhältnis e/i wird abnehmen; andererseits wird aber auch eine Abhängigkeit von der Periode der Stromschwankungen zu erwarten sein. Wegen der sehr großen Beträge dieser Stromschwankungen wird näm-

lich erst bei einer sehr viel kleineren Periode derselben der Fall eintreten, daß sich die ionisierte Gasstrecke wie ein Ohmscher Widerstand verhält. Mit abnehmender Periode der Schwingungen wird also beständig der Teil des Widerstandes im Funken wachsen, bei dessen Überwindung der Strom Arbeit leistet. Mit diesem Teil des Widerstandes ist aber offenbar unser oben definiertes x identisch.

Außer von der Stromstärke und ihrer zeitlichen Änderung wird der Funkenwiderstand noch abhängen von der Länge des Funkens. Er wird zunehmen mit wachsender Funkenlänge und umgekehrt.

In ganz entsprechender Weise können wir auch über die mutmaßliche Größe der vom Funken verbrauchten Energie etwas aussagen. — Erzeugt eine wechselnde elektromotorische Kraft von der effektiven Größe e zwischen zwei Punkten des Raumes einen Strom, dessen effektive Größe i sei und der gegen die ihn treibende Kraft in der Phase um den Winkel φ verschoben sei, so wird in der Zeit Δt die Arbeit geleistet:

$$E_F = e \cdot i \cdot \cos \varphi \cdot \Delta t.$$

In unserem Falle wird e angenähert proportional der Funkenlänge, also P_0 , gesetzt werden können. Die mittlere Stromstärke i ist die im Mittel während der Zeiteinheit durch den Funken hindurchgehende Elektrizitätsmenge oder auch die mittlere während einer Oszillation entladene Elektrizitätsmenge, dividiert durch die Dauer der Oszillation. Diese ist bei konstanter Dämpfung proportional: $P_0 \cdot C / \sqrt{Q \cdot C}$; denn die während einer Oszillation entladene mittlere Elektrizitätsmenge ist proportional $P_0 \cdot C$, und die Oszillationsdauer ist proportional $\sqrt{Q \cdot C}$. Die Dauer der Entladung Δt haben wir schließlich anzunehmen als ein ganzes Vielfaches der Periode der Schwingungen, also proportional $\sqrt{Q \cdot C}$, während der Arbeitsfaktor $\cos \varphi$ nach den obigen Überlegungen umgekehrt proportional der Schwingungsdauer angenommen werden kann. Mit Rücksicht hierauf geht die obige Formel über in:

$$\begin{aligned} E_F &= \Gamma \cdot P_0 \cdot \frac{P_0 \cdot C}{\sqrt{Q \cdot C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{Q \cdot C}} \cdot \sqrt{Q \cdot C}, \\ &= \Gamma \cdot P_0^2 \sqrt{\frac{C}{Q}}. \end{aligned}$$

Die Formel gilt nur, wie schon bemerkt, für den Fall konstanter Dämpfung. Die Dämpfung hängt ab von dem Widerstande w und dem Koeffizienten der Selbstinduktion Q des Schließungskreises, sie nimmt zu mit wachsendem Widerstand w bei konstantem Q und mit abnehmendem Q bei konstantem w . Das genaue Gesetz dieser Abhängigkeit läßt sich von vornherein nicht angeben. Die aus den Kirchhoffschen Formeln für die oszillatorische Kondensatorentladung folgende logarithmische Dämpfung scheint durch neuere Versuche nicht bestätigt zu werden (vgl. z. B. Richarz und Ziegler).¹⁾ Demnach werden wir in der letzten Formel Γ als eine Funktion von w und Q zu betrachten haben, welche umgekehrt zunimmt mit wachsendem Q bei konstantem w und mit abnehmendem w bei konstantem Q , über deren Verlauf das Experiment aufzuklären hat:

$$E_F = \Gamma\left(\frac{Q}{w}\right) \cdot P_0^2 \cdot \sqrt{\frac{C}{Q}}.$$

Nach diesen vorbereitenden Erörterungen erledigt sich die Diskussion der Resultate der Beobachtungen in einfachster Weise.

4. *Variation der Anfangsspannung.* Die Abhängigkeit der Funkenenergie und des Funkenwiderstandes von der Anfangsspannung P_0 bei konstantem Widerstande und konstanter Kapazität ist in all den oben angegebenen Tabellen, die sich auf die Messungen der Energie im primären Kreise beziehen, gleichmäßig gut ausgeprägt. Überall zeigt sich eine gute Proportionalität der Bolometerausschläge α mit P_0^2 bis etwa $P_0 = 5000$ Volt. Oberhalb dieses Wertes wachsen dagegen durchweg die Bolometerausschläge etwas schneller an als P_0^2 , und dementsprechend muß die vom Funken verbrauchte Energie etwas langsamer wachsen als P_0^2 . Da jedoch die nach der Entladung in der Kapazität zurückbleibende Energie auch etwas langsamer zunimmt als P_0^2 , wodurch ebenfalls jenes schnellere Anwachsen der Bolometerausschläge bewirkt werden könnte, so ist es bei der Kleinheit des beobachteten Effektes nötig, einige Werte der Funkenenergie zu berechnen. Wegen der geringen Genauigkeit der beobachteten Spannungen P_∞ kommen unter den so berechneten Werten ziemliche Schwankungen vor, doch zeigen die folgenden Zahlen, welche

1) F. Richarz u. W. Ziegler, Ann. d. Phys. 1. p. 468. 1900.

einigen Beobachtungen der Tab. I, 1 entsprechen, deutlich den genannten Verlauf:

Tabelle 1.

$$w = 20,03 \, \Omega. \quad C = 0,00496 \text{ Mikrof.}$$

F L. mm	P_0 Volt	P_∞ Volt	α	E_F (Erg)	E_F/E	$x (\Omega)$
0,67	3300	660	47	31 080	0,120	2,72
1,16	5100	890	114	71 920	0,115	2,59
1,58	6500	1080	187	110 900	0,109	2,44
2,24	8550	1360	334	145 400	0,082	1,78

Bei höheren Entladungspotentialen ($P_0 > 5000$ Volt) wächst also die Funkenenergie etwas langsamer also P_0^2 , oder E_F/E nimmt ab. Daraus folgt, daß mit wachsendem Entladungspotential der Funkenwiderstand abnimmt.

Dieses Verhalten kann gemäß den obigen Betrachtungen auf folgende Weise erklärt werden. Mit wachsendem Anfangspotentiale wächst bei konstantem Widerstande und konstanter Kapazität nicht nur die Stromstärke, sondern auch die Funkenlänge. Mit wachsender Stromstärke nimmt der Funkenwiderstand ab, mit wachsender Funkenlänge zu. — Nun zeigt zwar die Ayrtonsche Formel für die Abhängigkeit der Elektrodenspannung von der Stromstärke und dem Elektrodenabstand beim Gleichstromlichtbogen, daß bei sehr großen Stromstärken die Abnahme der Elektrodenspannung mit wachsender Stromstärke fast völlig verschwindet und lediglich eine geringe Zunahme derselben mit wachsendem Elektrodenabstand übrig bleibt. In Analogie zu diesen Verhältnissen wurde früher die Elektrodenspannung e des Funkens proportional P_0 gesetzt. Daraus würde folgen, daß der Funkenwiderstand (e/i) unabhängig von P_0 ist. Es ist jedoch zu beachten, daß es sich hier nicht um die zwar sehr großen maximalen Werte, sondern nur um Mittelwerte der Stromstärke handelt. Diese Mittelwerte werden wesentlich abhängen von dem Entladungspotential, dann aber auch von der Dämpfung, also dem Widerstande und der Selbstinduktion, und schließlich von der Kapazität. Insofern wird es also auch von diesen Größen abhängen, ob die Abnahme des Funkenwiderstandes wegen der

Zunahme der mittleren Stromstärke oder die Zunahme des Funkenwiderstandes wegen der Zunahme der Funkenlänge überwiegt. So muß das aus der oben mitgeteilten Tabelle gefolgerte Gesetz von der Abnahme des Funkenwiderstandes mit wachsendem Entladungspotential eher gelten für große Widerstände im Schließungskreise als für kleine; denn bei großen Widerständen, also kleinen mittleren Stromstärken ist die Abnahme der Elektrodenspannung mit wachsender Stromstärke größer als bei kleinen Widerständen. Aus demselben Grunde muß der Effekt auch deutlicher sein bei Entladung einer kleinen Kapazität als einer großen. Die Erscheinung ist jedoch in den oben mitgeteilten Beobachtungen zu wenig ausgeprägt, um alle jene von der Theorie geforderten Abweichungen von dem oben aufgestellten Gesetze sicher zu zeigen. Es genüge also, noch einmal hervorzuheben, daß das obige Gesetz eine allgemeine Gültigkeit nicht besitzen kann.

Zu einer genaueren Verfolgung dieser Verhältnisse auch nach der quantitativen Seite hin war die hier benutzte Anordnung aus dem einfachen Grunde nicht brauchbar, weil die Entladung einer selbst sehr viel kleineren Kapazität bei den dazu nötigen höheren Spannungen durch den feinen Bolometerdraht natürlich nicht möglich war. Doch mag hier ein anderer Versuch erwähnt werden, der zwar auch nicht die gewünschte Aufklärung gibt und kaum geben kann, aber dennoch Interesse verdient. Bei den Messungen der Energie im sekundären Kreise zeigte sich nämlich dasselbe charakteristische schnellere Anwachsen der Bolometerausschläge, welches wieder nur mit einer Abnahme des mittleren Funkenwiderstandes zu erklären ist. Natürlich kann der Funkenwiderstand nicht dauernd abnehmen; er muß also ein Minimum besitzen, dem in der Kurve, welche die Abhängigkeit der im sekundären Kreise gemessenen Wärme von dem Quadrat der Anfangsspannung wiedergibt, ein Wendepunkt entsprechen wird. Um dieses Minimum zu suchen, wurde eine sehr viel kleinere Kapazität als die gewöhnlich benutzten eingeschaltet. Diese konnte jetzt, wo der Entladungskreis nur aus dicken Kupferdrähten bestand, auf ein sehr viel höheres Anfangspotential geladen werden als früher. Es zeigte sich, daß die beobachteten Bolometerausschläge zunächst nahezu proportional P_0^2 anwachsen bis

zu einer Funkenlänge von 2–3 mm, dann aber immer langsamer, um von 4–5 mm Funkenlänge ab bis hinauf zu 10 mm nur noch proportional P_0 und zwar ziemlich konstant zuzunehmen. In Fig. 8 stellt Kurve I die Abhängigkeit des Bolometerausschlages von der mit P_0 proportionalen Funkenlänge dar, die Kurve II die Abhängigkeit jenes Bolometerausschlages von dem Quadrate der Funkenlänge. Wenn jenes Minimum des

Fig. 8.

Wärme im sekundären Kreise bei höheren Entladungspotentialen.

Funkenwiderstandes also überhaupt vorhanden war, so muß es nur sehr schwach ausgeprägt gewesen sein. Nach den obigen Überlegungen ist es aber auch kaum anders zu erwarten; denn war auch in dem obigen Versuche die entladene Kapazität kaum halb so groß wie bei dem in der Tab. 1 behandelten, so war doch der Widerstand im Entladungskreise auch mehr als 40 mal kleiner. Die Stromstärke im Entladungskreise

war also sehr groß und folglich die Zunahme des Funkenwiderstandes infolge der Zunahme der Funkenlänge größer als seine Abnahme mit wachsender Stromstärke.

Was bisher gesagt wurde von dem Funkenwiderstand, läßt sich ohne weiteres auf die Funkenenergie übertragen. Auch ihr Verhalten bei wachsendem Entladungspotential wird ein verschiedenes sein, wenn die übrigen Parameter des Vorganges, also vor allem Widerstand und Kapazität, verschieden gewählt werden. Praktisch wird man die Funkenenergie bei kleinen Funkenlängen proportional dem Quadrat des Entladungspotentials setzen können und entsprechend den Funkenwiderstand unabhängig von dem Entladungspotential anzunehmen haben.

5. *Variation des Widerstandes.* Weiter wurden die Funkenenergie und der Funkenwiderstand in ihrer Abhängigkeit von dem metallischen Widerstand w des Schließungskreises bei konstantem Entladungspotentiale und konstanter Kapazität untersucht. Es ergaben sich z. B. die Werte für

$$\left. \begin{array}{l} C = 0,00496 \text{ Mikrof.} \\ P_0 = 3700 \text{ Volt} \\ P_\infty \sim 670 \text{ „} \end{array} \right\} E = 328\,400 \text{ Erg.}$$

Tabelle 2.

w (Ohm)	α	E_F	E_F / E	x (Ohm)
5,35	184	89 770	0,273	2,01
10,20	110	56 420	0,172	2,12
15,10	78	42 890	0,131	2,28
20,03	60	37 070	0,113	2,58

Mit wachsendem Drahtwiderstande im Schließungskreise nimmt also bei konstantem Entladungspotentiale und konstanter Kapazität die Funkenenergie ab, dagegen der Funkenwiderstand zu.

Da bei diesen Versuchen nur der Widerstand im Schließungskreise, also die Dämpfung, variiert wurden, so ändert sich auch nur die mittlere Stromstärke, sofern man absieht von der sehr geringen Änderung der Schwingungsdauer mit dem Widerstande. Mit wachsendem Widerstande w nimmt die mittlere Stromstärke ab, also der Widerstand x zu, wie die Tabelle zeigt.

Auch die oben gefundene Abnahme der Funkenenergie mit wachsendem w entspricht durchaus der früher aufgestellten Formel. Die dort benutzte Funktion $I(Q/w)$ nimmt mit wachsendem w ab. Ihr genauerer Verlauf ist noch zu ermitteln aus den in der Tabelle mitgeteilten vier Werten. Diese Interpolation bietet in dem für die späteren Induktionsversuche besonders wichtigen Falle kleiner Widerstände w im Entladungskreise gewisse Schwierigkeiten, weil die zu bestimmende Funktion gerade für kleine Widerstände sehr steil ansteigt. Macht man die wohl zulässige Annahme, daß in dem Grenzfalle $w = 0$ die gesamte entladene Energie im Funken verbraucht wird, so wird dadurch ein fünfter Punkt der gesuchten Kurve festgelegt. Die benutzte Annäherungskurve ist eine gleichseitige Hyperbel mit der Gleichung:

$$(E_F - A)(w + B) = C$$

oder:

$$E_F = A + \frac{C}{w + B},$$

welche für $w = 0$ liefert:

$$E_F = A + \frac{C}{B} = E$$

und für $w = \infty$:

$$E_F = A$$

und die wir daher auch schreiben können in der Form:

$$E_F = E - \frac{C}{B} \frac{w}{w + B} = E - a \frac{w}{w + b}.$$

Diese Formel ist aber nur brauchbar für Widerstände, welche größer als etwa 3Ω sind. Für kleinere Widerstände ist das Ansteigen der durch sie bestimmten Kurve immer noch nicht steil genug, wie sich bei Vergleichung der unter Benutzung jener Formel für den sekundären Kreis berechneten Wärmemengen mit den gemessenen ergab. Bis etwa $0,4 \Omega$ erwies sich bei der hier benutzten Kapazität die folgende erweiterte Interpolationsformel als brauchbar:

$$E_F = E - a \frac{w}{w + b} - \frac{c}{w} \quad (\text{Fig. 9}).$$

Für die Konstanten a und b ergeben sich aus den in der Tabelle mitgeteilten Werten der Funkenenergie, also für eine Entladungsspannung $P_0 = 3700$ Volt, eine Kapazität von

$C = 0,00496$ Mikrof., sowie den bei der benutzten Anordnung nahe konstant gehaltenen Koeffizienten der Selbstinduktion $Q = 545 \cdot 10^{-20}$ bis $585 \cdot 10^{-20}$ elektrostatische Einheiten:

$a = 317$, $b = 1,75$, während $c = 4,86$ zu setzen ist.

Hierbei ist die Energie gerechnet in 10^3 Erg, der Widerstand in Ohm.

Fig. 9.

$$E_F = E - a \frac{w}{w + b} - \frac{c}{w}. \quad (\text{Tab. 2.})$$

6. *Variation der Kapazität.* Die Kapazität wurde in vier verschiedenen Stufen variiert, indem nacheinander eine bis vier große Leydener Flaschen eingeschaltet wurden. Es zeigte sich jedoch, daß die Werte, welche mit vier Flaschen für Funkenenergie und Funkenwiderstand erhalten wurden, durchaus nicht stimmen mit denen bei weniger Flaschen. Diese Abweichung ist bei der gut ausgeprägten Gesetzmäßigkeit der zu besprechenden Erscheinungen so auffällig, daß sie wohl nur mit einer Änderung

der Entladungsform zu erklären ist. Allerdings zeigen die Formeln selbst für sehr viel größere Widerstände und Kapazitäten im Schließungskreis die aperiodische Entladungsform noch nicht an.

Der Widerstand des bei allen diesen Versuchen ungeändert beibehaltenen Entladungskreises änderte sich, abgesehen von dem Widerstande des Funkens, nur so weit, als er von der mit der Kapazität geänderten Schwingungsdauer abhängt. Doch beträgt diese Änderung im Maximum nur $0,04 \Omega$ und kann vernachlässigt werden, da der Ohmsche Widerstand der Drähte des Schließungskreises $5,35 \Omega$ betrug.

Die Beobachtungen *bei konstantem Entladungspotential* und die daraus berechneten Größen gibt die folgende Tabelle.

Tabelle 3.

$$w = 5,35 \Omega. \quad P_0^2 = 500 \cdot 10^4 \text{ Volt.}$$

C	P_∞	α	E_F	E_F/E	x (Ohm)
0,00496	250	75	35 600	0,290	2,18
0,00982	300	165	50 000	0,210	1,42
0,01592	380	279	64 000	0,165	1,055
0,02131	400	359	100 000	0,190	1,255]

Es verhalten sich also, wenn die oberen Striche die entsprechende Flaschenzahl angeben:

$$E'_F : E''_F : E'''_F = 35,6 : 50,0 : 64,0.$$

Andererseits ist

$$\sqrt{C'} : \sqrt{C''} : \sqrt{C'''} = 22,27 : 31,3 : 39,9$$

$$= 35,6 : 50,0 : 63,8.$$

Bei konstantem Widerstande w und konstantem Entladungspotentiale wachsen demnach die Funkenenergien wie die Wurzeln aus den Kapazitäten; der Funkenwiderstand nimmt ab mit wachsender Kapazität. Der Satz gilt nur für nicht zu große Kapazitäten ($C \leq 0,01592$ Mikrof.).

Bei diesem Versuche wurde mit der Kapazität nicht nur die entladene Elektrizitätsmenge, sondern auch die Schwingungsdauer geändert. Mit wachsender Kapazität wächst bei konstantem Anfangspotentiale P_0 die entladene Elektrizitätsmenge; die mittlere Stromstärke nimmt zu, also der Funken-

widerstand ab. Es wächst außerdem die Periode der Schwingungen, was nach den früheren Überlegungen gleichfalls eine Abnahme des Funkenwiderstandes zur Folge hat. Dies entspricht dem oben gefundenen Verhalten von x .

Für die Funkenenergie folgt aus der oben aufgestellten Beziehung in dem hier behandelten Falle:

$$P_0 = \text{konst.}, \quad w = \text{konst.}, \quad Q = \text{konst.};$$

$$E_F = \text{konst.} \sqrt{C}$$

gleichfalls in Übereinstimmung mit dem Experimente.

Eine zweite hierher gehörende Frage wäre die nach der Änderung von Funkenenergie und Funkenwiderstand, wenn bei konstantem metallischen Widerstande w des Schließungskreises gleichzeitig P_0 und C so geändert werden, daß $P_0^2 \cdot C$, also die gesamte in das System hineingesteckte und an den Oszillationen teilnehmende Energie, konstant bleibt. Hier ergibt sich z. B. für:

$$\frac{P_0^2}{2} \cdot C = 228\,400 \text{ Erg}, \quad w = 5,35 \, \Omega.$$

Tabelle 4.

C	$P_0^2 \cdot 10^{-4}$	$P_0^2 \cdot 10^{-4}$	α	E_F	E_F / E	x (Ohm)
0,00496	925	4	140	66 600	0,290	2,18
0,00982	464	6	154	46 600	0,207	1,40
0,01594	287	9	160	36 300	0,172	1,11
[0,02131	215	11	154	39 100	0,180	1,17]

Also:

$$\left. \begin{aligned} E'_F : E''_F : E'''_F &= 66,6 : 46,6 : 36,3, \quad \times \\ \frac{1}{\sqrt{C'}} : \frac{1}{\sqrt{C''}} : \frac{1}{\sqrt{C'''}} &= 44,9 : 31,9 : 25,1, \\ &= 66,6 : 47,4 : 37,2. \quad \times \end{aligned} \right\}$$

Ändert man bei konstantem w gleichzeitig P_0 und C so, daß $P_0^2 \cdot C$ konstant bleibt, so verhalten sich die Funkenenergien umgekehrt wie die Wurzeln aus den Kapazitäten. Der Funkenwiderstand nimmt auch hier ab mit wachsender Kapazität.

Hier bleibt zwar die mittlere Stromstärke konstant entsprechend der schon früher benutzten Formel:

$$\bar{i} = f\left(\frac{Q}{w}\right) \frac{P_0 C}{\sqrt{Q C}},$$

welche für $P_0^2 C = \text{konst.}$ liefert:

$$\bar{i} = f\left(\frac{Q}{w}\right) \frac{\text{konst.}}{\sqrt{C}} \cdot \frac{C}{\sqrt{Q C}}.$$

Der Funkenwiderstand mußte aber trotzdem abnehmen mit wachsender Kapazität und abnehmendem Anfangspotentiale, weil sowohl die Perioden der Schwingungen zunahm als auch die Funkenlänge abnahm.

Die früher gefundene Formel für die Funkenenergie:

$$E_F = I \cdot P_0 \sqrt{\frac{C}{Q}}$$

geht für den vorliegenden Fall:

$$P_0^2 \cdot C = \text{konst.}$$

über in:

$$E_F = \frac{\text{konst.}}{\sqrt{C}},$$

wie das Experiment fordert.

7. *Variation des Koeffizienten der Selbstinduktion.* Schließlich wurde noch ein Versuch angestellt, welcher die Abhängigkeit des Funkenwiderstandes und der Funkenenergie von dem Koeffizienten der Selbstinduktion aufklären sollte. Aus den früheren theoretischen Überlegungen geht ja hervor, daß eine alleinige Änderung dieses Koeffizienten der Selbstinduktion Q einen zweifachen Einfluß hat. Mit wachsendem Q wächst die Schwingungsdauer wie $\sqrt{Q}$, und die Dämpfung nimmt ab. Die Formel für die Funkenenergie:

$$E_F = I \left(\frac{Q}{w}\right) \cdot P_0^2 \cdot \sqrt{\frac{C}{Q}}$$

zeigt weiter, daß diese beiden Wirkungen sich zum Teil kompensieren müssen in Bezug auf die Funkenenergie. In welchem Sinne und wie weit dies geschieht, kann allein das Experiment zeigen. Höchstens könnte man noch aus dem Umstande, daß

in der allgemeinen Formel für den Dämpfungsexponenten bei der oszillatorischen Kondensatorentladung $\alpha = w/2 Q$ w und Q in derselben Potenz vorkommen und daß ferner, wie aus der Tab. 2 folgt, bei konstanter Kapazität und konstantem Anfangspotentiale die Funkenenergie etwas schneller abnimmt als $\sqrt{w}$ zunimmt, den Schluß ziehen, daß die Funktion $F(Q/w)$ einer höheren Potenz von Q/w proportional zu setzen ist als der $\frac{1}{2}$ ten. Hieraus und aus der allgemeinen Formel für E_F würde dann weiter folgen, daß bei alleiniger Änderung des Koeffizienten der Selbstinduktion die Funkenenergie etwas zunimmt, wenn jener Koeffizient zunimmt. Dementsprechend müßte auch der Funkenwiderstand etwas zunehmen mit wachsendem Q .

Dies bestätigt aber in der Tat das Experiment. Wurde nämlich in den gewöhnlich benutzten Entladungskreis mit dem Koeffizienten der Selbstinduktion $Q = 560 \cdot 10^{-25}$ elektrostatische Einheiten eine aus 20 quadratischen Windungen gebildete Spule mit dem Selbstinduktionskoeffizienten $Q = 1790 \cdot 10^{-20}$ elektrostatische Einheiten eingeschaltet, so daß nunmehr der Entladungskreis einen rund viermal größeren Koeffizienten der Selbstinduktion besaß, so war eine sehr geringe Abnahme der Bolometerausschläge zu beobachten. *Die Funkenenergie hatte also etwas zugenommen und damit auch der Funkenwiderstand.*

8. *Angenäherte Berechnung der Funkenenergie und des Funkenwiderstandes.* Die obigen Untersuchungen haben gezeigt, daß die beobachteten Tatsachen in befriedigender Weise durch die hier zu Grunde gelegten theoretischen Vorstellungen wiedergegeben werden. Als ihr praktisch wichtiges Resultat ist zu bezeichnen, daß die aufgestellten quantitativen Gesetze für die Funkenenergie es gestatten, die Funkenenergie und den Funkenwiderstand für nicht zu große Entladungspotentiale und nicht zu kleine Widerstände angenähert zu berechnen, falls die Funkenenergie in einem bestimmten Falle bekannt ist. So wurde unter 5. gezeigt, daß bei einem Entladungspotentiale:

$$P'_0 = 3700 \text{ Volt } (P'_\infty = 670 \text{ Volt})$$

und einer Kapazität:

$$C' = 0,00496 \text{ Mikrof.}$$

sich die Funkenenergie als Funktion des Widerstandes w darstellen läßt in der Form:

$$E_F(w) = E' - 317 \cdot \frac{w}{w + 1,75}.$$

wo

$$E' = \frac{P_0'^2 - P_\infty'^2}{2} \cdot C' = 328,4$$

war und die Energie in 10^3 Erg, der Widerstand in Ohm gerechnet wurde. Hieraus, sowie nach dem allgemeinen Gesetze für konstanten Widerstand:

$$E_F = \text{konst. } P_0^2 \sqrt{C}$$

bestimmt sich die Funkenenergie für beliebige Werte der Anfangsspannung P_0 , der Kapazität C und des Widerstandes w nach der Gleichung:

$$E_F(w, P_0, C) = E_F(w, P_0', C') \frac{P_0^2 \sqrt{C}}{P_0'^2 \sqrt{C'}}.$$

Da sowohl die Proportionalität der Funkenenergie mit P_0^2 , als auch ihre Unabhängigkeit von dem Koeffizienten der Selbstinduktion, wie sie in den letzten Formeln angenommen wird, nur angenähert der Wirklichkeit entspricht, so kann diese Berechnung auch nur angenähert gültig sein. Die Abhängigkeit der Funkenenergie von der Kapazität wird offenbar eine andere, als oben angenommen wurde, für sehr kleine Widerstände w im Schließungskreise. Mit w wird ja auch der Koeffizient der Selbstinduktion und damit die Schwingungsdauer unendlich klein. Folglich wird nach unseren früheren Überlegungen der Arbeitsfaktor $\cos \varphi$ den konstanten Wert 1 annehmen, oder die Funkenenergie wird proportional der Kapazität in Übereinstimmung damit, daß für $w = 0$ die gesamte entladene Energie gleich $\frac{1}{2}(P_0^2 - P_\infty^2) \cdot C$ im Funken auftritt. Die Berechnung wird ferner nach dem früheren falsch für Kapazitäten, welche größer als etwa 0,0159 Mikrof. sind. — Der gesuchte Funkenwiderstand ist dann:

$$x = w \cdot \frac{E_F}{E - E_F} \text{ (Ohm)}.$$

9. *Abhängigkeit der Funkenenergie und des Funkenwiderstandes von anderen Größen.* Zum Schlusse dieser Betrachtungen sei noch besonders hervorgehoben, daß auch eine Abhängigkeit der Funkenenergie und des Funkenwiderstandes von der Form und Substanz der Elektroden, sowie von dem Drucke, der Temperatur und der chemischen Natur des umgebenden Gases vorhanden ist. Bei der hier vertretenen Auffassung des oszillierenden Funkens als eines Wechselstromlichtbogens ist eine solche Abhängigkeit besonders von der Substanz der Elektroden von vornherein zu erwarten, da ja im Lichtbogen der an den Elektroden gebildete Metaldampf eine wichtige Rolle spielt. Kaufmann (l. c.) fand z. B., daß die Funkenwärme 0,54 mal größer ist, wenn die Funken zwischen Messingkugeln, als wenn sie zwischen Zinkkugeln übergehen, und gelegentlich angestellte, mehr qualitative Versuche zeigten deutlich, daß auch die hier gemessene Größe E_F bei Benutzung von Kohleelektroden stets größer ist als bei Anwendung von Zinkelektroden. Doch wurden die Verhältnisse nicht weiter untersucht, und die obigen Messungen gelten daher nur für den Fall, daß die Funken übergehen zwischen Zinkkugeln von 0,9 cm Radius in Luft von gewöhnlichem Drucke und Zimmertemperatur.

§ 2. Diskussion der Messungen im sekundären Kreise.

1. Die *Theorie der Teslaströme* wurde fast gleichzeitig aufgestellt von Oberbeck¹⁾ und Domalip und Koláček.²⁾ Diese Theorie behandelt die in der Praxis gewöhnlich benutzte Anordnung mit großer Selbstinduktion und kleinem Ohmschen Widerstande und zwar besonders den wichtigen Fall der Resonanz, wo auch im sekundären Kreise eine Kapazität sich befindet. Dabei werden in erster Annäherung die höheren Potenzen des Widerstandes vernachlässigt. W. Wien³⁾ gab dann die allgemeine Theorie der elektrischen Schwingungen.

Quantitative Messungen und eine Vergleichung derselben mit der vereinfachten Theorie nahm vor allem Boynton⁴⁾ vor.

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. 55. p. 623. 1895.

2) K. Domalip u. F. Koláček, Wied. Ann. 57. p. 731. 1896.

3) W. Wien, Wied. Ann. 61. p. 151. 1897.

4) Boynton, Phil. Mag. (5) 46. p. 312. 1898.

Er beobachtete die effektiven Stromstärken im primären und sekundären Kreise, die maximalen Spannungen im primären und sekundären Kreise, die effektiven Spannungen im sekundären Kreise und schließlich die Periode der Schwingungen, die er aus den Funkenphotogrammen ermittelte. Doch ist die Genauigkeit dieser Messungen keine sehr große. Die Größenordnung des Funkenwiderstandes wird zu 10—100 Ohm berechnet.

Die erwähnte vereinfachte Theorie war für das hier untersuchte System mit kleiner Selbstinduktion und großem Ohmschen Widerstande besonders im sekundären Kreise nicht mehr brauchbar. Hr. Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Riecke hatte die große Freundlichkeit, mir eine von ihm früher ausgearbeitete, aber nicht veröffentlichte strengere Theorie der Teslaschwingungen zur Verfügung zu stellen, an die ich mich im folgenden eng anschließen konnte.

Ist K die Kapazität der Leydener Flasche, deren äußere Belegung zur Erde abgeleitet ist, während die innere auf das Potential P_i geladen wird, sind e_i und e_a die Ladungen, welche wir als gleich groß annehmen, bezeichnen ferner i_1 und i_2 die Stromstärken im primären und sekundären Kreise, w_1 und w_2 die Widerstände, Q_1 und Q_2 die Koeffizienten der Selbstinduktion und schließlich Q_{12} den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion zwischen der primären und sekundären Spirale, so liefert das allgemeine Induktionsgesetz die folgenden beiden Gleichungen:

$$(1a) \quad i_1 w_1 = P_i - Q_1 \frac{d i_1}{d t} - Q_{12} \frac{d i_2}{d t},$$

$$(1b) \quad i_2 w_2 = - Q_{12} \frac{d i_1}{d t} - Q_2 \frac{d i_2}{d t}.$$

Diese gehen bei Benutzung der beiden allgemeinen Beziehungen:

$$e_i = K \cdot P_i = - e_a,$$

$$i_1 = - \frac{d e_i}{d t} = + \frac{d e_a}{d t}, \quad K \cdot \frac{d P_i}{d t} = - i$$

über in:

$$(2) \quad \begin{cases} w_1 \frac{d i_1}{d t} = - \frac{i_1}{K} - Q_1 \frac{d^2 i_1}{d t^2} - Q_{12} \frac{d^2 i_2}{d t^2}, \\ w_2 i_2 = - Q_{12} \frac{d i_1}{d t} - Q_2 \frac{d i_2}{d t}. \end{cases}$$

Aus ihnen folgt bei Elimination von i_1 die Differentialgleichung dritter Ordnung für i_2 :

$$(Q_1 Q_2 - Q_{12}^2) \frac{d^3 i_2}{dt^3} + (w_1 Q_2 + w_2 Q_1) \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \left(\frac{Q_2}{K} + w_1 w_2 \right) \frac{d i_2}{dt} + \frac{w_2}{K} \cdot i_2 = 0.$$

Genau dieselbe Gleichung ergibt sich für i_1 bei Elimination von i_2 . Die Ströme im primären und sekundären Teslakreise hängen also in derselben Weise ab von der Zeit und unterscheiden sich nur in Amplitude und Phase. Dividieren wir die letzte Gleichung mit $Q_1 Q_2$, so ergibt sich:

$$\left(1 - \frac{Q_{12}^2}{Q_1 Q_2} \right) \frac{d^3 i_2}{dt^3} + \left(\frac{w_1}{Q_1} + \frac{w_2}{Q_2} \right) \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \left(\frac{1}{Q_1 K} + \frac{w_1}{Q_1} \cdot \frac{w_2}{Q_2} \right) \frac{d i_2}{dt} + \frac{1}{Q_1 K} \cdot \frac{w_2}{Q_2} \cdot i_2 = 0.$$

Setzen wir $i_2 = F \cdot e^{\kappa t}$, so ergibt sich zur Bestimmung von κ die Gleichung dritten Grades:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(1 - \frac{Q_{12}^2}{Q_1 Q_2} \right) \kappa^3 + \left(\frac{w_1}{Q_1} + \frac{w_2}{Q_2} \right) \kappa^2 \\ & + \left(\frac{1}{Q_1 K} + \frac{w_1}{Q_1} \cdot \frac{w_2}{Q_2} \right) \kappa + \frac{1}{Q_1 K} \cdot \frac{w_2}{Q_2} \end{aligned} \right\} = 0.$$

Wir führen endlich noch die Bezeichnungen ein:

$$\frac{w_1}{Q_1} = \alpha, \quad \frac{w_2}{Q_2} = \beta, \quad \frac{1}{Q_1 K} = \gamma, \\ 1 - \frac{Q_{12}^2}{Q_1 Q_2} = \frac{1}{1 + \delta}, \quad \delta = \frac{Q_{12}^2}{Q_1 Q_2 - Q_{12}^2}.$$

Die Gleichung für κ wird dann:

$$\kappa^3 + (\alpha + \beta)(1 + \delta)\kappa^2 + (\alpha\beta + \gamma)(1 + \delta)\kappa + \beta\gamma(1 + \delta) = 0.$$

Setzen wir die Wurzeln dieser Gleichung an in der Form:

$$\kappa_1 = -a + ib, \quad \kappa_2 = -a - ib, \quad \kappa_3 = -c,$$

so ist das allgemeine Integral unserer Differentialgleichung:

$$i_2 = A \cdot e^{\kappa_1 t} + B e^{\kappa_2 t} + C \cdot e^{\kappa_3 t} \\ = e^{-a t} (A \cos b t + B \sin b t) + C \cdot e^{-c t},$$

wo zwischen den A, B, Γ und den A, B, C die Beziehungen gelten:

$$A = A + B, \quad A = \frac{A - iB}{2},$$

$$B = i(A - B), \quad B = \frac{A + iB}{2},$$

$$C = \Gamma, \quad \Gamma = C.$$

Während nun die früher erwähnte vereinfachte Theorie bei kleinen Widerständen und großen Selbstinduktionen unter Vernachlässigung der Produkte, Quadrate und höheren Potenzen der Widerstände w_1 und w_2 und der Dämpfungsexponenten a und c leicht mit Hülfe der bekannten Beziehungen zwischen Koeffizienten und Wurzeln der kubischen Gleichung verhältnismäßig einfache Formeln für die Größen a, b, c erhält und damit auch für die Konstanten A, B, C etc., ist dies hier nicht mehr der Fall. Die Formeln werden recht kompliziert und unübersichtlich, und muß auf einen geschlossenen Ausdruck für die zu berechnende Wärme im sekundären Kreise, welcher nur die direkt zu messenden oder zu berechnenden Konstanten des Systems enthält, von vornherein verzichtet werden. — Die strenge Lösung der Bestimmungsgleichung für x gelingt leicht mit Hülfe der Cardauschen Formeln. Bringen wir die Gleichung durch den Ansatz:

$$x = x - \frac{(\alpha + \beta)(1 + \delta)}{3}$$

auf die Form:

$$x^3 - 3px + 2q = 0,$$

wo:

$$3p = \left\{ \frac{(\alpha + \beta)^2(1 + \delta)}{3} - (\alpha\beta + \gamma) \right\} (1 + \delta),$$

$$2q = \left\{ \frac{2(\alpha + \beta)^3(1 + \delta)^2}{27} - \frac{(\alpha + \beta)(\alpha\beta + \gamma)(1 + \delta)}{3} + \beta\gamma \right\} \cdot (1 + \delta)$$

zu setzen ist, und setzen wir ferner:

$$M^3 = -q + \sqrt{q^2 - p^3},$$

$$N^3 = -q - \sqrt{q^2 - p^3},$$

so ist, falls die Bedingung $q^2 > p^3$ erfüllt ist:

$$x_1 = -\frac{M+N}{2} + i\sqrt{3} \cdot \frac{M-N}{2},$$

$$x_2 = -\frac{M+N}{2} - i\sqrt{3} \cdot \frac{M-N}{2},$$

$$x_3 = M+N,$$

oder auch:

$$x_1 = -a + ib = -\frac{M+N}{2} - \frac{(\alpha+\beta)(1+\delta)}{3} + i\sqrt{3} \cdot \frac{M-N}{2},$$

$$x_2 = -a - ib = -\frac{M+N}{2} - \frac{(\alpha+\beta)(1+\delta)}{3} - i\sqrt{3} \cdot \frac{M-N}{2},$$

$$x_3 = -c = M+N - \frac{(\alpha+\beta)(1+\delta)}{3}.$$

Zur Bestimmung der Konstanten A, B, C oder A, B, Γ haben wir die drei Anfangsbedingungen:

$$t=0: i_1 = 0, \quad i_2 = 0, \quad P_i = P_0$$

und die drei Gleichungen:

I. das allgemeine Integral:

$$i_2 = e^{-at}(A \cos bt + B \sin bt) + C \cdot e^{-ct},$$

II. aus den Gleichungen (1) durch Elimination von di_1/dt (erhalten):

$$i_1 w_1 = P_i + \frac{Q_1}{Q_{12}} \left(i_2 w_2 + Q_2 \frac{di_2}{dt} \right) - Q_{12} \cdot \frac{di_2}{dt},$$

III. die vorige Gleichung nach einmaliger Differentiation nach der Zeit und Elimination von di_1/dt mit Hülfe von (1b):

$$\left. \begin{aligned} & -\frac{w_1}{Q_{12}} \left(i_2 w_2 + Q_2 \frac{di_2}{dt} \right) + \frac{i_1}{K} \\ & -\frac{Q_1}{Q_{12}} \left(w_2 \frac{di_2}{dt} + Q_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} \right) + Q_{12} \frac{d^2 i_2}{dt^2} \end{aligned} \right\} = 0.$$

Für $t=0$ gehen diese Gleichungen über in:

$$(I') \quad A + C = 0,$$

$$(II') \quad \frac{P_0}{Q_{12}} + \frac{1}{\delta} \left(\frac{di_2}{dt} \right)_{t=0} = 0,$$

$$(III') \quad (\alpha + \beta) \left(\frac{di_2}{dt} \right)_{t=0} + \frac{1}{1+\delta} \left(\frac{d^2 i_2}{dt^2} \right)_{t=0} = 0$$

oder, wenn man einsetzt:

$$\left(\frac{di_2}{dt}\right)_{t=0} = -aA + bB - cC,$$

$$\left(\frac{d^2i_2}{dt^2}\right)_{t=0} = A(a^2 - b^2) - 2Bab + Cc^2,$$

in:

$$(I'') \quad A + C = 0,$$

$$(II'') \quad -aA + bB - cC = -\frac{P_0 \delta}{Q_{12}},$$

$$(III'') \quad A(a^2 - b^2) - 2abB + c^2C = +\frac{P_0 \delta}{Q_{12}}(\alpha + \beta)(1 + \delta).$$

Hieraus folgt:

$$(3) \quad C = -A,$$

$$(2) \quad B = -\frac{P_0 \delta}{Q_{12}b} + A \cdot \frac{a-c}{b},$$

$$(1) \quad A = -\frac{P_0 \delta}{Q_{12}} \{(\alpha + \beta)(1 + \delta) - 2a\} \cdot \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2 - 2ac}.$$

Die bei einer Entladung im sekundären Kreise entwickelte Wärme ist gegeben durch den Ausdruck:

$$\begin{aligned} T &= w_2 \int_0^\infty i_2^2 dt \\ &= w_2 \int_0^\infty \{A^2 e^{2\kappa_1 t} + B^2 e^{2\kappa_2 t} + \Gamma^2 e^{2\kappa_3 t} \\ &\quad + 2AB \cdot e^{(\kappa_1 + \kappa_2)t} \\ &\quad + 2A\Gamma \cdot e^{(\kappa_1 + \kappa_3)t} \\ &\quad + 2B\Gamma \cdot e^{(\kappa_2 + \kappa_3)t}\} dt. \end{aligned}$$

Diesen Ausdruck berechnen wir, indem wir die Summanden in folgender Weise zusammenfassen:

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} &\int (A^2 e^{2\kappa_1 t} + B^2 e^{2\kappa_2 t}) dt \\ &= \frac{A^2 \cdot e^{2\kappa_1 t}}{2\kappa_1} + \frac{B^2 \cdot e^{2\kappa_2 t}}{2\kappa_2} = \frac{A^2 \kappa_2 e^{2\kappa_1 t} + B^2 \kappa_1 e^{2\kappa_2 t}}{2\kappa_1 \kappa_2} \\ &= \frac{e^{-2at}}{2(a^2 + b^2)} \left\{ [A^2(-a - ib) + B^2(-a + ib)] \cos 2bt \right\} \\ &\quad + i[A^2(-a - ib) - B^2(-a + ib)] \sin 2bt \left\{ \right. \\ &= \frac{e^{-2at}}{4(a^2 + b^2)} \left\{ [(B^2 - A^2)a - 2ABb] \cos 2bt \right\} \\ &\quad + [(A^2 - B^2)b - 2ABa] \sin 2bt \left\{ \right. \\ &\int_0^\infty (A^2 e^{2\kappa_1 t} + B^2 e^{2\kappa_2 t}) dt = \frac{(A^2 - B^2)a + 2ABb}{4(a^2 + b^2)}. \end{aligned} \right.$$

$$(2) \quad \int_0^{\infty} \Gamma^2 e^{2x_2 t} dt = - \left| \frac{C^2 \cdot e^{-2ct}}{2c} \right|_0^{\infty} = \frac{C^2}{2c}.$$

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} 2 \int_0^{\infty} A B e^{(x_1 + x_2) t} dt &= \frac{2AB}{x_1 + x_2} \left[e^{(x_1 + x_2) t} \right]_0^{\infty} \\ &= \frac{2(A^2 + B^2)}{4} \cdot \frac{1}{-2a} \left[e^{-2at} \right]_0^{\infty} \\ &= \frac{A^2 + B^2}{4a}. \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} &2 \int (A \Gamma e^{(x_1 + x_2) t} + B \Gamma e^{(x_2 + x_3) t}) dt \\ &= 2 \Gamma \left(A \frac{e^{(x_1 + x_2) t}}{x_1 + x_2} + B \frac{e^{(x_2 + x_3) t}}{x_2 + x_3} \right) \\ &= 2C \frac{e^{-(a+c)t}}{(a+c)^2 + b^2} \left\{ [A(-a - ib - c) + B(-a + ib - c)] \cos bt \right. \\ &\quad \left. + i[A(-a - ib - c) - B(-a + ib - c)] \sin bt \right\} \\ &= 2C \frac{e^{-(a+c)t}}{(a+c)^2 + b^2} \left\{ -(aA + bB + cA) \cos bt \right. \\ &\quad \left. + (bA - B(a+c)) \sin bt \right\} \\ &2 \int_0^{\infty} (A \Gamma e^{(x_1 + x_2) t} + B \Gamma e^{(x_2 + x_3) t}) dt \\ &= 2C \cdot \frac{(a+c)A + bB}{(a+c)^2 + b^2}. \end{aligned} \right.$$

Also ist:

$$\begin{aligned} T = w_2 \left\{ &\frac{(A^2 - B^2)a + 2ABb}{4(a^2 + b^2)} \right. \\ &+ \frac{C^2}{2c} + \frac{A^2 + B^2}{4a} \\ &\left. + 2C \cdot \frac{(a+c)A + bB}{(a+c)^2 + b^2} \right\}. \end{aligned}$$

Diese Berechnung setzt zunächst einen zeitlich konstanten Widerstand im Entladungskreise voraus. Bei der geringen Rückwirkung der Ströme im sekundären Kreise auf die im primären in dem hier untersuchten Systeme wird es erlaubt sein, den im vorigen Abschnitte definierten mittleren Funkenwiderstand direkt zu benutzen, d. h. den nach den dort gefundenen Gesetzen, ohne Rücksicht auf den induzierten Kreis berechneten mittleren Funkenwiderstand der Berechnung der Energie im sekundären Kreise zu Grunde zu legen.

Eine Voraussetzung der entwickelten Theorie, die nach unseren Messungen nicht erfüllt ist, ist die, daß die Oszillationen solange andauern, bis die Entladung beendet ist, bis also die Potentialdifferenz zwischen den Belegen der Kapazität den Wert Null erreicht hat. Hierbei ist zu beachten, daß die unmittelbar nach einer jeden Entladung beobachteten Spannungen P_∞ mit der gewöhnlichen Rückstandsbildung nicht zu erklären sind; denn ein allmähliches Anwachsen dieser Spannungen nach der Entladung war nicht wahrzunehmen. Läge die gewöhnliche Rückstandsbildung vor, so nähme die den Rückstand bildende Elektrizität nicht an den Oszillationen teil, und man hätte als Anfangsspannung P_0 einfach die Differenz der aus der Länge des Entladungsfunkens bestimmten Entladungsspannung und der nach der Entladung beobachteten Spannung P_∞ in Rechnung zu bringen. Im vorliegenden Falle wäre es dagegen nötig, zur Vermeidung eines Fehlers die Integration über $i_2^2 w_2$ nicht bis $t = \infty$ zu erstrecken, sondern bis zu einer Zeit $\mathcal{T}$ gleich dem ganzen Vielfachen einer Periode, zu welcher die Potentialdifferenz zwischen den Belegen der Leydener Flasche gleich der nach der Entladung beobachteten ist. Diese Zeit $\mathcal{T}$ wäre aus den für jene Potentialdifferenz geltenden Gleichungen, die den oben benutzten für die Ströme ganz ähnlich sind, zu berechnen. Hierbei wäre die Annahme gemacht, daß jede einzelne Schwingung zu ihrer Entstehung eine der beobachteten Anfangsspannung P_0 durchaus entsprechende Minimalspannung nötig hat und daß also die nach der Entladung beobachtete Spannung P_∞ nicht mehr genügt hat, einer weiteren Oszillation durch die sich abkühlende Luftstrecke den Weg zu bahnen. Da jedoch die beobachteten Werte für P_∞ oft recht große, völlig unaufgeklärte Abweichungen voneinander zeigen, die sich in den entsprechenden Kurven für die α durchaus nicht bemerklich machen, so wird hier davon Abstand genommen, jene Korrektur anzubringen. In der Tat beträgt auch die in dem Kondensator zurückbleibende Energie höchstens 3 Proz. der anfänglichen. Mit wachsen dem P_0 nimmt sie etwas langsamer zu als P_0^2 .

2. *Die Konstanten des untersuchten Systems.* Ehe wir zur Berechnung der im sekundären Kreise entwickelten Wärme nach den oben hergeleiteten Formeln übergehen, ist es nötig,

über die experimentelle oder rechnerische Bestimmung der Konstanten des untersuchten Systems einige Worte zu sagen. Experimentell bestimmt wurden die Anfangs- und Endspannung P_0 und P_∞ , die Kapazität und der Widerstand. Die Bestimmungen der Spannungen ist schon früher genau erörtert. Die Bestimmung der Kapazität geschah durch Vergleichung mit einer Normalkapazität, indem beide, die zu eichende und die Normalkapazität, nacheinander unter denselben Umständen mit Hülfe eines elektrisch erregten Stimmgabelunterbrechers abwechselnd schnell geladen und durch ein Galvanometer entladen wurden. Der am Galvanometer beobachtete dauernde Ausschlag ist der Kapazität proportional. Die Bestimmung des Widerstandes endlich geschah nach der bei kleinen Widerständen gewöhnlich benutzten Methode durch Vertauschung. Ein Element war kurz geschlossen durch ein Galvanometer, und parallel zum Galvanometer war entweder der zu messende oder ein bekannter Vergleichswiderstand eingeschaltet. Die beiden Widerstände sind gleich, wenn bei ihrer Vertauschung der Ausschlag des Galvanometers sich nicht ändert.

Die sehr schnellen Schwingungen, wie sie bei Kondensatorentladungen auftreten, machen eine *Korrektion* an dem mit Gleichstrom oder langsamen Wechselströmen bestimmten Widerstande nötig. Nach den Formeln von W. Thomson und Stefan ist der Widerstand eines geraden Drahtes mit dem Radius α , der magnetischen Permeabilität μ und der elektromagnetisch gemessenen Leitfähigkeit λ , der für Gleichstrom den Widerstand w besitzt, für schnelle Schwingungen mit der Periode $1/n$:

$$w' = w \cdot \pi \alpha \sqrt{n \cdot \lambda \cdot \mu}.$$

Es ist jedoch zu beachten, daß diese Formel nur dann anwendbar ist, wenn das Produkt $\lambda \mu n \alpha^2$ eine große Zahl ist. Ein Maß für die Verteilung der Strömung über den Querschnitt des Leitungsdrahtes ist der Ausdruck:

$$1 + \pi^2 \mu^2 n^2 \lambda^2 \cdot \rho^4,$$

wo ρ den Abstand einer Schicht von der Mittellinie des Drahtes, also im Maximum den Radius α desselben bedeutet.¹⁾ Ist dieser Ausdruck gleich Eins, so ist die Strömung gleichförmig über

1) Vgl. z. B. E. Cohn, Das elektromagnetische Feld p. 355 ff.

den Querschnitt des Drahtes verbreitet, und der Widerstand für schnelle Schwingungen ist gleich dem für langsame. Dieser Fall tritt ein bei den hier als Bolometerdraht und Vorschaltwiderstand benutzten feinen Platindrähten mit dem Radius 0,003 cm. Für $n = 10^6$ und $1/\lambda = \sigma = 14\,000$ ($\mu = 1$) ist nämlich

$$1 + \pi^4 \mu^2 \lambda^2 n^2 \cdot \alpha^4 = 1 + \frac{\pi^4 \cdot 10^{12} \cdot 81 \cdot 10^{-12}}{14\,000^2}$$

sehr nahe = 1.

Die *Berechnung der Induktionskoeffizienten* geschah nach den von Kirchhoff¹⁾ zuerst angegebenen Formeln. Eine Korrektur der so gefundenen Werte wegen der sehr schnellen elektrischen Schwingungen nach der Thomson-Stefanschen Formel konnte vernachlässigt werden.

3. In der nachfolgenden Tabelle sind einige der nach den aufgestellten Formeln berechneten Werte der im sekundären Kreise entwickelten Wärme mitgeteilt und den entsprechenden beobachteten Werten gegenübergestellt. Es sind ferner angegeben die bei der Berechnung benutzten mittleren Funkenwiderstände x . Die Vergleichung der berechneten und beobachteten Energien zeigt eine wohl durchaus befriedigende Übereinstimmung.

<i>K</i> Mikrof.	$w_1 = w' + x$			<i>T</i> (Erg)	
	w' (Ω)	x (Ω)	P_0 Volt	berechnet	beobachtet
0,00496	0,43	1,483	3700	12 170	12 400
0,00496	1,535	1,74	5000	13 380	13 450
0,00496	5,28	2,01	8780	17 790	18 600
0,00496	15,11	2,30	9800	9 360	9 300

1) G. Kirchhoff, Gesammelte Abhandl. p. 177.

(Eingegangen 23. September 1903.)