**7. Methode der Querströme
und die Leitfähigkeit in durchströmten Gasen;
von J. Stark.**

Bereits in früheren Arbeiten¹⁾ habe ich Versuche über Querleitung in durchströmten Gasen angestellt, um über die räumliche Verteilung der Leitfähigkeit Aufschluss zu erhalten. Da mir eine genaue Untersuchung der gewöhnlichen leuchtenden Entladung in verdünnten Gasen in dieser Richtung wichtig erschien, so stellte ich im vergangenen Winter entsprechende orientirende Versuche an und gab die Anregung zu weiteren Versuchen mit einem vorteilhafteren Verfahren. Da meiner Anregung nicht entsprochen wurde, wollte ich im bevorstehenden Winter die geplante Untersuchung selbst in die Hand nehmen; vorläufige Mitteilungen²⁾ über meine Versuche und gewisse theoretische Ueberlegungen liess ich in der „Physikalischen Zeitschrift“ erscheinen. Nun ist unterdessen von H. A. Wilson³⁾ eine Untersuchung von der beabsichtigten Art erschienen. Dies veranlasst mich, meine damaligen Resultate und die theoretischen Ueberlegungen, die ich daran knüpfte, ausführlich und ergänzt mitzuteilen.

I. Methode der Querströme.

1. *Zweck und Wesen der Methode.* — In linearen Leitern, die durchaus gleichmässig beschaffen sind, wird der Widerstand r zwischen zwei Querschnitten direct oder indirect aus der Grösse e/i oder $\partial e/\partial i$ (e Spannungsdifferenz, i Stromstärke) bestimmt; aus dem Gesamt Widerstand zwischen den

1) J. Stark, Wied. Ann. **68**. p. 942. 1899; Ann. d. Phys. **2**. p. 64. 1900.

2) J. Stark, Physikal. Zeitschr. **1**. p. 431 u. 439. 1900.

3) H. A. Wilson, Phil. Mag. (5) **49**. p. 514. 1900.

zwei Querschnitten lässt sich dann unter Berücksichtigung der Dimensionen des Leiters (q Querschnitt, l Länge) die spezifische Leitfähigkeit berechnen ($r = [l/\lambda \cdot q]$).

Ist in einem Leiter die spezifische Leitfähigkeit räumlich variabel, treten aber keine inneren elektromotorischen Kräfte von zu berücksichtigender Grösse in ihm auf, so lässt sich auch dann noch der Gesamtwiderstand zwischen zwei Querschnitten

$$\left(r = \frac{1}{q} \int_0^l \frac{dl}{\lambda} \right)$$

nach den üblichen Methoden bestimmen; aber aus ihm lässt sich nicht mehr eine spezifische Leitfähigkeit berechnen, da diese ja variabel ist.

Wenn in einem durchströmten Leiter aus irgend einem Grund unabhängig von der äusseren elektromotorischen Kraft Spannungsdifferenzen von unbekannter Grösse auftreten, dann darf der Widerstand zwischen zwei Querschnitten nicht mehr aus e/i oder $\partial e/\partial l$ bestimmt, noch die Leitfähigkeit umgekehrt proportional dem Gefälle gesetzt werden.

Um nun für den Fall, dass die Leitfähigkeit räumlich variabel ist, insbesondere infolge des Durchganges eines Stromes, und für den Fall, dass innere Spannungsdifferenzen auftreten, Leitfähigkeiten an verschiedenen Stellen eines durchströmten flüssigen oder flächenhaften, festen Leiters zu vergleichen, kann man sich der Methode der Querströme bedienen. Diese besteht wesentlich in Folgendem.

Man bringt an zwei Punkte einer Niveaufläche des durchfliessenden Stromes, an denen man die Leitfähigkeit kennen lernen will, zwei punktförmige Elektroden; diese verbindet man durch eine Gleichstrom- (oder Wechselstrom-)quelle und ein empfindliches Galvanometer. Die verschiedenen Stromstärken, die man für verschiedene Niveauflächen am Galvanometer abliest, lassen dann die Leitfähigkeiten miteinander vergleichen, die an den entsprechenden Stellen des Leiters herrschen.

2. *Theorie der Methode.* — Ein durchströmter Leiter soll cylindrische Form haben; die Stromlinien laufen dann parallel seiner Axe, und die Niveauflächen sind Querschnitte, die auf

der Axe senkrecht stehen. An zwei Punkte einer Niveaufläche in einem Axenschnitt des Cylinders sollen in gleichen Abständen von der Axe zwei punktförmige Elektroden gebracht werden; diesen sei eine elektromotorische Kraft zugeführt, die unabhängig ist von derjenigen, die längs des Cylinders wirkt.

Im stationären Zustand wird die Verteilung des Potentials Φ in dem Cylinder unter dem Einfluss der an seinen Enden wirkenden Kraft gegeben durch die Gleichungen

$$\Delta \Phi = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$$

(n innere Normale an dem Cylindermantel). Da die leitenden Querelektroden punktförmig sein sollen, gelten jene Gleichungen auch noch bei deren Anwesenheit.

Wirkt an den Querelektroden eine elektromotorische Kraft, so wird die von dieser im Innern des Cylinders hervorgebrachte Potentialverteilung durch die Gleichungen

$$\Delta \varphi = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$$

gegeben.

Sind nun die Endflächen des Cylinders den Querelektroden nicht sehr nahe und wirken gleichzeitig die elektromotorische Kraft des Längs- und diejenige des Querstromes, so wird die Potentialverteilung in der Umgebung der Querelektroden durch die Gleichungen

$$\Delta (\Phi + \varphi) = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial (\Phi + \varphi)}{\partial n} = 0$$

dargestellt. Ihr Typus wird gegeben durch die nachstehende Figur. In dieser bedeuten die ausgezogenen Linien Strom-

linien, die gestrichelten Niveaulinien. Wie man sieht, sind an den Querelektroden die Stromlinien und Niveaulinien deformiert.

Aus der einen Querelektrode selbst treten Stromlinien heraus und laufen nach der Kathode des Cylinders und umgekehrt dringen in die andere Querelektrode Stromlinien ein, die von der Cylinderanode herkommen. Die Niveaufläche, die durch die Querelektroden geht und eben ist, wenn an diesen die elektromotorische Kraft Null ist, wird doppelt gewölbt, wenn diese von Null verschieden ist.

Wir setzen zunächst voraus, dass bei Gegenwart und Abwesenheit des Querstromes die Grösse und Verteilung der Leitfähigkeit in der Nähe der Querelektroden dieselbe sei. Das Stromliniensystem, das sich unter dieser Voraussetzung ergibt, ist dann die Resultante aus dem System des Querstromes für sich und demjenigen des Längsstromes für sich gemäss den obigen Gleichungen. Die Stärke des Querstromes ist darum bei Gegenwart des Längsstromes ebenso gross wie bei dessen Abwesenheit, sie ist unter den gemachten Voraussetzungen unabhängig von dem Gefälle des Längsstromes; der Widerstand zwischen den Querelektroden, der sich aus deren Spannungsdifferenz und der Stärke des Querstromes bei Abwesenheit von Polarisation berechnen lässt, ist gerade so gross, wie derjenige, der sich für die betreffende Partie des Leiters bei Abwesenheit des Längsstromes ergäbe, vorausgesetzt nur, dass die Grösse und die Verteilung der Leitfähigkeit unverändert bliebe.

Bringt man also die Querelektroden auf verschiedene Niveauflächen des Längsstromes im Cylinder, lässt alle übrigen Verhältnisse ungeändert und bestimmt für die betreffenden Stellen die Stärken des Querstromes, so lassen sich die an diesen Stellen herrschenden Leitfähigkeiten mit dem Maass der Stromstärken miteinander vergleichen.

Ist E die elektromotorische Kraft, i die Stärke des Querstromes, r sein äusserer Widerstand, w der für ihn in Betracht kommende Widerstand zwischen den Querelektroden, so gilt bei Vernachlässigung von Polarisation

$$i w = E - i r \quad \text{und} \quad w_1 : w_2 \dots = \frac{1}{\lambda_1} : \frac{1}{\lambda_2} \dots = \frac{E - i_1 r}{i_1} : \frac{E - i_2 r}{i_2} \dots$$

Bringt man in den Cylinder an Stelle des untersuchten Leiters einen anderen von bekannter Leitfähigkeit λ' und bestimmt

das nunmehr für den Querstrom geltende w' , so ist die Leitfähigkeit des ersten Leiters

$$\lambda = \frac{\lambda' w'}{w}.$$

Die vorstehenden Betrachtungen und Folgerungen gelten auf Grund des Principes der Superposition der elektrischen Ströme auch noch für den Fall, dass im Cylinder innere elektromotorische Kräfte auftreten, wenn diese nur in der Richtung der Cylinderaxe wirken, also keine Spannungsdifferenz zwischen den Querelektroden hervorbringen. Sie gelten aber dann nicht mehr streng, wenn die zu untersuchende Leitfähigkeit von der Stromdichte abhängt. Dann ändert sich ihre Verteilung mit derjenigen der Stromlinien und ist darum bei einer Uebereinanderlagerung des Längs- und des Querstromes eine andere, als wenn nur die Linien des Längsstromes vorhanden sind. Dieser Umstand bewirkt zudem, dass bei der Uebereinanderlagerung infolge der Aenderung der Verteilung der Leitfähigkeit die Niveauflächen des Längsstromes für sich eine Deformation erfahren, sodass nicht mehr die Bedingung erfüllt ist, dass die Querelektroden auf einer Niveaufläche des Längsstromes zu liegen haben. Darum kann in dem Falle, dass die Leitfähigkeit eine Function der Stromdichte ist, die Methode der Querströme nur in erster Annäherung den Wert der Leitfähigkeit in der Nähe der Querelektroden liefern.

Wenn der Querstrom an seinen Elektroden Polarisation hervorbringt, so sind die obigen Formeln nicht mehr genau. Aber da nach unseren Erfahrungen die Polarisation mit der Stromstärke zunimmt, so dürfen wir immer noch schliessen, dass einer grösseren Querstromstärke eine grössere Leitfähigkeit an der untersuchten Stelle entspricht. Und wir können die Beobachtung der Querstromstärken an verschiedenen Stellen eines durchströmten Leiters wenigstens zur Orientirung über die räumliche Variation der Leitfähigkeit benutzen. Uebrigens kann man die störende Wirkung der Polarisation bei der Bestimmung der Leitfähigkeit mittels Querströme dadurch umgehen, dass man einen Wechselstrom anwendet; man wird sich dann am besten der Methode des Wheatstone'schen Vierecks bedienen, indem man die Querelektroden und das

zwischen ihnen liegende Leiterstück zu einer Seite des Vierecks macht.

3. *Praxis der Methode.* — Um die in den vorstehenden theoretischen Betrachtungen geforderten Verhältnisse soweit wie möglich zu verwirklichen und brauchbare Resultate zu erhalten, hat man bei der Anwendung der Methode folgendes zu beachten.

Der Abstand der Querelektroden soll im allgemeinen zwischen 0,5 und 2 cm liegen. Damit die Linien des Längsstromes eine möglichst geringe Deformation erleiden und die Leitfähigkeit durch die Gegenwart des Querstromes nicht geändert werde, soll dessen Stärke so klein sein, als überhaupt die Empfindlichkeit des Galvanometers bez. des Telephons und die Genauigkeit der Beobachtung zulassen.

Bei einem flächenhaften festen Leiter verwende man als Querelektroden Spitzen, die senkrecht aufzusetzen sind. In flüssige Leiter führe man sehr dünne isolirende Stifte ein, die als Seele einen Metalldraht enthalten, dessen Spitzen aus dem Isolator bis auf 1 mm frei als Querelektroden hervortreten.

Die Einstellung der Querelektroden auf eine Niveaufläche prüft man durch die Untersuchung, ob im Querstromkreis bei Ausschaltung seiner elektromotorischen Kraft die Stromstärke Null ist. Um den Einfluss einer nicht genauen Einstellung annähernd zu beseitigen, bestimme man die Stärke des Querstromes für seine zwei Richtungen und nehme daraus das Mittel.

Der Kreis des Querstromes und derjenige des Längsstromes haben sorgfältigst voneinander isolirt zu sein, abgesehen von ihrer Durchkreuzung an der Stelle der Querelektroden.

II. Querströme in durchströmten Gasen.

1. *Frühere Versuche und Resultate.* — W. Hittorf¹⁾ war der erste, der Versuche über Querleitung in verdünnten, durchströmten Gasen anstellte. Der Längsstrom wurde bei ihm von einer Hochspannungsbatterie geliefert; die Gassäule war

1) W. Hittorf, Wied. Ann. 7. p. 614. 1879.

ein Kreiscylinder; die Querelektroden, die senkrecht zu dessen Axe conaxial zu einander in das Gas tauchten, waren dünne Platindrähte. Hittorf stellte fest, dass schon eine kleine elektromotorische Kraft genügt, um einen Strom zwischen den Querelektroden zu unterhalten. Er begnügte sich in der Hauptsache mit dem Nachweis dieser Erscheinung und schloss aus ihr, dass ein durchströmtes Gas auch senkrecht zur Stromrichtung Leitfähigkeit besitze.

C. A. Mebius¹⁾ hat den Versuch Hittorf's unter Beibehaltung von dessen Methode (Hochspannungsbatterie, Querelektroden klein und nahe, kleine elektromotorische Kraft) mit dem gleichen Erfolg wiederholt. Um die Querleitung in verschiedenen Teilen der Entladung untersuchen zu können, richtete er die Kathode verschiebbar ein. Er fand folgendes: „Befanden sich die Sonden (Querelektroden) in der Nähe der Kathode in dem dunklen Kathodenraum, war der Ausschlag sehr klein, nur einige Scalenteile. An der negativen Glimmschicht nahm der Ausschlag bedeutend zu, und in dem Glimmlicht selbst betrug derselbe 500 Sct. oder mehr. In dem dunklen Raum zwischen dem negativen und positiven Licht war der Ausschlag etwas kleiner, aber jedenfalls ziemlich bedeutend, und im positiven Licht bekam man einen beinahe constanten Ausschlag von nahezu 50 Sct. Der Ausschlag ist natürlich von der Zahl der Elemente in der Bahn des Transversalstromes, sowie von der Stärke des Hauptstromes abhängig.“ Folgerungen aus seinen Beobachtungen zog Mebius nicht, er legte ihnen auch keinen Wert bei.

H. Hertz²⁾ fand, dass zwischen zwei nahen Elektroden eine (Bogen-)Entladung ausgelöst wird, wenn senkrecht dazu eine zweite Entladung mittels einer höheren Spannung erzwungen wird. Die Querelektroden waren bei ihm durch eine grössere Zahl von Elementen verbunden. Der Längsstrom wurde von einem Inductorium geliefert.

E. Wiedemann und H. Ebert³⁾ legten bei ihrer Unter-

---

1) C. A. Mebius, Wied. Ann. 59. p. 545. 1896.

2) H. Hertz, Wied. Ann. 19. p. 813. 1883.

3) E. Wiedemann u. H. Ebert, Wied. Ann. 35. p. 220. 1888.

suchung der Transversalleitung an die Längselektroden eine Influenzmaschine, an die Querelektroden ebenfalls eine Influenzmaschine oder eine Accumulatorenbatterie von 600 Zellen. Sie fanden, dass die Querentladung durch die Längsentladung erleichtert werde. Sie behaupten¹⁾, dass „innerhalb einer in eine primäre Entladung eintauchenden mit einer Elektrizitätsquelle verbundenen Funkenstrecke, also in der elektroluminescirenden Luft, keine Leitung im gewöhnlichen Sinne stattfindet“. Nach ihnen kommt die Erleichterung der Querentladung dadurch zu stande, dass durch die primäre Entladung die zur secundären notwendige Spannung herabgesetzt werde. E. Wiedemann²⁾ spricht von der Querleitung bei kleiner elektromotorischer Kraft als von einem „Elektricitätsverlust durch Zerstreuung“.

Eine eigene hierher gehörige Gruppe bilden die Versuche von A. Schuster³⁾ und S. Arrhenius.⁴⁾ Beide wollten nicht eine Querleitung in einem durchströmten Gas untersuchen, sondern die Leitung in einem Gas, das nur mit einem anderen durchströmten communicirt. Sie glaubten dies dadurch zu erreichen, dass sie innerhalb des Entladegefässes, aber ausserhalb der sichtbaren Bahn einer Inductoriumentladung, einen Strom zwischen zwei Elektroden von einer kleinen elektromotorischen Kraft unterhalten liessen.

S. Arrhenius glaubte, dass das von ultravioletttem Lichte bestrahlte oder phosphorescirende Gas eine Art elektrolytischer Leitfähigkeit annehme. A. Schuster suchte die Erklärung seines Versuches darin, dass von der primären Entladebahn leitfähige Teilchen in den Gasraum diffundiren, in dem sich die secundären Elektroden befinden.

In Wirklichkeit sind zweifellos gleichzeitig beide Momente wirksam, ausserdem aber zweigen sich auch in das Gebiet der secundären Elektroden Teile der Hauptentladung ab und beeinflussen hier die Leitfähigkeit.

---

1) l. c. p. 233.

2) l. c. p. 256.

3) A. Schuster, Proc. Roy. Soc. 42. p. 375. 1887.

4) S. Arrhenius, Wied. Ann. 32. p. 545. 1887.

Endlich sind noch zwei hierher gehörige Versuche besonderer Art anzuführen. Man kann sich die Frage vorlegen, wie die Leitfähigkeit eines Gases, das unabhängig von elektrischen Kräften aus irgend einem Grunde leitfähig ist, dadurch verändert wird, dass es von einem elektrischen Strom durchflossen wird.

W. Giese¹⁾ sandte senkrecht zu einem Strom, der durch leitende Flammengase floss, einen zweiten und fand, dass dieser durch die Anwesenheit des ersten geschwächt wurde. Die Erklärung dieser Erscheinung vermutete er darin, dass die positiven und negativen Ionen, welche die Leitung vermitteln, bei Anwesenheit elektrischer Kräfte schneller als bei Abwesenheit wieder zu elektrisch neutralen Teilchen zusammen-treten.

Als ich in dem verdünnten, erhitzten leitenden Gas einer Glühlampe zwischen zwei Metallelektroden einen Strom übergehen liess und senkrecht dazu einen zweiten, fand ich, dass der Querstrom vor der Anode stärker, vor der Kathode schwächer war, als wenn überhaupt kein Längsstrom floss.²⁾ In einer späteren Arbeit³⁾ erklärte ich diese Beobachtung damit, dass infolge der Verschiedenheit der Wanderungsgeschwindigkeiten der positiven und negativen Ionen an der Kathode eine Verminderung der leitfähigen Teilchen, an der Anode eine Vermehrung eintreten soll. Soweit sich diese Erklärung auf die Kathode bezieht, möchte ich sie beibehalten; die Erhöhung der Leitfähigkeit an der Anode möchte ich dagegen nicht auf die Verschiedenheit der Wanderungsgeschwindigkeiten zurückführen, sondern damit erklären, dass durch die im Längsstrom nach der Anode zu sich bewegenden negativen Teilchen infolge ihrer ionisirenden Wirkung die Leitfähigkeit erhöht werde.

2. *Neue Versuche.* — Wie eingangs bemerkt, stellte ich über die Querleitung durchströmter Gase neue Versuche an. Ich benutzte eine 30 cm lange, 3 cm weite cylindrische Röhre mit

---

1) W. Giese, Wied. Ann. 17. p. 253—256. 1882.

2) J. Stark, Wied. Ann. 68. p. 945. 1899.

3) J. Stark, Ann. d. Phys. 2. p. 62. 1900.

Scheibenelektroden aus Aluminium; senkrecht zu ihrer Axe waren in sie 5 Paare von Querelektroden eingeführt. Diese waren dünne Platindrähte mit Einschmelzglas bis auf 1 mm umhüllt, ihre Spitzen waren ungefähr 1 cm voneinander entfernt.

Die Querelektroden wurden verbunden durch eine Batterie von 5—10 Accumulatoren und ein empfindliches Galvanometer im Nebenschluss zu einem Rheostaten. Der ausserhalb der Röhre liegende Teil des Querstromes war von dem Längsstrom sorgfältig isolirt. Dieser, stetig für ein eingeschaltetes Telephon, wurde von einer Batterie von 2000 kleinen Accumulatoren geliefert.

Räumliche Variation der Stärke der Querströme.

Es zeigte sich zunächst, dass es schwer hält, die Querelektroden so zu stellen, dass durch sie kein Teil des Hauptstromes sich abzweigt, dass sie also genau auf einer Niveaufläche liegen. Es war dies in meinen Messungen nur bei einigen Elektrodenpaaren mit grosser Annäherung der Fall. Ferner dürfen die Querstromstärken verschiedener Elektrodenpaare nicht miteinander verglichen werden, da die Unterschiede in der Oberfläche und dem Abstand der Elektroden zu grossen Einfluss haben.

Um gleichwohl die Leitfähigkeiten von verschiedenen Stellen des durchströmten Gases miteinander vergleichen zu können, verfuhr ich folgendermaassen. Es wurde mit einem bestimmten Elektrodenpaar die Stärke des Querstromes, z. B. in einer leuchtenden positiven Schicht, bestimmt; dann wurde der Längsstrom umgekehrt und abermals mit demselben Elektrodenpaar, das aber nun zufällig in einer dunklen Schicht liegen mochte, die Stärke des Querstromes bestimmt.

Auf die vorstehende Weise wurden immer die Querstromstärken an je zwei Stellen der Entladung miteinander verglichen. Um sie an mehr Stellen miteinander in Beziehung setzen zu können, benutzte ich den Umstand, dass die Querstromstärke innerhalb der relativ langen, positiven Lichtsäule mit grosser Annäherung constant ist. So kam ich zu folgendem allgemeinen Resultat: *in den leuchtenden Räumen* (positive ungeschichtete Lichtsäule, positive leuchtende Schicht, negative

Glimmschicht) *ist die Stärke eines Querstromes immer grösser als in den unmittelbar benachbarten dunklen Räumen* (dunkle, positive Schicht, dunkler Trennungsraum, dunkler Kathodenraum)¹⁾; *im dunklen Kathodenraume ist sie am kleinsten, in der negativen Glimmschicht am grössten.*

Wie gesagt, wollte ich unter Benutzung der gemachten Erfahrungen eine Untersuchung der Querleitung mit verschiebbaren Elektroden ausführen lassen oder selbst in die Hand nehmen. Dieser Absicht ist nun H. A. Wilson²⁾ mit der bereits erwähnten, vor kurzem veröffentlichten Untersuchung von der geplanten Art zuvor gekommen. Er benutzte als Quelle für den Längsstrom ebenfalls eine Hochspannungsbatterie. Die elektromotorische Kraft des Querstromes war klein; die Querelektroden waren dünne, schmale Platinbleche; gegen sie liessen sich die Elektroden des Längsstromes verschieben.

Wilson's Resultate decken sich nun vollkommen mit den meinigen. Nach den Curven, die er von der Stärke des Querstromes an verschiedenen Stellen des Längsstromes giebt, ist diese am kleinsten im dunklen Kathodenraume, erreicht ein absolutes Maximum in der negativen Glimmschicht, fällt zu einem relativen Minimum in dem dunklen Trennungsraume und steigt in der positiven Lichtsäule wieder zu einem verflachten Maximum; bei deren Schichtung besitzt sie in den leuchtenden Partien relative Maxima, in den dunklen relative Minima.

Nur in einem Falle scheint eine Ausnahme von der oben angegebenen Regel vorzuliegen. Bei einer Curve, die Wilson giebt, ist das elektrische Leuchten auf eine dünne Schicht an der Anode und an der Kathode beschränkt und dazwischen liegt ein langer, dunkler Raum; die Stärke des Querstromes fällt in diesem Fall von der Kathode gegen die Anode zu sehr schnell zu einem relativen Minimum und erhebt sich dann wieder zu einem langgestreckten, verflachten relativen Maximum. Das ganze Aussehen der Entladung und der Umstand, dass sie Wilson bei ziemlich hoher Gasdichte erhielt, zeigen, dass

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 1. p. 433. 1900.

2) H. A. Wilson, Phil. Mag. (5) 49, p. 514—516. 1900.

man es hier mit der bei hohen Dichten auftretenden dunklen Entladung zu thun hat, in der das Gefälle in dem dunklen Raum an der Anode ein breites relatives Maximum, in seinem Ende an der Kathode ein relatives Minimum des Gefälles besitzt. Und ich habe bereits in einer früheren Arbeit¹⁾ darauf hingewiesen, dass man wahrscheinlich auch in diesem Falle längs dieses Maximums ein Strahlungsmaximum vor sich hat, das sich nur unserem Auge entzieht. Darum hat vermutlich auch in dieser scheinbaren Ausnahme die Stärke des Querstromes in dem „dunklen Strahlungsmaximum“ an der Anode ein relatives Maximum und in dem wirklich dunklen Trennungsraum zwischen der „dunklen positiven Lichtsäule“ und der dünnen Glimmschicht an der Kathode ein relatives Minimum.

Den Grund dafür, dass in den leuchtenden Räumen die Stärke des Querstromes grösser ist als in den dunklen, sieht Wilson darin, dass die von der Entladung erregte Strahlung an den Platinelektroden Ionisation bewirken soll. Ich vertrete, wie unten dargelegt ist, eine andere Ansicht.

Abhängigkeit der Querstromstärke von der Längsstromstärke.

Eine andere Frage bezüglich der Querleitung lässt sich mit feststehenden Querelektroden behandeln, das ist die Abhängigkeit der Stärke des Querstromes von derjenigen des Längsstromes. Ich habe diese im ungeschichteten positiven Licht in der angegebenen Weise untersucht, indem ich die Verhältnisse im Querstromkreis unverändert liess und die Stärke des Hauptstromes variierte. Ich fand folgendes. *Bleibt der Querschnitt der positiven Lichtsäule constant, so nimmt die Stärke des Querstromes proportional mit derjenigen des Längsstromes zu;* und zwar kann sie dieser proportional gesetzt werden, da die Gerade, welche diese Beziehung darstellt, nahezu durch die Stärke Null des Längsstromes läuft. Statt Stärke des Längsstromes ist indessen besser Dichte zu setzen.

Wie sehr die Stärke des Querstromes von der Dichte des Längsstromes an seinen Elektroden abhängt, fällt besonders

---

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **3.** p. 239. 1900.

bei relativ hoher Dichte des Gases auf, bei welcher der Querschnitt der positiven Lichtsäule sich leicht ändert, ohne dass dies im gleichen Maasse von der Stromstärke gilt. Sowie in diesem Falle der Querschnitt zu- oder abnimmt, wächst oder fällt bedeutend die Stärke des Querstromes.

Ich habe die Abhängigkeit der Stärke des Querstromes von der Längsstromstärke auch im dunklen Trennungsraum untersucht. Hier nimmt jene ebenfalls zu, wenn diese wächst, aber zuerst beträchtlich schwächer, dann etwas stärker als in der positiven Lichtsäule. Dies mag sich daraus erklären, dass mit wachsender Stromstärke die Strahlen des negativen Glimmlichtes, in dem ja die Stärke des Querstromes am grössten ist, sich ausdehnen und bis zu den Querelektroden vordringen.

III. Die Leitfähigkeit durchströmter Gase.

1. *Allgemeines.* — Es befestigt sich mehr und mehr die Erkenntnis, dass in durchströmten Gasen einzelne positive und negative Teilchen vorhanden sind und durch ihre Bewegung unter dem Einfluss des Gefälles die elektrische Strömung darstellen. Diese Auffassung entspricht unserer Vorstellung von der Stromleitung in Elektrolyten. Wir sind berechtigt, wie bei diesen so bei durchströmten Gasen von einer Leitfähigkeit zu sprechen. Eine andere Frage ist freilich, wie weit dieser Begriff zur Analyse der elektrischen Strömung in Gasen praktischen Wert besitzt und wie er zu modificiren ist.

Die Leitfähigkeit ist ursprünglich als eine Grösse definirt worden, welche dem Verhältnis von Stromstärke und Gefälle proportional ist. In der Ionentheorie hat die Leitfähigkeit die Bedeutung einer Geschwindigkeit erhalten. Dieser Auffassung liegt die Voraussetzung zu Grunde, dass die elektrischen Teilchen mit einer mittleren gleichförmigen Geschwindigkeit, die proportional der elektrischen Kraft ist und deren Richtung hat, fortbewegt werden und keine Beschleunigung erfahren. Diese Anschauung entspricht nun auch der Wirklichkeit bei den gewöhnlichen metallischen und elektrolytischen Leitern. Es fragt sich indes, ob jene Voraussetzung auch noch bei Gasen ausnahmslos zutrifft.

Zu dieser Frage ist folgendes zu bemerken. In vielen Fällen, insbesondere bei grösseren Dichten eines Gases erfolgt in diesem die elektrische Bewegung der Ionen mit grosser Annäherung gemäss jener Voraussetzung; ihre mittlere Geschwindigkeit ist also bei Abwesenheit innerer elektromotorischer Kräfte an den einzelnen Stellen proportional der wirkenden Kraft und hält deren Richtung ein. Dies gilt auch in der ungeschichteten positiven Lichtsäule. Indes scheint schon bei höheren Dichten in der Nähe der Kathode, bei geringen Dichten in allen Teilen der Entladung jene Annahme nicht mehr zutreffend zu sein.¹⁾ Hier kann, besonders bei starken Kräften, die Geschwindigkeit der Ionen abhängig sein von der Kraft in vorausgehenden Querschnitten, sodass dann die Geschwindigkeiten an den einzelnen Stellen nicht mehr proportional den dort herrschenden Kräften sind und auch deren Richtung nicht mehr genau einhalten. Ich habe in einer früheren Arbeit²⁾ diese Erscheinung mit Ionenschuss bezeichnet. Da wo dieser auftritt, ist die Grösse Leitfähigkeit jedenfalls nicht mehr ausreichend zu einer genauen Analyse und Darstellung des elektrischen Vorganges; hier kann sie nur zu einer ersten Annäherung benutzt werden oder nur zu einer Charakteristik des Ionisationszustandes des durchströmten Gases dienen.

Es scheint, dass der nächste Fortschritt in der Erkenntnis des elektrischen Ausgleiches in Gasen in dieser Richtung erfolgen und zu einer Erweiterung der Ionentheorie führen wird. In dieser Abhandlung kann indes nicht auf den Ionenschuss eingegangen werden; hier soll die Leitfähigkeit durchströmter Gase behandelt werden, insoweit sie zu einer ersten Annäherung in der Auffassung der elektrischen Leitung in Gasen dient.

Machen wir uns auf Grund der Ionentheorie der elektrolytischen Leitung noch klarer, was wir unter der elektrischen Leitfähigkeit von Gasen zu verstehen haben.

Wie bei Elektrolyten soll auch bei Gasen die Leitfähigkeit λ aus zwei Teilen zusammengesetzt werden, einem Teil π ,

---

1) Vgl. J. Stark, Physik. Zeitschr. 1. p. 431. 1900.

2) J. Stark, Physik. Zeitschr. 1. p. 440. 1900.

welcher den positiven Teilchen oder Ionen, und einem zweiten v , welcher den negativen entspricht. Es sei $\lambda = \pi + v$. π sei proportional der Geschwindigkeit u , welche ein positives Ion unter der Kraft Eins annimmt, ferner proportional der Anzahl p der positiven Ionen in der Volumeneinheit. Wenn ϵ die Ladung des Ions bezeichnet, so ist (elektromagnetisches Maasssystem)

$$\pi = p \cdot \epsilon \cdot u.$$

Ist v die absolute Beweglichkeit des negativen Ions, n die spezifische negative Ionenanzahl, so gilt analog

$$v = n \cdot \epsilon \cdot v.$$

Bei Elektrolyten ist nun $p = n = N$, d. h. es sind in jeder Volumeneinheit gleich viel positive und negative Ionen enthalten; demgemäss gilt für sie

$$\lambda = N \cdot \epsilon \cdot (u + v).$$

Bei Gasen soll indes die Möglichkeit zugelassen werden, dass $p \neq n$ ist, dass also im Innern eines durchströmten Gases wahre Ladungen auftreten; für sie gilt darum allgemein

$$\lambda = \epsilon (p \cdot u + n \cdot v).$$

Die absoluten Beweglichkeiten u und v hängen bei Gasen in erster Linie von der Dichte ab, sie wachsen, wenn diese abnimmt, indem sie ihr wahrscheinlich umgekehrt proportional sind. Bei geringen Dichten nehmen sie im Vergleich zu den Beweglichkeiten der Elektrolyte sehr grosse Werte an. Dagegen sind p und n im allgemeinen verhältnismässig klein.

2. *Räumliche Variation der Leitfähigkeit.* — Zweifellos bringt ein Querstrom in Gasen an seinen Elektroden Polarisation hervor. Dazu kommt, dass in durchströmten Gasen die Leitfähigkeit eine Function der Stromdichte ist (vgl. unten). Aus diesen Gründen (vgl. p. 496) ist klar, dass die Methode der Querströme nur in roher Annäherung die räumliche Verteilung der Leitfähigkeit in durchströmten Gasen geben kann. Doch können wir sie, in Ermangelung besserer Methoden, einstweilen benutzen, um einen ersten Aufschluss darüber zu erhalten.

Nehmen wir an, dass die räumliche Verteilung der Leitfähigkeit parallel geht der räumlichen Variation der Querstromstärke in durchströmten Gasen, so können wir aus dieser über jene folgendes schliessen.

Die Versuche mit Querströmen lehren zunächst, dass *innerhalb eines durchströmten Gases die Leitfähigkeit im allgemeinen räumlich variabel ist*. Sodann liefern sie das wichtige Resultat, dass *in den leuchtenden Räumen die Leitfähigkeit in der Regel grösser ist als in den unmittelbar benachbarten dunklen; am grössten ist sie in der negativen Glimmschicht, am kleinsten in dem dunklen Raume unmittelbar an der Kathode; in den leuchtenden positiven Schichten ist sie grösser als in den dunklen*. Das gleiche lässt sich von der Anzahl der in der Volumeneinheit enthaltenen positiven und negativen Ionen sagen, da die Beweglichkeiten räumlich wohl so gut wie constant sind.

Für den Fall, dass ein Gas schon unabhängig von elektrischen Kräften leitend ist, zeigt die Untersuchung mit Querströmen, dass durch einen Strom die Leitfähigkeit in der Weise verändert wird, dass sie an der Kathode gegen diese zu abnimmt.

3. *Leitfähigkeit und Gefälle*. — Durch die Messungen Graham's¹⁾ und anderer wissen wir über den Verlauf des Gefälles in durchströmten verdünnten Gasen folgendes. Im dunklen Raum an der Kathode steigt es rasch zu sehr hohen Werten an, die niedrigsten Werte erreicht es an der Grenze des dunklen Kathodenraumes und der negativen Glimmschicht; in den leuchtenden Räumen besitzt es in der Regel relative Maxima, in den dunklen relative Minima, so insbesondere in der positiven geschichteten Lichtsäule.

Setzt man auch für Gase die Leitfähigkeit umgekehrt proportional dem Gefälle, so ergibt sich aus dem Vorstehenden in Uebereinstimmung mit den obigen Resultaten, dass die Leitfähigkeit im dunklen Kathodenraum klein, in der negativen Glimmschicht gross sein muss. Dagegen müssten in den leuchtenden Räumen relative Minima, in den dunklen relative

---

1) W. P. Graham, Wied. Ann. 64. p. 49. 1897.

Maxima der Leitfähigkeit liegen. Dies widerspricht aber den Beobachtungen mit den Querströmen.

Dieser Widerspruch scheint sich zu Ungunsten der theoretischen Folgerung in folgender Weise zu erklären. In einem durchströmten Gas treten unter Umständen unabhängig von einer äusseren elektromotorischen Kraft innere Spannungsdifferenzen auf. Diese rühren sicher zum Teil von dem Konzentrationsgefälle der dissociirten Teilchen her, in der Hauptsache scheinen sie jedoch verursacht zu sein durch innere wahre Ladungen. Innerhalb einer Schicht einer solchen Ladung ist eine Fläche vorhanden, in der die von dieser herrührende Kraft Null ist; rechts und links von dieser Nullfläche übt die Ladung Kräfte aus in entgegengesetzter Richtung. Diese Kräfte lagern sich nun auf das Gefälle, dass eine äussere elektromotorische Kraft in dem Gase hervorbringt. Auf der einen Seite der Nullfläche wird dadurch das Gefälle vergrössert, auf der anderen verkleinert; folgen mehrere geladene Schichten aufeinander, so bewirken sie, dass das Gesamtgefälle, das sich der Messung darbietet, längs der Strombahn relative Maxima und Minima annimmt.

Dieses Auftreten von inneren Spannungsdifferenzen erlaubt nun im allgemeinen nicht, den zwischen zwei Querschnitten liegenden Gesamtwiderstand aus der Spannungsdifferenz zu berechnen oder die Leitfähigkeit umgekehrt proportional dem Gefälle zu setzen. Eben aus diesem Grunde muss zur Ermittlung der Leitfähigkeit in durchströmten Gasen zu der rohen Methode der Querströme gegriffen werden.

Nur in einer längeren ungeschichteten positiven Lichtsäule kann man gemäss der räumlichen Constanz der Leitfähigkeit und des Gefälles den Widerstand zwischen zwei Querschnitten und die Leitfähigkeit aus Spannungsdifferenz und Stromstärke berechnen und gerade diesen Umstand zur Definition der Leitfähigkeit eines durchströmten Gases benutzen.

Das Zusammenfallen der relativen Maxima und Minima des Gefälles und der Leitfähigkeit wird weiter unten erklärt.

4. *Leitfähigkeit und Stromstärke.* — Ein Gas kann durch verschiedene Mittel in den leitfähigen Zustand übergeführt werden, so durch starke Erhitzung, durch Röntgen- oder Uran-

strahlen. Wichtig ist, dass auch die Kathoden- und Canalstrahlen, oder mit anderen Worten elektrisch bewegte positive oder negative Teilchen die Eigenschaft besitzen, ein von ihnen durchsetztes Gas mittelbar oder unmittelbar aus irgend welchen Gründen zu ionisiren.

Von verschiedenen Seiten ist darauf hingewiesen worden, dass die Strahlen, die von der Kathode ausgehen, in deren Nähe das Gas leitend machen und dadurch ein Sinken des Gefälles hervorrufen müssen. Diese Auffassung hat man auf die ganze Strombahn und auf alle elektrisch wandernden positiven und negativen Teilchen auszudehnen.¹⁾ Zu beachten ist dabei, dass die ionisirende Wirkung der negativen Ionen, wahrscheinlich infolge ihrer grösseren Geschwindigkeit, grösser ist als diejenige der positiven.

Indem also ein Strom in einem Gas durch sein Gefälle Ionen in Bewegung setzt, verbessert er sich selbst die Leitfähigkeit auf seiner Bahn oder hält den stationären Zustand aufrecht, in dem jedes Volumenelement eine bestimmte Anzahl positiver und negativer Ionen besitzt. Man hat sich vorzustellen, dass in jedem Volumenelement des durchströmten Gases beständig einerseits Ionen durch Wiedervereinigung zu elektrisch neutralen Teilchen verschwinden, andererseits aber aus solchen Teilchen auch wieder Ionen neu gebildet werden infolge der ionisirenden Wirkung der vom Strom fortbewegten Ionen.

Dadurch, dass ein Strom durch die Wirkung seiner wandernden Ionen die Leitfähigkeit eines Gases erhöht, erscheint diese als eine Function der Stromstärke. Wie die Untersuchung mit Querströmen lehrt, *nimmt die Leitfähigkeit eines durchströmten Gases mit der Stromdichte zu und ab.*

In der ungeschichteten positiven Lichtsäule ist nach den obigen Versuchen die Leitfähigkeit angenähert proportional der Stromdichte. Es ist also in ihr das Verhältniss von Stromstärke und Leitfähigkeit angenähert constant. Dies entspricht der That-
sache, dass in der positiven Lichtsäule das Gefälle wenigstens in weiteren Röhren so gut wie unabhängig von der Stromstärke ist und einen constanten Wert besitzt.

---

1) J. J. Thomson, *Phil. Mag.* (5) **50**. p. 278. 1900.

5. *Elektrische Aenderung der Concentration.* — Ich habe bereits in einer früheren Arbeit¹⁾ darauf hingewiesen, dass der n verdünnten Gasen bedeutende Unterschied der Geschwindigkeiten der positiven und negativen Ionen eine Verdünnung der elektrisch leitenden Teilchen unmittelbar an der Kathode zur Folge haben muss. In diesem Umstand ist eine der Ursachen zu sehen, welche die Leitfähigkeit an der Kathode so bedeutend herabsetzen. Noch eine andere Art der Aenderung der Leitfähigkeit durch die elektrische Strömung müssen wir in verdünnten Gasen zulassen.

Die Stärke des Gesamtstromes in einem Leiter sei J_g ; dieser sei zerlegt in einen Strom der positiven Teilchen von der Stärke J_p und einen der negativen von der Stärke J_n . Für den stationären Zustand muss gelten

$$\frac{\partial J_g}{\partial x} = \frac{\partial J_p}{\partial x} + \frac{\partial J_n}{\partial x} = 0.$$

Wir halten nun an dieser Bedingung fest, lassen aber die Möglichkeit zu, dass J_p und J_n räumlich variieren; es sei also an gewissen Stellen weder $\partial J_p / \partial x$ noch $\partial J_n / \partial x$ Null, wohl aber

$$\frac{\partial J_p}{\partial x} + \frac{\partial J_n}{\partial x}.$$

In einem bestimmten Querschnitt nehme nun in der Richtung nach der Kathode J_p auf $J_p - \partial J_p$ ab. Dann müssen in dem Querschnitt $k \cdot \partial J_p$ positive Ionen abgeschieden werden. Gleichzeitig muss aber die negative Stromstärke ebenfalls in dem Querschnitt abnehmen, nur in entgegengesetzter Richtung und zwar von J_n auf $J_n - \partial J_n$; demgemäss müssen dort auch $k \cdot \partial J_n$ negative Ionen abgeschieden werden. Da ∂J_p und ∂J_n numerisch gleich gross sind, so werden ebensoviele positive wie negative Ionen abgeschieden. Nimmt dagegen an einer Stelle J_p in der Richtung nach der Kathode zu, so werden dort gleich viele positive und negative Ionen von der elektrischen Strömung weggeführt.

Wenn also in einem Leiter die Stärken des positiven und des negativen Stromes räumlich variieren, so erfolgt an gewissen Stellen eine Zufuhr, an anderen eine Wegfuhr der elektrischen Teilchen,

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 2. p. 62. 1900.

und auf diese Weise wird deren Concentration durch die elektrische Strömung verändert. Die Erhöhung der Concentration an den Verdichtungsstellen findet ihr Ende im stationären Zustand, wenn dort durch Wiedervereinigung zu elektrisch neutralen Teilchen ebensoviele Ionen verschwinden, als durch die elektrische Strömung zugeführt oder neu geschaffen werden. An jenen Stellen hat dann auch *die Gasdichte etwas höhere Werte, als an benachbarten Verdünnungsstellen bei gleicher Temperatur.*

Das Auftreten innerer Ladungen oder eine Verschiedenheit von p und n in Gasen bedingt eine relative räumliche Variation der positiven und der negativen Leitfähigkeit

$$(\pi = p \cdot \varepsilon \cdot u, \quad \nu = n \cdot \varepsilon \cdot v),$$

dadurch wird aber eine relative räumliche Variation der Stärke des positiven und negativen Stromes veranlasst, und diese zieht dann wieder die eben betrachtete Aenderung der Leitfähigkeit durch die elektrische Strömung nach sich.

Die Stellen, wo die positive Leitfähigkeit und Stromstärke nach der Kathode zu abnehmen, sind nun diejenigen, wo auf eine positive innere Ladung eine negative folgt, oder die Stellen, an denen ein relatives Maximum des Gefälles liegt. An den Stellen also, wo das Gefälle und in der Regel auch das elektrische Leuchten relative Maxima besitzt, wird durch die elektrische Strömung die Zahl der positiven und negativen Ionen und damit auch die Leitfähigkeit vergrössert, dagegen verkleinert, wie leicht zu sehen ist, an den Stellen relativer Minima des Gefälles.

Resultate.

1. Die Stärke eines Querstromes ist unabhängig von dem Gefälle des Längsstromes; aus ihr lässt sich die Leitfähigkeit an dem Ort der Querelektroden angenähert bestimmen.

2. Die Leitfähigkeit in durchströmten Gasen ist im allgemeinen räumlich variabel; sie ist in den leuchtenden Räumen in der Regel grösser, als in den benachbarten dunklen.

3. Die räumliche Variation der Leitfähigkeit erfolgt zum Teil nicht nach Maassgabe der räumlichen Variation des Ge-

falles. Dies erklärt sich aus dem Auftreten innerer Spannungsdifferenzen.

4. Gemäss der ionisirenden Wirkung der elektrisch wandernden Teilchen nimmt in einem Gas die Leitfähigkeit mit der Stromdichte zu.

5. Bei räumlicher Variation der Stärke des positiven und des negativen Stromes veranlasst die elektrische Strömung eine Aenderung der Concentration der Ionen und damit der Leitfähigkeit.

Göttingen, Physik. Inst. d. Univ., September 1900.

(Eingegangen 26. September 1900.)