VII. Ueber die Wirkung der Hinterflächen durchsichtiger Platten auf das Licht;

von D. Brewster.

(*Philosoph. Transactions*, f. 1830, Pt. I. p. 145. Auf vorliegenden Aufsatz wurde bereits S. 295. dieses Bandes verwiesen.)

In einem Aufsatz über die Polarisation des Lichts durch Reflexion, welcher in den *Philosophical Transactions* von 1815 bekannt gemacht ist, habe ich gezeigt, dafs das Gesetz der Tangenten für die Hinterflächen durchsichtiger Körper in aller Strenge gültig ist, sobald der Sinus des Einfallswinkels kleiner ist als Eins dividirt durch den Refraktionsindex. Die Wirkung der Hinterflächen von Platten ist, bei andern Einfallswinkeln als der Winkel des Polarisationsmaximum, von Hrn. Arago untersucht worden und zwar auf folgende Weise:

«In Bezug auf diese Erscheinung,» sagt Hr. Arago, «sey hier ein merkwürdiges Ergebnis des Versuches angeführt, nämlich: dafs bei jeder möglichen Neigung $A=A'$ ist *).»

«Angenommen eine Glasplatte ED (Fig. 13. Taf. I., die bereits dem Hefte No. 6. beigegeben ist) sey so aufgestellt, dafs man das Bild eines Mediums AB von gleichförmiger Farbe, z. B. eines Bogens von recht weißem Papier erhalte. Das nach O versetzte Auge empfängt zugleich den in I reflectirten Strahl IO und den daselbst durchgelassenen Strahl BIO . In mn stelle man ein undurchsichtiges, geschwärztes und mit dem kleinen Loche S versehenes Diaphragma auf. Endlich versehe man das Auge mit einem doppelbrechenden Krystall C , welcher zwei Bilder von der Oeffnung S geben wird.»

*) A ist das durch Reflexion polarisirte Licht, A' das durch Refraction polarisirte.

«Wenn man nun mittelst eines kleinen schwarzen Schirms, den man zwischen B und I aufgestellt hat, den durchgelassenen Strahl BI auffängt, so wird der Krystall nach gehöriger Stellung ein gewöhnliches Bild $= A + \frac{1}{2}B$ und ein ungewöhnliches Bild $= \frac{1}{2}B$ geben. Wird dagegen der Schirm zwischen A und I aufgestellt, und der Strahl AI aufgefangen, so haben wir ebenfalls zwei Bilder von der Oeffnung, deren Intensitäten respective $\frac{1}{2}B'$ und $A' + \frac{1}{2}B'$ seyn werden. Ohne Schirm, wenn alles reflectirte Licht AIO und alles durchgelassene Licht BIO in's Auge kommen kann, haben wir demnach für das gewöhnliche Bild $A + \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}B'$ und für das ungewöhnliche Bild $\frac{1}{2}B + A + \frac{1}{2}B'$.»

«Nun scheint es bei wirklicher Anstellung des Versuchs, daß die beiden Bilder vollkommen gleich sind, *welchen Winkel der Strahl AI mit der Glasplatte auch bilden mag*, was nur der Fall seyn kann, wenn A immer gleich A' ist. Folglich ist die Menge des polarisirten Lichtes, welche ein durch eine durchsichtige Platte gegangener Lichtbündel enthält, genau derjenigen gleich, die, rechtwinklich gegen sie polarisirt, in dem von derselben Platte reflectirten Lichtbündel gefunden wird.»

Wir zweifeln nicht, daß Hr. Arago diese Resultate erhalten habe, besonders nahe beim Polarisationswinkel, wo sie strenge wahr sind; allein bei allen andern Einfallswinkeln sind sie ganz unrichtig. In der That, betrachten wir die Natur des Versuchs, welcher wegen seiner Eleganz und sinnreichen Erfindung gelobt worden ist, so sehen wir uns bewogen, seine Resultate für nichts anders als für rohe Schätzungen zu erklären, bei denen die anscheinende Gleichheit beider Bilder entweder durch eine unvollkommene Beobachtung oder durch eine nicht beachtete Compensation bewirkt worden ist.

Wenn wir den Versuch in der in Fig. 14. Taf. I. abgebildeten Weise anstellen, nämlich, statt der Glasplatte, ein farbloses gut abgekühltes Glasprisma EFD nehmen,

und in dasselbe bei I den Strahl BI senkrecht gegen die Fläche FD eintreten lassen, so entfernen wir alle Fehlerquellen und erhalten, was wirklich gewünscht wird, das Resultat für eine einzige Fläche. Dieser Versuch erleidet keine Störung durch das von den Innenflächen des Prisma's reflectirte Licht, da dieses sämmtlich von dem in das Auge gelangenden Strahl abgelenkt wird.

Bei der Art, wie Hr. Arago den Versuch anstellt (Fig. 13. Taf. I.), erleidet ein Theil des Strahls BI partielle Reflexionen in der Platte, und es kommt neben ihm eine Portion Licht, die nach der Reflexionsebene polarisirt ist, in das zu O befindliche Auge; ebenso erleidet ein Theil des in die Platte eindringenden Strahls AI partielle Reflexionen, und der von der ersten Fläche reflectirte Theil führt eine andere, nach der Reflexionsebene polarisirte Lichtportion mit sich, so daß vier nach der Reflexionsebene polarisirte Lichtpolarisationen in das Auge gelangen und nur zwei, die senkrecht gegen die Polarisationssebene polarisirt sind, nämlich die, welche durch Refraction von jeder Fläche der Platte polarisirt worden sind. Nun werden wir aber zeigen, daß es dem Theil des Lichtbündels AI , welcher eine erste Reflexion von jeder Fläche der Platte erlitten hat, verglichen mit dem, welcher zwei Refractionen erfährt, an polarisirtem Lichte mangelt, so daß die obigen additionellen Quantitäten erforderlich sind, um eine Compensation mit dem durchgelassenen Lichtbündel BO zu bewirken. Wenn dieß nicht die wahre Ursache der scheinbaren Compensation ist, d. h., wenn Hr. Arago Mittel findet, die reflectirten Lichtbündel, welche die Compensation bewirkt zu haben scheinen, auszuschließen, so müssen wir die Gleichheit beider Bilder einer Ungenauigkeit der Beobachtung zuschreiben.

Allein, selbst wenn wir annehmen, Hrn. Arago's experimentelle Resultate seyen in Bezug auf Platten richtig, so folgt doch nothwendig, daß sie in Bezug auf Flä-

chen nicht richtig seyn können; denn es ist aus der oberflächlichsten Betrachtung des Gegenstandes klar, daß die Erscheinungen bei Ersteren sich nie gegen die bei Letzteren vertauschen lassen.

Um diese Ansichten durch eine Analyse der Veränderungen zu erweisen, welche durchgelassenes Licht durch die zwei Refractionen und die intermediäre Reflexion von einer durchsichtigen Platte erleidet, nahm ich eine Glasplatte von der Form *MN* (Fig. 15. Taf. I.), welche an einem ihrer Enden die schiefe Fläche *ma* besaß. Ein, $+45^\circ$ und -45° polarisirter Lichtstrahl *BA* wurde in *A*, unter einen Einfallswinkel von nahe 83° , auf dieselbe geleitet, so daß die Neigung der Polarisations Ebenen des reflectirten Strahls *AP* ungefähr $36\frac{1}{2}^\circ$ betrug. Nun würde der Strahl *AC*, der, nachdem er in der Richtung *CS* reflectirt worden ist, bei *B* ohne Refraction senkrecht zu *ma* heraustritt, ebenfalls einen Winkel von $36\frac{1}{2}^\circ$ zwischen seinen Polarisations Ebenen darbieten, hätte in *A* keine intermediäre Refraction statt gefunden. Da aber diese Refraction für sich im Stande ist eine Inclination von 53° oder eine Drehung von $53^\circ - 45^\circ = 8^\circ$ hervorzubringen, und diese Drehung in Bezug auf die, welche die zweite Reflexion bei *C* bewirkt, entgegengesetzte Richtung hat, so ist die Neigung der Polarisations Ebenen bei dem Strahle *CS* nahe $44\frac{1}{2}^\circ$, und die in *C* stattfindende Reflexion hat also den Strahl *AC* fast genau in den Zustand des natürlichen Lichtes zurückgebracht.

Ohne etwas an dem Licht oder dem Winkel zu ändern, kittete ich ein Prisma *Mca* auf die Fläche *ma*, so daß *ca* parallel mit *aN* war. Ich fand nun, daß die zweite Refraction in *b*, die der in *A* gleich war, die Neigung der Polarisations Ebenen in 53° verwandelte, d. h., daß die Wirkungen der beiden Refractionen in *A* und *b* die Wirkung der Reflexion in *C* überwältigt hatten, und daß demnach der Strahl *bs* wirklich senkrecht gegen die Reflexionsebene polarisirtes Licht enthielt.

Um dieses Resultat auf eine andere Probe zu stellen, nahm ich von demselben Glase eine Platte $McNQ$ (Fig. 15. Taf. I.), welche den an der Hinterfläche reflectirten Strahl bs von dem parallelen, an der ersten Fläche reflectirten Strahl AP sonderte, und ich fand, dafs bei einem Winkel von 83° der Werth der Inclination I oder φ für den Strahl AP ungefähr $37\frac{1}{2}^\circ$ war, wogegen der Werth von I für den Strahl bs beinahe 55° betrug; eine fast gleiche Wirkung, wie die der Refraction einer Platte bei 83° Incidenz.

Wenn der Lichtbündel RA unter dem Polarisationwinkel von $56^\circ 45'$ auf die erste Fläche fällt, so beträgt die von der Refraction in A bewirkte Drehung ungefähr 2° oder die Inclination $I=45^\circ+2^\circ=47^\circ$; allein die Maximum-Wirkung der polarisirenden Kraft in C ist hinlänglich $I=0^\circ$ zu machen, x mag 45° oder 47° seyn. CB ist also vollständig nach der Reflexionsebene polarisirt, und die refractive Wirkung bei b ist unfähig die Polarisationsebene zu ändern, wenn $I=0^\circ$ ist. Daraus ist klar, weshalb die beiden Drehungen bei A und b , jede von 2° , keine Wirkung beim Winkel des Polarisationsmaximums hervorbringen.

Wenn wir nun nennen:

φ = Neigung gegen die Reflexionsebene, erzeugt durch die erste Refraction in A ;

φ' = Neigung, bewirkt durch die Reflexion in C ;

φ'' = Neigung, bewirkt durch die zweite Refraction in b ,

so haben wir:

$$\begin{aligned} \cot \varphi &= \cos(i-i'), \text{ oder } \tan \varphi = \frac{1}{\cos(i-i')} \\ \tan \varphi' &= \tan x \frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')} = \frac{\cos(i+i')}{\cos^2(i-i')} \\ \cot \varphi'' &= \cot x \cdot \cos(i-i') = \frac{\cos^3(i-i')}{\cos(i+i')} \end{aligned}$$

Diese Formeln gelten für gewöhnliches Licht, wo $x = 45^\circ$ ist; wenn aber x variirt, so werden sie:

$$\cot \varphi = \cot x \cdot \cos(i - i')$$

$$\tan \varphi' = \tan x \cdot \frac{\cos(i + i')}{\cos^2(i - i')}$$

$$\cot \varphi'' = \cot x \cdot \frac{\cos^3(i - i')}{\cos(i + i')}$$

Betrachten wir die Formel für gewöhnliches Licht, nämlich $\cot \varphi'' = \frac{\cos^3(i - i')}{\cos(i + i')}$, so ist klar, dafs, wenn $\cos^3(i - i') = \cos(i + i')$ ist, $\cot'' = 1$ und $\varphi'' = 45^\circ$ wird, d. h., dafs das Licht wieder auf gewöhnliches zurückgebracht wird..

Beim Glase, wo $m = 1,525$, findet dies bei $78^\circ 7'$ statt, beim Diamant etwas unter 78° , und beim Wasser etwas über 80° .

Bei einem geringeren Winkel wird φ kleiner als 45° und der Bündel enthält Licht, das nach der Reflexionsebene polarisirt ist; bei allen gröfseren Winkeln wird φ beträchtlicher als 45° , und der Bündel enthält Licht, das senkrecht gegen die Reflexionsebene polarisirt ist. Hiedurch erhalten wir folgendes sonderbare Gesetz:

„Ein Lichtbündel, welcher von der Hinterfläche durchsichtiger Platten reflectirt wird, und nach zwei Refractionen und einer intermediären Reflexion in's Auge gelangt, enthält bei allen Einfallswinkeln, von 0° bis zum Winkel des Polarisationsmaximum, eine Portion Licht, die nach der Reflexionsebene polarisirt ist. Oberhalb des Polarisationswinkels nimmt der nach der Reflexionsebene polarisirte Theil des Lichtbündels ab, bis $\cos(i + i') = \cos^3(i - i')$, wo er verschwindet, und der gesammte Bündel den Charakter des gewöhnlichen Lichts besitzt. Oberhalb dieses letzteren Winkels enthält der Lichtbündel eine Portion Licht, die senkrecht gegen die Reflexionsebene polarisirt ist, welche bis zu einem Maximum wächst und dann bei 90° auf Null herabsinkt.“

Untersuchen wir jetzt den Zustand des Lichtbündels CS , welcher nur eine Refraction und eine Reflexion erlitten hat. Aus der Betrachtung der Formel:

$$\text{tang } \varphi' = \frac{\cos(i+i')}{\cos^2(i-i')} \text{ ergibt sich, dafs, wenn } \cos^2(i-i')$$

$= \cos(i+i')$ ist, $\varphi' = 45^\circ$, das Licht also wieder zu gewöhnlichem Licht wird. Diefs findet im Glase beim Winkel von $82^\circ 44'$ statt. Bei allen kleineren Winkeln enthält der Bündel Licht, welches nach der Reflexionsebene polarisirt ist; bei allen gröfseren Winkeln enthält er dagegen Licht, welches senkrecht gegen die Reflexionsebene polarisirt ist, dessen Menge bei $82^\circ 44'$ ihr Maximum erreicht und bei 90° zu ihrem Minimum zurückkehrt.

Vergleicht man diese Deductionen mit der Formel und Tafel für reflectirtes Licht, welche ich in meinem Aufsatz über die Gesetze der Polarisation des Lichts durch Refraction (S. 281. dieses Bandes) gegeben habe, so wird man folgendes approximatives Gesetz bemerken: Wenn $\cos(i-i') = \cos(i+i')$ wird alles einfallende Licht reflectirt;

$\cos^2(i-i') = \cos(i+i')$ wird die Hälfte desselben reflectirt;

$\cos^3(i-i') = \cos(i+i')$ wird ein Drittel desselben reflectirt;

$\cos^n(i-i') = \cos(i+i')$ wird beinahe ein n tel desselben reflectirt.

Diefs Gesetz weicht, mit Zunahme von n , in einer regelmässigen Progression von der Wahrheit ab und giebt immer den Werth des reflectirten Lichts zu gering an. So sind:

Einfallswinkel.	Werthe von n .	Unterschiede.
$82^\circ 44'$	2	0
78 34	3	12
75 38	4	21
68 56	8	38
66 4	11	43
61 22	20	50.

Wenden wir nun die Resultate der vorhergehenden Analyse auf Hrn. Arago's Versuch (Fig. 13.) an. Der Einfallswinkel sey $78^{\circ} 7'$, das bei A (Fig. 15.) durch Reflexion polarisirte Licht $=m$, und das durch *eine* Refraction polarisirte Licht ebenfalls $=m$. Da der Bündel bs gewöhnliches Licht ist, so ist das polarisirte Licht in dem ganzen reflectirten Bündel $AP, bs=m$, wogegen das Licht, welches durch die beiden Refractionen polarisirt worden, ist $=2m$; Hrn. Arago's Versuch macht also zwei Gröfsen scheinbar gleich, von denen eine doppelt so groß als die andere ist. Wenn der Winkel größer als $78^{\circ} 7'$ ist, so neutralisirt das entgegengesetzt polarisirte Licht in dem Bündel bs einen Theil des polarisirten Lichts in dem Bündel AP , und das Verhältniß der entgegengesetzt polarisirten Strahlen, welche in dem Versuche compensirt zu seyn scheinen, ist etwa wie $3m$ oder gar $4m$ zu 1.

Nachdem man so die Veränderungen bestimmt hat, welche das Licht durch Reflexion von Platten erleidet, ist es leicht die Formel zu erhalten, wornach man die im Bündel CBS wie im Bündel bs , bei irgend einem Einfallswinkel, polarisirten Lichtmengen genau berechnen kann.

Ist der ursprüngliche Strahl RA gewöhnliches Licht, so wird AC sich nicht in diesem Zustand befinden, sondern dessen Polarisationsebenen werden durch die Refraction in A um eine Größe x gedreht worden seyn, so daß $\cot x = \cos(i - i')$. Wir müssen also zur Messung des bei C reflectirten Lichts die Formel von Fresnel für polarisirtes Licht haben, dessen Einfallsebene den Winkel x mit der Reflexionsebene bildet. Da die Intensität von AC aus der Formel für gewöhnliches Licht bekannt ist, so werden wir sie zu Eins annehmen, und dann wird die Intensität I der beiden, gegen die Reflexionsebene $-x$ und $+x$ polarisirten Lichtbündel seyn:

$$I = \frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')} \cos^2 x + \frac{\tan^2(i-i')}{\tan^2(i+i')} \sin^2 x$$

und

$$Q = I \left\{ 1 - \frac{2 \left(\frac{\cos(i+i')}{\cos^2(i-i')} \right)^2}{1 + \left(\frac{\cos(i+i')}{\cos^2(i-i')} \right)^2} \right\}$$

In gleicher Weise, wenn wir die Intensität von $CB = 1$ nennen, werden wir haben:

$$\tan x = \frac{\cos(i+i')}{\cos^2(i-i')}$$

und die Intensität I des durchgelassenen Lichtbündels bs

$$I = 1 - \frac{\sin^2(i-i')}{\sin^2(i+i')} \cos^2 x + \frac{\tan^2(i-i')}{\tan^2(i+i')} \sin^2 x$$

und

$$Q = I \left\{ 1 - \frac{2 \left(\frac{\cos^3(i-i')}{\cos(i+i')} \right)^2}{1 + \left(\frac{\cos^3(i-i')}{\cos(i+i')} \right)^2} \right\}$$

Ich beschliese diesen Aufsatz mit der folgenden, nach den Formeln S. 522. und 523. berechneten Tafel über die Lage der Polarisationsebene in den drei Strahlen AC , CS und bs .

Einfallswinkel an der Vorderfläche	Refractions- winkel an der Vorderfläche und Einfallswinkel an der Hinterfläche	Neigung der Polarisationsebene		
		bei AC Figur 15.	bei CS Figur 15.	bei bs Figur 15.
0° 0'	0° 0'	45° 0'	45° 0'	45° 0'
32 0	20 33	45 34	32 20	32 51
40 0	25 10	45 58	24 12	24 56
45 0	27 55	46 17	17 49	18 38
56 30	33 30	47 22	0 0	0 0
67 0	37 34	48 57	18 20	20 50
70 0	38 30	49 33	23 34	27 6
75 0	39 46	50 45	32 22	37 48
78 37	40 29	51 49	38 10	44 59
79 0	40 33	51 56	38 49	45 46
80 0	40 42	52 16	40 27	47 46
83 0	41 5	53 21	44 39	53 40
86 30	41 23	54 47	50 58	60 13
90 0	41 58	56 29	56 29	66 19