VIII. *Bestimmung der Elasticitätsconstanten einiger quasi-isotroper Metalle durch langsame Schwingungen von Stäben; von W. Voigt.*

§ 1. Das Beobachtungsmaterial.

So überaus zahlreiche Bestimmungen der Elasticitätsconstanten von Metallen auch schon durchgeführt worden sind, so haben doch nur wenige der durch sie erhaltenen Zahlen für den Physiker Werth, da die meisten sich auf mehr oder weniger schlecht definirtes, überdies auch sehr wahrscheinlich nicht isotropes Material beziehen. Daher dürften die folgenden Untersuchungen¹⁾, welche bestimmt sind, diese Lücke auszufüllen, einiges Interesse beanspruchen.

Sie benutzen sämmtlich prismatische Stäbchen von beiläufig 10 cm Länge, 0,6 cm Breite und 0,1 cm Dicke, welche aus vorsichtig gegossenen Blöcken herausgeschnitten sind. Um den Präparaten den quasi-isotropen Zustand, der in den Gussstücken sehr nahe stattgefunden haben dürfte, nach Möglichkeit zu erhalten, nämlich die verschiedenen Richtungen physikalisch gleichwerthig zu belassen, sind auch bei der Herstellung der Stäbchen gewisse Vorsichtsmassregeln zur Anwendung gekommen. Die Schnitte sind langsam und in vielfachen Pausen ausgeführt, um erhebliche locale Erwärmungen zu vermeiden; die erhaltenen rohen Schnittstücke sind mit scharfem Stichel auf die gewünschte Dicke abgedreht und nur der letzte Schliff mit einer scharfen Feile, bez. feinem Smirgel, ohne Anwendung eines erheblichen Druckes, erzielt. Herr Mechaniker Bartels in Göttingen hat diese Arbeiten mit viel Geduld und Sorgfalt ausgeführt; die Stäbchen sind recht regelmässig in der Form gerathen und zu Messungen, die auf einige pro mille zuverlässig sind, wohl zu benutzen.

1) Ein Theil der im Folgenden mitgetheilten Beobachtungen ist bereits in der Abhandlung „Bestimmung der Constanten der Elasticität und Untersuchung der innern Reibung für einige Metalle“ (Göttingen 1892) veröffentlicht; für die vorliegende Arbeit sind sechs neue Metalle den früheren zugefügt und die auf die alten bezüglichen Beobachtungen ergänzt, zum Theil wiederholt worden.

Natürlich hat die Sorgfalt der Bearbeitung etwaige Unvollkommenheiten des Materiales, Gussporen, Inhomogenitäten, sowie locale Anisotropie in Folge von zu grobkristallinischer Structur nicht zu beseitigen vermocht; dass solche vorhanden sind, zeigen die erhaltenen Beobachtungsergebnisse, die von einander mitunter um viel mehr, als die Wirkung der directen Beobachtungsfehler, differiren.

Die Gussstücke hatten die Form von Kreiscylindern von ca. 12 cm Länge und 4—7 cm Durchmesser; die Stäbchen wurden stets der Längsaxe parallel aus den mittleren Partien herausgeschnitten, falls dort nicht, wie dies bei den im Erstarren sich stark zusammenziehenden Metallen stattfand, eine Höhlung sich befand.

Die untersuchten Metalle sind zum Theil dieselben, deren innere Reibung ich unlängst beobachtet habe¹⁾; ich gebe jetzt Genaueres über ihre Herkunft und Reinheit an.

Aluminium und *Magnesium* sind mir von der ehemaligen Aluminium- und Magnesium-Fabrik in Hemelingen geliefert; beide Gussstücke sind dem Augenschein nach recht befriedigend dicht.

Die chemische Analyse, die, wie auch die folgenden, Herr Dr. Rung am hiesigen chemischen Institut ausgeführt hat, ergaben für das Aluminium

Al 97,53 proc., Fe 1,33 proc., Si 1,01 proc., C 0,17 proc.

Die Verunreinigung ist also nicht unbedeutend; überdies scheint das Gemisch nicht homogen zu sein. Das Magnesium fand sich bis auf unbestimmbare Spuren von beigemengtem Aluminium chemisch rein.

Rein-Nikel verdanke ich dem Westpfälischen Nickelwalzwerke in Schwerte; der Block ist im Innern anscheinend völlig dicht, und die daraus gefertigten Stäbe nahmen schöne Politur an.

Kupfer, *Zinn*, *Messing*, *Bronze*, sind von Herrn W. Gg. Otto in Darmstadt aus chemisch reinem Material gegossen. Nach Angabe des Verfertigers ist dem Kupfer behufs Desoxydation, um ein dichtes Gefüge zu erzielen, beim Guss eine kleine Menge Phosphor zugesetzt, ebenso der Bronze. Die

1) W. Voigt, Wied. Ann. 47. p. 671. 1892.

Analyse ergab, dass von diesem Zusatz in den gegossenen Stücken nur wenig noch vorhanden ist; die nachweisbare Phosphormenge betrug bei Kupfer 0,14, bei Bronze 0,94 Proc. Das Kupfer fand sich ausserdem mit 0,34 Procent Zinn verunreinigt.

Die Zusammensetzung des Messings ist nach Mittheilung des Giessers 60 Theile Kupfer, 40 Theile Zink, die der Bronze 88 Theile Kupfer, 12 Theile Zinn,

Von Herrn Otto gegossenes, chemisch reines Zink erwies sich als zu meinen Beobachtungen unbrauchbar, nämlich porös und brüchig: gewöhnliches käufliches, hier von Herrn Mechaniker Bartels gegossen, verhielt sich besser und ist von mir denn auch benutzt worden, obgleich die darauf bezüglichen Zahlen natürlich geringen Werth haben.

Gusseisen, sogenannter schmiedbarer Guss, ist aus der Giesserei von *Gruson* in Buckau-Magdeburg geliefert und nicht vollkommen dicht; die polirten Flächen lassen mit der Loupe kleine Gussporen erkennen.

Silber und *Gold* ist in Form kleiner Barren von der deutschen Gold- und Silberscheide-Anstalt in Frankfurt a. M. bezogen und angeblich nahe chemisch rein.

Wismuth ist als chemisch rein von H. Kahlbaum in Berlin bezogen und hier im physikalischen Institut durch Herrn Dr. Drude geschmolzen.

Um die Gussporen möglichst zu vermeiden, geschah dies in einem etwa 50 cm langen, 2 cm weiten Glasrohr, das mit der Quecksilberluftpumpe nahe luftleer gemacht war. Nachdem die Masse flüssig geworden war und auch beim Neigen des Glasrohres, — wodurch der hydrostatische Druck im Innern des Schmelzflusses vermindert wurde, — keine Luftblasen mehr aufstiegen, wurde der Gasbrenner beseitigt, die Verbindung mit der Luftpumpe unterbrochen und das Glasrohr in ein Gefäss mit sehr heissem Sand gesteckt, um die Erhaltung langsam und unter Atmosphärendruck vor sich gehen zu lassen. Letzteres geschah, um etwa noch vorhandene Luftbläschen zur Absorption zu bringen oder doch auf ein recht kleines Volumen zu comprimiren.

In Folge der langsamen Abkühlung sind nun allerdings die Krystallindividuen in der Masse sehr gross geworden, und

die Präparate können kaum mehr als quasi-isotrop gelten; demgemäss weichen die an ihnen erhaltenen Resultate sehr von einander ab.

Cadmium ist aus derselben Quelle bezogen, wie Wismuth, und ähnlich verschmolzen. Wegen der sehr starken Contraction, welche dasselbe beim Erstarren erfährt, war es nöthig, den oberen Theil der geschmolzenen Masse noch in flüssigem Zustande zu erhalten, während der untere Theil erstarrte; es gelang auf diese Weise, eine anscheinend ganz dichte Substanz zu erhalten.

Für die Untersuchung von *Gussstahl* hat Hr. Fr. Krupp in Essen mir freundlichst eine sehr interessante Reihe von Proben gesandt, die extra für diese Beobachtungen verschmolzen und bearbeitet sind.

Es handelte sich dabei für mich um die Beantwortung der Frage, in wie weit durch die Behandlung des Schmiedens, welche die Festigkeit des Stahles so erheblich verändert, die Elasticität modificirt wird. Diese Frage hat ein gewisses practisches und daneben ein theoretisches Interesse, weil Gussstahl ein schönes und bequemes Beispiel für ein quasi-isotropes Medium bietet, das mit verschiedenen feinem Korn, d. h. verschieden grossen Krystallindividuen, zu erhalten ist.

Hr. Dr. F. Salomon in Essen, unter dessen Aufsicht die Proben hergestellt sind, und dem ich für seine Bemühungen zu grossem Danke verpflichtet bin, theilt mir über ihre Naturgeschichte im Wesentlichen Folgendes mit.

Zwei verschiedene Güsse haben das Material geliefert.

Der erste Stahl (*LS 84*) enthält nach Hrn. Salomon's Analysen

$C: 0,70\%$, $Si: 0,24\%$, $Mn: 0,64\%$, $P: 0,015\%$;

der zweite (*LS 86*), „welcher etwas weicher ist“

$C: 0,65\%$, $Si: 0,22\%$, $Mn: 0,24\%$, $P: 0,014\%$.

Die Proben

(*LS 84 R*) und (*LS 86 R*)

„sind direct aus dem rohen, in der Form erkalteten Guss geschnitten und besitzen infolge der langsamen Abkühlung ein verhältnissmässig grobes Korn“; die zweite Probe übrigens ein gröberes, als die erste.

Die Proben

(LS 84 N) und (LS 86 N)

sind aus den bezüglichen Güssen in der Weise geschmiedet, dass die mechanische Bearbeitung möglichst gleichmässig von allen Seiten stattfand.

Die Proben

(LS 84 E) und (LS 86 E)

sind nach einem besonderen, der Firma Krupp eigenthümlichen Verfahren verschmiedet, welches dem Stahl einen „ausserordentlich schönen und sehnigen Bruch“ verleiht.

Zerreissungsversuche mit aus den letzten beiden Proben geschnittenen Stäben von 10 cm Länge und 0,12 cm Durchmesser ergaben für:

	(LS 84 E)	und	(LS 86 E)
Bruch	9000 kg		7600 kg pro qmm.
Elasticitätsgrenze	5200 „		4400 „ „ „
Dehnung beim Bruch	15 %		18 %

§ 2. Die Beobachtungsmethode.

Da unter den zu untersuchenden Metallen die meisten sehr beträchtliche elastische Nachwirkungen und dauernde Deformationen bei Einwirkung selbst mässiger Kräfte zeigen, so schien es mir passend, keine *statische*, sondern eine *dynamische* Methode der Beobachtung anzuwenden; und zwar wählte ich, da die Messung der Schwingungsdauern der freien, unbeschwernten Stäbchen nicht mit der wünschenswerthen Genauigkeit möglich war, die Beobachtung der durch passend angebrachte träge Massen *verzögerten* Schwingungen, welche sich theoretisch und practisch gleich empfehlen.

Die *Elasticitätsconstanten* sind die Parameter des elastischen Potentials f , falls man dasselbe durch die Deformationsgrössen $x_x \dots x_y$ ausdrückt; dasselbe ist in diesem Falle gegeben durch

$$(1) \quad 2f = c_1 (x_x + y_y + z_z)^2 + c_2 (2(x_x^2 + y_y^2 + z_z^2) + y_z^2 + z_x^2 + x_y^2),$$

und c_1 , c_2 oder, indem man die Bezeichnung

$$(2) \quad 2c_2 = c - c_1$$

einführt, c und c_1 sind die Elasticitätsconstanten. Die el-

stischen Druckcomponenten $X_x \dots X_y$ folgen aus dem Potential nach den Formeln

$$X_x = -\frac{\partial f}{\partial x_x}, \dots X_y = -\frac{\partial f}{\partial x_y}.$$

Die *Elasticitätsmoduln* sind die Parameter des Potentials f wenn man dasselbe durch die Druckcomponenten ausdrückt; hier gilt

$$(3) \quad 2f = s_1 (X_x + Y_y + Z_z)^2 + s_2 (\frac{1}{2}(X_x^2 + Y_y^2 + Z_z^2) + Y_z^2 + Z_x^2 + X_y^2)$$

und s_1, s_2 , oder falls man

$$(4) \quad s_2 = 2(s - s_1)$$

setzt, s und s_1 sind die bez. Moduln.

Zwischen den Moduln und den Constanten bestehen die Formeln

$$(5) \quad c = \frac{4s - s_2}{s_2(3s - s_2)}, \quad c_1 = \frac{s_2 - 2s}{s_2(3s - s_2)}, \quad c_2 = \frac{1}{s_2}.$$

Wenn ein prismatischer Stab von der Länge L , der Breite B und der Dicke D auf seinen beiden Endflächen zwei entgegengesetzt gleiche Drehungsmomente $\pm M$ um die Richtung B erfährt, so krümmt er sich nach einem Kreisbogen, und der resultirende Winkel φ zwischen dem ersten und dem letzten Element seiner Axe ist gegeben durch

$$\varphi = \frac{12 L M s}{B D^3},$$

worin s den *Dehnungsmodul* bedeutet, d. h. das Reciproke des sogenannten Elasticitätscoefficienten (besser als *Dehnungswiderstand* bezeichnet).

Umgekehrt, wenn ein Stab von den obigen Dimensionen mit einem Ende eingeklemmt oder eingelöthet und mit dem anderen so an einer um eine Axe drehbaren trägen Masse befestigt ist, dass das letzte Element der Stabaxe mit einem Radiusvector zusammenfällt, so erfährt bei jeder Ablenkung aus der Ruhelage diese Masse seitens des Stabes ein Moment

$$M = -\frac{B D^3 \varphi}{12 L s},$$

welches nach der Ruhelage hin wirkt.

Diese Formel, die zunächst nur für den Gleichgewichtszustand gilt, ist auch auf den Bewegungszustand anwendbar,

wenn die träge Masse die Schwingungsdauer so verlängert, dass sie als unendlich gross gegen die Zeit angesehen werden kann, die eine Biegungsschwingung zur Fortpflanzung über die Länge des Stabes braucht.

Wirkt kein anderes Moment, als das durch das Stäbchen gelieferte, ist also der Einfluss der Schwerkraft z. B. dadurch ausgeschlossen, dass die Drehungsaxe durch den Schwerpunkt der trägen Masse geht, so gilt hiernach, wenn man noch deren Trägheitsmoment um ihre Rotationsaxe mit $\mathfrak{M}_\beta$ bezeichnet, für ihre Bewegung die Gleichung

$$\mathfrak{M}_\beta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = - \frac{B D^3 \varphi}{12 L s};$$

aus ihr folgt die Dauer einer Doppelschwingung T gemäss der Formel

$$(6) \quad T_\beta^2 = 4 \pi^2 \cdot \frac{12 \mathfrak{M}_\beta L s}{B D^3}$$

Hierbei sind allerdings die in Wirklichkeit nie fehlenden Widerstandskräfte, Luftwiderstand, innere Reibung, elastische Nachwirkung u. s. f. vernachlässigt; indessen ist dies unbedenklich. Stellt man ihr Moment nämlich durch eine nach ungeraden Differentialquotienten nach der Zeit fortschreitende Reihe der Form

$$M' = - \left(a \frac{\partial \varphi}{\partial t} + b \frac{\partial^3 \varphi}{\partial t^3} + c \frac{\partial^5 \varphi}{\partial t^5} + \dots \right)$$

dar und setzt voraus, dass alle diese Glieder von der ersten Ordnung gegen das oben allein berücksichtigte M sind, so weicht die Schwingungsdauer nur um Glieder *zweiter* Ordnung von dem in Formel (6) angegebenen Werthe ab, und die Anwendung des letzteren ist gestattet. —

Wenn man einen prismatischen Stab von den oben festgesetzten Dimensionen einem auf die beiden Grundflächen wirkenden Moment $\pm N$ um die Längsaxe unterwirft, so drillt sich derselbe gleichförmig, und die Drehung ψ des letzten gegen den ersten Querschnitt wird, für ein Verhältniss D/B , welches kleiner als $1/3$ ist, gegeben durch

$$\psi = \frac{3 L N s_1}{B D^3 \left(1 - 0,680 \frac{D}{B} \right)},$$

worin s_2 den *Drillungsmodul* bedeutet, d. h. das Reciproke des sonst eingeführten Torsionscoefficienten (besser *Drillungswiderstand* genannt).

Wenn daher der vertical gestellte Stab an seinem oberen Ende mit einer trägen Masse in Form eines Rotationskörpers so verbunden ist, dass seine Längsrichtung mit dessen Axe zusammenfällt, so erfährt die träge Masse bei einer Drehung um den Winkel ψ aus ihrer Ruhelage ein Moment N seitens des gedrillten Stabes von der Grösse

$$N = - \frac{B D^3 \psi}{3 L s_2} \left(1 - 0,630 \frac{D}{B} \right),$$

welches nach der Ruhelage zurückstrebt.

Diese Formel gilt, wie für den Gleichgewichts-, so auch für den Bewegungszustand, wenn nur die Schwingungsdauer des Systems als unendlich gross gegen die Zeit betrachtet werden kann, welche eine Drillungsschwingung zur Fortpflanzung über die Länge des Stabes braucht.

Wirkt auf die träge Masse, deren Trägheitsmoment mit $\mathfrak{M}_\delta$ bezeichnet sein mag, kein anderes Moment. als das von dem elastischen herrührende, so gilt für seine Bewegung die Gleichung

$$\mathfrak{M}_\delta \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = - \frac{D B^3 \psi}{3 L s_2} \left(1 - 0,630 \frac{D}{B} \right);$$

aus ihr folgt für die Dauer T_δ einer Doppelschwingung die Gleichung

$$(7) \quad T_\delta^2 = 4 \pi^2 \frac{3 \mathfrak{M}_\delta L s_2}{D B^3 \left(1 - 0,630 \frac{D}{B} \right)}.$$

Ueber den Einfluss etwa nur kleiner Widerstandskräfte auf die Schwingungsdauer gilt das zu Formel (6) Gesagte. —

Um die zu untersuchenden Stäbchen so, wie bei der Ableitung der vorstehenden Formeln vorausgesetzt ist, zu gleichförmigen, langsamen Biegungs- und Torsionsschwingungen zu zwingen, habe ich die folgenden beiden Apparate construirt und benutzt, welche kurz als der *Biegungs-* und der *Drillungsapparat* bezeichnet werden mögen.

Der *Biegungsapparat* ist in Fig. 1 und 2 von vorn und von hinten dargestellt.

Auf einer massiven Eisenplatte erheben sich zwei starke eiserne Säulen q und q_1 ; erstere trägt das schwingende System, letztere die Vorrichtung, um dasselbe in die gewünschte Bewegung zu versetzen.

Ich beschreibe zunächst das erstere. Die träge Masse ist gebildet von einer Messingscheibe SS von ca. 20 cm im Durchmesser mit stark verdicktem Rande, bestimmt, bei mässiger Masse (1200 g) ein möglichst grosses Trägheitsmoment zu lie-

Fig. 1.

fern. Diese Scheibe ruht mit einer genau in ihre Axe fallenden Carneolschneide auf einer Carneolplatte, welche auf der oberen Fläche der Säule q aufgekittet ist und mit Hilfe der Stellschrauben der Fussplatten horizontal gestellt werden kann. Damit bei den verschiedenen, mit der Scheibe vorzunehmenden Hantirungen die Schneide nicht beschädigt wird, kann man dieselbe mittelst einer Arretirungsvorrichtung von ihrer Unterlage aufheben. Es liegt nämlich unterhalb der Schneide ein in Fig. 1 aus dem viereckigen Ausschnitt der Scheibe SS herausragender Rahmen von Messing, der, wie

Fig. 2 zeigt, mit der starken Stahlfeder *r* verbunden ist und durch die Schraube *s* gehoben und gesenkt werden kann!

In seiner tiefsten Stellung lässt er die Carneolschneide frei auf der Platte liegen, beim Heben fasst er sie aber in zwei Ausschnitten, während sich zugleich vier Schraubenköpfe stützend unter die Fassung der Schneide legen; er gestattet so, das ganze bewegliche System etwa 1 mm über die Carneolplatte zu erheben.

Fig. 2.

Oberhalb der Axe ist in die Scheibe *SS* eine Spalte eingeschnitten; in dieser gleitet ein kurzer Messingansatz *h* und lässt sich in jeder Stellung durch die in Fig. 2 bei *h* sichtbare Schraubenmutter befestigen. Am Ansatz *h* wird die Fassung *a* angeschraubt, in welche das obere Ende des zu untersuchenden Stäbchens *ab* eingekittet oder eingelöthet ist.

Ein in einem zweiten Spalt unterhalb der Axe verschiebbares Gegengewicht *g* compensirt die Masse von *a* und *h*, sodass der Massenmittelpunkt des ganzen Systems, zuzüglich der oberen Hälfte des Stäbchens *ab*, nahezu in die Drehungsaxe fällt.

Das untere Ende des Stäbchens b ist ähnlich, wie das obere, zunächst in eine massive Messingfassung eingekittet oder gelöthet und mit dieser durch zwei Schrauben an dem in Fig. 1 sichtbaren horizontalen Arme bc befestigt. Dieser Arm trägt am Ende c eine horizontale Stahlaxe, die in zwei feinen Spitzen endigt und zwischen den Messingbacken der Klammer k durch die Schraube s_1 mit leichtem Druck gehalten wird, sodass der Arm bc um diese Axe drehbar ist.

Die ganze Klammer kk kann auf einer sicheren Unterlage vor- und rückwärts geschoben und an jeder Stelle mit der Schraube s_2 festgestellt werden.

Sonach ist das Stäbchen mit dem einen Ende parallel einem Radius an der grossen Scheibe SS , mit dem anderen senkrecht zu dem Radiusvector bc nach der Axe c befestigt; die Höhe beider Befestigungen ist so gewählt, dass die Mitte des Stäbchens möglichst genau mit der Carneolschneide zusammenfällt.

Wird die Scheibe SS aus der Ruhelage abgelenkt, so krümmt sich das Stäbchen nach einem Kreisbogen, erleidet also eine gleichförmige Biegung. Das untere Ende bei b senkt sich dabei nur ganz unmerklich; bei der gewöhnlichen Anfangsamplitude des Randes der Scheibe von ca. 1 mm und einer Stäbchenlänge von 100 mm nämlich nur um ca. 0,0004 mm. Ich hielt es demnach anfangs überhaupt nicht für nöthig, das untere Ende *beweglich* zu machen; indessen zeigte die Beobachtung, dass bei directer Befestigung des Stäbchenendes b an einem festen Halter leicht eine Längsspannung des Stäbchens und dadurch ein Druck der Carneolschneide gegen ihre Unterlage von höchst wechselnder und ganz uncontrolirbarer Grösse entstand, welcher die Axenreibung veränderte und die Messungen störte. Daher habe ich den beschriebenen Weg ergriffen, der diesen Uebelstand beseitigt.

Eine Elongation von gewünschter Grösse dem beweglichen System mitzutheilen, dient der auf der zweiten Säule q_1 befestigte Theil.

Auf einer horizontalen Platte ist mit dem Handgriff m eine Art von Zange verschiebbar, deren oberer Arm am Ende n gegabelt ist; die Schraube l gestattet, zusammen mit der gegen

den Arm von unten wirkenden Feder, ihn in beliebiger Höhe einzustellen.

Für die Verwendung schiebt man die Gabel n über den in Fig. 1 sichtbaren, am Rande der grossen Scheibe SS befindlichen Ansatz o , dreht die Schraube l um ein gewünschtes Stück und zieht nun mittelst des Griffes m die Zange schnell zurück; auf diese Weise wird die Scheibe mit einer Elongation von gewünschter Grösse freigelassen und beginnt ihre Schwingungen.

Die Schwingungen zu beobachten, gestattete der in Fig. 2 sichtbare, auf der Rückseite der Scheibe SS angebrachte Spiegel t , dessen Gewicht durch das verstellbare Gegengewicht u compensirt ist.

Wenn, wie vorausgesetzt, der Massenmittelpunkt des beweglichen Systems in die Drehungsaxe, d. h. die Kante der Carneolschneide, fällt, so ist die Elasticität des Stäbchens in der That die einzige beschleunigende Kraft. Die oben entwickelte Formel (6) für die Schwingungsdauer ist also anwendbar. —

Den *Drillingsapparat* stellt Fig. 3 dar.

Auf einem schweren eisernen Dreifuss ff erheben sich zwei starke messingene Säulen hh , welche auf ihren oberen Enden eine Querstange tragen; von dieser hängt an einem dünnen Messingdrahte das bewegliche System herab und kann mittelst der Schraubenmutter s innerhalb gewisser Grenzen gehoben und gesenkt, ausserdem auch um den Aufhängedraht als Axe gedreht werden.

Fig. 3.

Dass bewegliche System besteht aus der grossen Messing-scheibe SS mit dickem Rande, im Gewichte von ca. 1300 g, verbunden mit einem Gestell aus Messingdraht, welches die Befestigung an dem Aufhängedraht bei r gestattet.

In die Axe der Scheibe wird die Messingfassung a eingeschraubt, in welche das untere Ende des zu untersuchenden Stäbchens ab eingekittet oder eingelöthet ist; das obere Ende b ist in eine in der Figur sichtbare Kugel von Messing mit unten angefeilter Ebene gekittet oder gelöthet.

Diese Kugel wird mit kräftigem Druck der Schraube s_1 zwischen die Backen der Klammer k gefasst und so gehalten; die gewählte Kugelgestalt gestattet, dies auszuführen, ohne dass dabei das untere Ende des Stäbchens mit der Scheibe SS

Fig. 4.

seine Lage verändert, sodass auch nach der Befestigung der Aufhängedraht in die Drehungsaxe des ganzen Systems fällt. Dies ist nöthig, um reine Drillungsschwingungen ohne seitliches Pendeln zu erhalten, und es sind Marken vorhanden, um die Centrirung des Stäbchens zu prüfen.

Die Klammer k lässt sich je nach der verschiedenen Länge der zu untersuchenden Stäbe höher oder tiefer stellen und mit der Schraube s_2 festklemmen.

Um dem ganzen beweglichen System eine Elongation von gewünschter Grösse zu ertheilen, dient eine unterhalb der Scheibe SS liegende Vorrichtung, die in Fig. 4 schematisch dargestellt ist.

Da es sich um die Hervorbringung reiner Drillungs-

schwingungen handelt, so musste die äussere Einwirkung möglichst nahe der Drehungsaxe angreifen.

Zu diesem Zwecke war auf der unteren Seite der Scheibe SS die kleine verticale Stahlplatte d befestigt, deren Mitte in die Drehungsaxe fiel. Unter ihr, mit seiner Axe gleichfalls in der Drehungsaxe liegend, befand sich der stählerne Cylinder ee , der in einer Durchbohrung des Dreifusses ff sowohl dreh- als verschiebbar war.

Eine Drehung konnte man ihm durch die Schraube c ertheilen, welche der Feder l entgegen auf den Hebel h wirkte, eine Hebung oder Senkung durch den Griff g , der mit dem Ende i in eine an dem Cylinder ee befestigte Gabel fasste. (Der Kopf der Schraube c und das Ende des Griffes g ragten unter der Scheibe hervor und sind auch in Fig. 3 sichtbar.)

Um nun die gewünschte Elongation zu ertheilen, wurde mittelst g der Cylinder ee gehoben, sodass der Ansatz d der Scheibe sich in den Einschnitt auf seiner oberen Fläche legte, die Schraube c um einen bestimmten Betrag gedreht und sodann durch schnelles Heben des Griffes g die Scheibe wieder frei gegeben.

Zur Beobachtung der Schwingungen diente der in Fig. 3 sichtbare Spiegel t , dessen Gewicht durch das Gegengewicht u compensirt wurde.

Bei der beschriebenen Anordnung wirkt auf das bewegliche System als beschleunigende Kraft ausser der Elasticität des Stäbchens ab auch diejenige des Aufhängedrahtes; letztere ist aber gegen erstere so gering, dass sie vernachlässigt werden kann. Es ist also für die Schwingungsdauer die oben abgeleitete Formel (7) gültig.

§ 3. Vorbereitende Messungen.

Um nach den Formeln (6) und (7) die Biegungs- und Drillungsmoduln s und s_2 zu berechnen, ist ausser der Beobachtung der Schwingungsdauer T_β und T_δ erforderlich die Bestimmung der Trägheitsmomente $\mathfrak{M}_\beta$ und $\mathfrak{M}_\delta$ der mit den elastischen Stäben verbundenen Massen und die Messung der Dimensionen der Metallprismen. Ueber die letzteren beiden Arbeiten, welche den eigentlichen Elasticitätsbeobachtungen vorausgingen, soll in diesem Abschnitt berichtet werden.

Zur Ableitung der Trägheitsmomente wurde der von Gauss angegebene Weg eingeschlagen. Jede der beiden Scheiben wurde bifiler aufgehängt, sodass ihre Ebene horizontal lag, und mit zwei cylindrischen Uebergewichten armirt welche einmal nahe dem Umfang, sodann nahe dem Mittelpunkt an ihnen befestigt werden konnten. In beiden Anordnungen wurden die Scheiben in Schwingungen versetzt und ihre Schwingsdauern beobachtet.

Bezeichnet man mit m die Masse eines Zusatzgewichtes, mit mk^2 sein Trägheitsmoment um die vertikal gestellte Cylinderaxe, und sind T_1 und T_2 die Schwingungsdauern, während die Zusatzgewichte resp. die Entfernungen e_1 und e_2 von der Drehungsaxe besaßen, so findet sich das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}$ der Scheibe ohne die Uebergewichte

$$(8) \quad \mathfrak{M} = 2m \frac{T_2^2(k^2 + e_1^2) - T_1^2(k^2 + e_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}.$$

Die Massen der Zusatzgewichte waren $m = 128,88$ g, ihre Radien gleich $0,99$ cm, also $k^2 = (0,99)^2 / 2$.

Die Bestimmung der Schwingungsdauern geschah mit einem Chronometer, welches $0,4$ Sec. schlug, und die Ablesungen der Zeitpunkte t für die Durchgänge der Scheiben durch die Ruhelage sind unten in diesen Einheiten angegeben; jede mitgetheilte Zahl ist das Mittel aus drei aufeinander folgenden Bestimmungen. Unter n ist die Anzahl der Doppelschwingungen verstanden, die seit der ersten Beobachtung verflossen waren, unter t_b die aus der schliesslich gefundenen Schwingungsdauer berechneten Werthe der Beobachtungen, welche beigelegt sind, um die Zuverlässigkeit der Beobachtungen zu zeigen.

I. Scheibe vom Bieungsapparat.

a) Zusatzgewichte aussen; $e_1 = 9,47$.

t	n	t_b
0	0	—0,2
2102,4	28	2102,6
4205,5	56	4205,4
6458,4	86	6458,5
9012,0	120	9011,9

$$T_1 = 75,1007.$$

b) Zusatzgewichte innen; $e_1 = 1,60\%$.

t	n	t_b
0	0	0,3
2237,5	34	2237,6
4146,2	63	4145,9
6120,6	93	6120,0
8949,5	136	8949,6
11449,7	174	11450,1

$$T_2 = 65,803s.$$

c) Zusatzgewichte aussen; $e_1 = 9,47\%$.

t	n	t_b
0	0	0,2
2554,0	34	2553,8
4957,5	66	4957,2
7210,3	96	7210,4
12317,5	164	12317,6

$$T_1 = 75,105s.$$

Die Differenz zwischen dem ersten und dem zweiten Werth von T_1 rührt wahrscheinlich davon her, dass die Aufhänge-drähte, trotzdem die Scheibe längere Zeit mit einem Uebergewicht von 600 g sich selbst überlassen worden war, sich während der Beobachtung nochmals gereckt haben; wir rechnen mit den Werthen:

$$T_1 = 75,103, \quad T_2 = 65,803.$$

Die Anwendung der Formel (8) liefert das Trägheitsmoment der Biegungsscheibe

$$M_\beta = 7350_0$$

mindestens bis auf ein pro mille genau.

II. Scheibe vom Drillungsapparat.

a) Zusatzgewichte aussen; $e = 6,00\%$.

t	n	t_b
0	0	0,1
1185,3	25	1185,3
3887,9	82	3887,7
5404,8	114	5404,8
7206,3	172	7206,4

$$T_1 = 47,409s.$$

b) Zusatzgewichte innen; $e_2 = 1,03\%$.

t	n	t_b
0	0	— 0,2
1635,6	39	1635,5
3899,9	93	3899,8
6289,9	150	6289,9
8554,0	204	8554,2

$$T_2 = 41,931s.$$

c) Zusatzgewichte aussen; $e_1 = 6,00$.

t	n	t_b
0	0	0,2
2513,8	53	2513,0
3888,1	82	3887,8
5689,6	120	5689,6
7491,1	158	7491,2

$$T_1 = 47,4112.$$

Die Differenz zwischen den beiden für T_1 erhaltenen Werthen findet in demselben Sinne statt, wie oben, erklärt sich also wohl auch auf dieselbe Weise; sie ist übrigens noch unbedeutender wie dort. Wir rechnen mit den Zahlen

$$T_1 = 47,411, \quad T_2 = 41,931.$$

Ihre Anwendung ergibt aus Formel (8)

$$M_2 = 31930. \quad -$$

Was die Bestimmung der Dimensionen der Metallprismen anlangt, so war es nicht nöthig, der einzelnen Messung eine so bedeutende Genauigkeit zu geben, wie z. B. den analogen an Krystallstäbchen gelegentlich der Bestimmung ihrer Elasticitätscomponenten. Denn einerseits hatten die Metallstäbe viel grössere Dimensionen, andererseits aber wegen der grösseren Weichheit des Materiales viel unregelmässigere Gestalt, als die Krystallprismen. Daher genügte es, mit einem gut gearbeiteten Dickemesser, dessen Schraubenhöhe = 0,6476 mm betrug, die Dicke längs zweier den Kanten auf $\frac{1}{4}$ Breite Abstand parallel laufenden Geraden je 7—11 Mal zu messen und von diesen 14—22 Messungen das Mittel zu nehmen. In den folgenden Tafeln sind, um ein Bild von der Gestalt der Stäbe zu geben, die 7—11 Mittel aus den beiden auf denselben Querschnitt bezüglichen Messungen angegeben. Die Breite wurde mittelst eines Schublineals an 3—6 Stellen gemessen. Diese Messungen hat fast sämmtlich Herr Dr. Drude ausgeführt.

§ 4. Schwingungsbeobachtungen.

Für die Beobachtung der Schwingungsdauern wurden die Metallstäbchen beiderseits in kräftige Messingklötze eingelöthet, resp., wo das Löthen durch das Material unmöglich gemacht wurde, mit Schellack eingekittet und mit der einen Fassung an der beweglichen Scheibe angeschraubt, mit der andern in

den oben beschriebenen Klammern eingeklemmt. Die Fassungen umschlossen beiderseits die Stäbchen sehr streng, und die aus ihnen herausgetretene Löth- oder Kittmasse wurde sorgfältig beseitigt, damit die schwingende freie Länge des Stäbchens wohl definirt wäre.

Die Bestimmung der Schwingungsdauern geschah zumeist durch Abzählen einiger hundert Schwingungen mit einem Chronograph, der Fünftel-Secunden registrirte, von Assmann in Glashütte; nur bei sehr kleinen Schwingungsdauern, wo dies Verfahren unsicher schien, wurde die früher beschriebene¹⁾ Methode der photographischen Registrirung benutzt. Auf beide Weisen erhielt man ohne alle Schwierigkeit die mehr wie genügende Genauigkeit von nahe 0,001".

In den folgenden Tafeln gebe ich in alphabetischer Anordnung der untersuchten Metalle die Resultate der auf jedes Stäbchen bezüglichen directen Messungen; zunächst die Dichte ϵ des Materiales, ferner für die einzelnen Stäbchen die gefundenen Dicken in 7—11 aequidistanten Querschnitten in Trommeltheilen des Dickemessers, sodann die Mittelwerthe der Breite B und Dicke D in Centimetern, dann in den mit (β) und (δ) bezeichneten Reihen die bei Biegungs- und Drillungsversuchen benutzten Längen L und erhaltenen Schwingungsdauern T , daneben auch die Beobachtungstemperatur ϑ .

Aus den gemessenen B , D , L und T und den früher bestimmten Trägheitsmomenten $\mathfrak{M}$ berechnen sich die Biegungs- und Drillungsmoduln, s resp. s_2 , nach den Formeln

$$(9) \quad \begin{cases} s = \frac{B D^3 T_\beta^2}{48 \pi^2 \mathfrak{M}_\beta L_\beta} \\ s_2 = \frac{B D^3 T_\delta^2}{12 \pi^2 \mathfrak{M}_\delta L_\delta} \left(1 - 0,630 \frac{D}{B} \right). \end{cases}$$

Aus den Moduln s und s_2 folgen die Elasticitätsconstanten c und c_1 , resp. c_1 und $c_2 = \frac{1}{2}(c - c_1)$ der Substanz nach den Formeln (5).

Da s_2/s immer nahe um 2,5 liegt, so sind die Constanten c und c_1 wesentlich ungenauer zu bestimmen, als die Moduln s und s_2 .

1) W. Voigt, Wied. Ann. 47. p. 680. 1892.

Die Moduln und Constanten sind in absoluten Einheiten (cm, g, sec.) angegeben; da man indessen die sogenannten „Elasticitätscoefficienten“, die alle präziser „elastische Widerstände“ genannt würden, vielfach in Millimetern und Grammgewichten (letztere als Krafteinheiten gewählt) angiebt, so habe ich den „Biegungswiderstand“ E und den „Drillungswiderstand“ T in diesen Einheiten noch hinzugefügt. Es ist bis auf den Unterschied der Einheiten

$$E = 1 / s, \quad T = 1 / s_2.$$

Die Abweichungen zwischen den bei verschiedenen Stäben derselben Substanz gefundenen Constantenwerthen von einander übersteigen mehrfach bedeutend den Betrag der directen Beobachtungsfehler, dessen Grösse man durch Vergleichung der an demselben Stabe bei verschiedenen von einander unabhängigen Beobachtungen gefundenen Werthe beurtheilen kann.

Zwei Ursachen bedingen dieselben: einerseits die Inhomogenität, andererseits die Anisotropie des Materials; erstere wird durch Verunreinigungen und Gussporen, letztere durch die bei manchen Metallen recht beträchtliche Grösse des krystallinischen Kornes verursacht. Mitunter kann man aus den erhaltenen Zahlen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit schliessen, ob der eine oder der andere Umstand maassgebend gewesen ist.

Weicht die Biegungs- und die Drillungsconstante in *demselben* Sinne vom Mittelwerth ab, so wird man die *Inhomogenität*, weichen sie im *entgegengesetzten* Sinne ab, so wird man die *Anisotropie* als wirksam betrachten dürfen. Für Beides liefern die folgenden Tabellen Beispiele.

Aluminium ($s = 2,676$).

Nr. 1. 153,9 153,7 153,5 153,9 153,5 153,7 154,1 154,1 153,8 154,5
 $B = 0,603, \quad D = 0,1014.$

β) $L = 10,16, \quad T = 0,964, \quad \vartheta = 14,5, \quad s = 1,65 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,28, \quad T = 0,542, \quad \vartheta = 14,5, \quad s_2 = 4,24 \cdot 10^{-12}$

Nr. 2. 156,0 156,1 156,9 157,3 156,3 156,5 157,0 156,8 155,3 156,1
 $B = 0,608, \quad D = 0,0997.$

β) $L = 10,27, \quad T = 0,934, \quad \vartheta = 14,4, \quad s = 1,47 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,22, \quad T = 0,520, \quad \vartheta = 14,4, \quad s_2 = 3,78 \cdot 10^{-12}$

Nr. 3. 153,3 153,2 154,1 154,9 155,4 155,2 155,5 155,9 156,4 155,6
 $B = 0,599, \quad D = 0,1005.$

β) $L = 10,16, \quad T = 0,956, \quad \vartheta = 12,5, \quad s = 1,57 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,16, \quad T = 0,522, \quad \vartheta = 17,0, \quad s_2 = 3,86 \cdot 10^{-12}$

Nr. 4.	153,7	154,0	154,8	154,2	152,9	153,2	153,5	153,7	152,5	151,7
	$B = 0,600, D = 0,0994.$									
$\beta)$	$L = 10,28,$	$T = 0,976,$	$\vartheta = 13,5,$	$s = 1,57 \cdot 10^{-12}$						
	10,16,	0,971.	$\vartheta = 13,4,$	$1,57 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 10,21,$	$T = 0,542,$	$\vartheta = 15,0,$	$s_2 = 4,02 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 5.	191,3	193,0	193,5	193,5	192,2	192,2	191,7	191,8	192,0	191,6
	$B = 0,600, D = 0,1234.$									
$\beta)$	$L = 10,00,$	$T = 0,684,$	$\vartheta = 16,2.$	$s = 1,55 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 10,12,$	$T = 0,387,$	$\vartheta = 15,0,$	$s_2 = 3,91 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 6.	189,8	189,9	191,0	192,0	190,6	189,8	190,2	190,0	190,8	190,7
	$B = 0,600, D = 0,1245.$									
$\beta)$	$L = 9,96,$	$T = 0,684,$	$\vartheta = 15,0,$	$s = 1,50 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 10,16,$	$T = 0,387.$	$\vartheta = 15,0,$	$s_2 = 3,81 \cdot 10^{-12}$						
Mittelw.:	$s = 1,552 \cdot 10^{-12}, s_1 = -0,425 \cdot 10^{-12}, s_2 = 3,958 \cdot 10^{-12}, s_2/s = 2,547.$ $c = 0,811 \cdot 10^{+12}, c_1 = 0,308 \cdot 10^{-12}, c_2 = 0,252 \cdot 10^{+12}, c/c_1 = 2,66.$ $E = 6,567 \cdot 10^6, T = 2,578 \cdot 10^6.$									

Bei Aluminium entsprechen durchweg grosse Biegemoduln grossen Drillungsmoduln; die bedeutenden Abweichungen vom Mittelwerthe sind hiernach auf Inhomogenitäten zurückzuführen.

Bronze ($\epsilon = 8,731$).

Nr. 1.	160,5	161,5	159,5	158,5	160,5	160,5	159,0
	$B = 0,600, D = 0,1036.$						
$\beta)$	$L = 10,08,$	$T = 0,707,$	$\vartheta = 15,0,$	$s = 0,950 \cdot 10^{-12}$			
$\delta)$	$L = 10,36,$	$T = 0,403,$	$\vartheta = 17,3,$	$s_2 = 2,464 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 2.	158,0	158,0	159,0	159,5	159,0	158,0	158,0
	$B = 0,600, D = 0,1027.$						
$\beta)$	$L = 10,15,$	$T = 0,722,$	$\vartheta = 15,2,$	$s = 0,959 \cdot 10^{-12}$			
	9,99,	0,714,	13,8,	$0,953 \cdot 10^{-12}$			
$\delta)$	$L = 10,37,$	$T = 0,411,$	$\vartheta = 16,0,$	$s_2 = 2,498 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 3.	159,0	156,5	157,5	158,0	161,5	159,0	159,0
	$B = 0,600, D = 0,1023.$						
$\beta)$	$L = 10,16,$	$T = 0,721,$	$\vartheta = 16,4,$	$s = 0,944 \cdot 10^{-12}$			
	9,99,	0,715,	13,5,	$0,944 \cdot 10^{-12}$			
$\delta)$	$L = 10,40,$	$T = 0,408,$	$\vartheta = 15,0,$	$s_2 = 2,427 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 4.	159,5	158,5	159,5	160,5	159,5	158,5	159,0
	$B = 0,600, D = 0,1030.$						
$\beta)$	$L = 10,10,$	$T = 0,720,$	$\vartheta = 17,1,$	$s = 0,966 \cdot 10^{-12}$			
$\delta)$	$L = 10,36,$	$T = 0,409,$	$\vartheta = 15,3,$	$s_2 = 2,497 \cdot 10^{-12}$			
	10,05,	0,405,	14,5,	$2,524 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 5.	189,6	189,9	190,8	191,3	191,6	192,0	191,9
	$B = 0,607, D = 0,1235.$						
$\beta)$	$L = 9,97,$	$T = 0,544,$	$\vartheta = 13,6,$	$s = 0,974 \cdot 10^{-12}$			
	9,84,	0,537,	13,5,	$0,962 \cdot 10^{-12}$			
$\delta)$	$L = 9,89,$	$T = 0,307,$	$\vartheta = 13,8,$	$s_2 = 2,511 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 6.	185,4	185,2	187,4	188,3	189,0	189,2	189,3
	$B = 0,603, D = 0,1215.$						
$\beta)$	$L = 9,92,$	$T = 0,557,$	$\vartheta = 13,6,$	$s = 0,971 \cdot 10^{-12}$			
	9,86,	0,556,	13,3,	$0,975 \cdot 10^{-12}$			
$\delta)$	$L = 9,94.$	$T = 0,319,$	$\vartheta = 13,8,$	$s_2 = 2,558 \cdot 10^{-12}$			

Nr. 4.	154,7	154,4	155,3	155,8	155,0	154,5	153,7	153,2	154,1	154,6							
	$B = 0,604, D = 0,1003.$																
$\beta)$	$L = 10,07,$	$T = 0,921,$	$\vartheta = 14,7,$	$s = 1,475 \cdot 10^{-12}$													
$\delta)$	$L = 10,18,$	$T = 0,535,$	$\vartheta = 15,4,$	$s_2 = 4,15 \cdot 10^{-12}.$													
Mittelw.:	$s = 1,442 \cdot 10^{-12}, s_1 = -0,638 \cdot 10^{-12}, s_2 = 4,160 \cdot 10^{-12}, s_1/s_2 = 2,885.$																
	$c = 2,33 \cdot 10^{+12}, c_1 = 1,85 \cdot 10^{+12}, c_2 = 0,24 \cdot 10^{+12}, c_1/c = 1,26.$																
	$E = 7,07 \cdot 10^{+6}, T = 2,45 \cdot 10^{+6}.$																

Die Cadmiumstäbchen sind infolge der Weichheit des Materiales nicht sehr regelmässig gestaltet. Zwei von ihnen wurden für andere Untersuchungen dünner geschliffen und zeigten um einige Procent verkleinerte Moduln; offenbar hat die doppelte Bearbeitung das Material dichter und widerstandsfähiger gemacht.

Eisen ($\epsilon \approx 7,188$).

Nr. 1.	157,0	156,0	157,3	158,7	159,8	160,0	160,1	159,1	157,5	157,5
	$B = 0,596, D = 0,1026.$									
$\beta)$	$L = 10,16,$	$T = 0,662,$	$\vartheta = 16,0,$	$s = 0,797 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 10,07,$	$T = 0,363,$	$\vartheta = 16,5,$	$s_2 = 1,985 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 2.	158,4	159,1	159,8	160,5	160,7	160,3	159,4	158,2	157,3	158,1
	$B = 0,595, D = 0,1030.$									
$\beta)$	$L = 10,28,$	$T = 0,661,$	$\vartheta = 15,8,$	$s = 0,793 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 10,52,$	$T = 0,363,$	$\vartheta = 16,5,$	$s_2 = 1,919 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 3.	157,8	158,6	160,3	162,0	162,7	162,9	162,3	161,1	159,4	159,2
	$B = 0,596, D = 0,1038.$									
$\beta)$	$L = 10,17,$	$T = 0,641,$	$\vartheta = 15,4,$	$s = 0,773 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 10,10,$	$T = 0,355,$	$\vartheta = 14,5,$	$s_2 = 1,960 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 4.	156,8	157,7	159,2	159,7	159,5	159,3	159,4	159,4	158,0	157,9
	$B = 0,596, D = 0,1028.$									
$\beta)$	$L = 10,18,$	$T = 0,669,$	$\vartheta = 16,1,$	$s = 0,817 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 10,44,$	$T = 0,365,$	$\vartheta = 15,3,$	$s_2 = 1,947 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 5.	191,6	193,6	195,3	195,5	194,6	194,0	193,6	193,4	192,8	192,0
	$B = 0,607, D = 0,1254.$									
$\beta)$	$L = 9,94,$	$T = 0,480,$	$\vartheta = 13,6,$	$s = 0,797 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 10,09,$	$T = 0,269,$	$\vartheta = 14,0,$	$s_2 = 1,976 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 6.	190,6	192,0	192,9	193,0	193,3	193,3	192,7	192,6	192,0	190,9
	$B = 0,606, D = 0,1246.$									
$\beta)$	$L = 9,91,$	$T = 0,483,$	$\vartheta = 14,7,$	$s = 0,792 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 10,05,$	$T = 0,269,$	$\vartheta = 14,6,$	$s_2 = 1,942 \cdot 10^{-12}$						
Mittelw.:	$s = 0,795 \cdot 10^{-12}, s_1 = -0,182 \cdot 10^{-12}, s_2 = 1,955 \cdot 10^{-12}, s_1/s_2 = 2,459.$									
	$c = 1,46 \cdot 10^{+12}, c_1 = 0,43 \cdot 10^{+12}, c_2 = 0,51 \cdot 10^{+12}, c/c_1 = 3,36.$									
	$E = 12,82 \cdot 10^{+6}, T = 5,21 \cdot 10^{+6}.$									

Gold ($\epsilon = 19,28$).

Nr. 1.	157,3	157,3	157,0	156,5	156,1	155,7	155,5	156,0	157,1	157,0
	$B = 0,6017, D = 0,1014.$									
$\beta)$	$L = 9,59,$	$T = 0,854,$	$\vartheta = 18,0,$	$s = 1,37 \cdot 10^{-12}$						
$\delta)$	$L = 9,58,$	$T = 0,479,$	$\vartheta = 19,0,$	$s_2 = 3,55 \cdot 10^{-12}$						

- Nr. 2. 156,7 157,6 157,4 156,8 155,9 155,1 155,0 155,8 157,1 156,7
 $B = 0,6018$, $D = 0,1013$.
 β) $L = 9,58$, $T = 0,842$, $\vartheta = 19,0$, $s = 1,32 \cdot 10^{-12}$
 δ) $L = 9,54$, $T = 0,483$, $\vartheta = 18,5$, $s_2 = 3,61 \cdot 10^{-12}$
Mittelw.: $s = 1,34 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,44 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 3,58 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,66$.
 $c = 1,1 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,54 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,28 \cdot 10^{-12}$, $c/c_1 = 2,02$.
 $E = 7,58 \cdot 10^{+6}$, $T = 2,85 \cdot 10^{+6}$.

Als die Goldstäbchen direct nach der Herstellung beobachtet wurden, gaben sie untereinander stark abweichende Resultate; offenbar hatte die Bearbeitung auf das so äusserst weiche Material eine Wirkung geübt. Nach einmaligem leichten Glühen fanden sich die vorstehenden befriedigenden Zahlen.

Kupfer ($\varepsilon = 8,860$).

- Nr. 1. 157,2 158,7 159,7 158,4 159,0 159,7 160,6
 $B = 0,600$, $D = 0,1028$.
 β) $L = 10,08$, $T = 0,707$, $\vartheta = 13,5$, $s = 0,929 \cdot 10^{-12}$
 $10,16$, $0,711$, $15,0$, $0,932 \cdot 10^{-12}$
 δ) $L = 10,10$, $T = 0,381$, $\vartheta = 14,5$, $s_2 = 2,21 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 2. 157,4 159,2 160,2 160,7 160,6 160,0 160,0 160,4 160,7 159,6
 $B = 0,602$, $D = 0,1036$.
 β) $L = 10,25$, $T = 0,709$, $\vartheta = 14,2$, $s = 0,942 \cdot 10^{-12}$
 δ) $L = 10,07$, $T = 0,381$, $\vartheta = 14,0$, $s_2 = 2,28 \cdot 10^{-12}$
 $10,10$, $0,382$, $15,0$, $2,28 \cdot 10^{-12}$
 $10,08$, $0,381$, $15,0$, $2,27 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 3. 157,2 158,5 160,0 159,7 159,4 159,4 158,4
 $B = 0,600$, $D = 0,1025$.
 β) $L = 10,16$, $T = 0,705$, $\vartheta = 15,0$, $s = 0,908 \cdot 10^{-12}$
 $10,08$, 702 , $0,907 \cdot 10^{-12}$
 $10,23$, 708 , $0,909 \cdot 10^{-12}$
 $10,22$, 707 , $0,908 \cdot 10^{-12}$
 $10,12$, 700 , $0,899 \cdot 10^{-12}$
 δ) $L = 10,17$, $T = 0,371$, $\vartheta = 14,7$, $s_2 = 2,06 \cdot 10^{-12}$
 $10,12$, $0,373$, $14,5$, $2,10 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 4. 156,7 156,7 158,1 158,4 157,8 158,0 157,8
 $B = 0,600$, $D = 0,1018$.
 β) $L = 10,24$, $T = 0,735$, $\vartheta = 16,0$, $s = 0,960 \cdot 10^{-12}$
 $10,06$, $0,731$, $14,4$, $0,966 \cdot 10^{-12}$
 δ) $L = 10,41$, $T = 0,390$, $\vartheta = 14,8$, $s_2 = 2,18 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 5. 191,2 191,7 192,8 193,9 193,9 193,4 192,7 192,8 191,8 191,7
 $B = 0,605$, $D = 0,1247$.
 β) $L = 9,97$, $T = 0,532$, $\vartheta = 15,0$, $s = 0,955 \cdot 10^{-12}$
 δ) $L = 9,94$, $T = 0,272$, $\vartheta = 15,0$, $s_2 = 2,02 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 6. 194,6 194,0 196,0 195,4 194,9 194,8 195,1 195,2 194,9 194,7
 $B = 0,606$, $D = 0,1263$.
 β) $L = 9,94$, $T = 0,517$, $\vartheta = 13,8$, $s = 0,941 \cdot 10^{-12}$
 δ) $L = 10,10$, $T = 0,269$, $\vartheta = 15,0$, $s_2 = 2,01 \cdot 10^{-12}$
 $10,12$, $0,271$, $14,2$, $2,04 \cdot 10^{-12}$
 $10,21$, $0,270$, $13,8$, $2,00 \cdot 10^{-12}$
- Mittelw.: $s = 0,939 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,12 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 2,13 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,27$.
 $c = 1,11 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,17 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,46 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 6,4$.
 $E = 10,8 \cdot 10^{+6}$, $T = 4,78 \cdot 10^{+6}$.

Zugleich beweisen diese Resultate, dass die bedeutenden Abweichungen der für *verschiedene* Stäbchen erhaltenen Werthe nicht in der Beobachtungsmethode, sondern in der Inhomogenität der Substanz begründet sind.

Nr. 1. 149,5 153,9 153,8 152,7 152,6 153,1 153,7 152,2 151,1 152,5
 $B = 0,600$, $D = 0,0988$.

$$\begin{array}{llll} \beta) L = 9,56, & T = 1,175, & \vartheta = 13,8, & s = 2,40 \cdot 10^{-12} \\ \delta) L = 9,58, & T = 0,643, & \vartheta = 14,5, & s_s = 5,92 \cdot 10^{-12} \end{array}$$

Nr. 2. 149,0 155,4 156,4 154,6 153,5 155,4 155,0 154,7 153,5 153,6
 $B = 0.605$, $D = 0.0999$.

$$\begin{aligned} \beta) L &= 10,16, & T &= 1,203, & \vartheta &= 14,1, & s &= 2,47 \cdot 10^{-12} \\ \delta) L &= 10,18, & T &= 0,661, & \vartheta &= 16,0, & s_s &= 6,13 \cdot 10^{-12} \end{aligned}$$

Nr. 3. 152,3 151,7 152,0 153,1 153,2 155,0 155,3 156,0 154,7
 $B = 0,600$, $D = 0,0995$.

$$\begin{aligned} \beta) L &= 8,78, \quad T = 1,106, \quad \vartheta = 15,2, & s &= 2,36 \cdot 10^{-12} \\ \delta) L &= 8,78, \quad T = 0,612, \quad \vartheta = 14,7, & s_s &= 5,97 \cdot 10^{-12} \end{aligned}$$

Nr. 4. 153,8 154,6 154,2 153,4 153,2 154,3 155,0 154,9
 $B = 0.600$, $D = 0.0999$.

$\beta) L = 7,59, \quad T = 1,015, \quad \vartheta = 14,7, \quad s = 2,33 \cdot 10^{-12}$
 $\delta) L = 7,68, \quad T = 0,563, \quad \vartheta = 14,6, \quad s_s = 5,85 \cdot 10^{-12}$

Nr. 5. 189,1 188,8 189,6 190,1 189,6 189,6 189,4 189,4 189,6 189,1
 $B = 0,605$, $D = 0,1228$.

$$\begin{aligned} \beta) L = 9,97, \quad T = 0,863, \quad \vartheta = 13,7, \quad s = 2,40 \cdot 10^{-12} \\ \delta) L = 9,97, \quad T = 0,480, \quad \vartheta = 14,7, \quad s_s = 5,98 \cdot 10^{-12} \end{aligned}$$

Nr. 6. 187,6 188,1 188,6 188,9 188,5 188,8 189,1 188,6 187,5 187,1
 $B = 0,609$, $D = 0,1220$.

$$\begin{aligned} \beta) L &= 9,98, \quad T = 0,866, \quad \vartheta = 13,2, & s &= 2,39 \cdot 10^{-12} \\ \delta) L &= 9,97, \quad T = 0,487, \quad \vartheta = 15,2, & s_2 &= 5,92 \cdot 10^{-12} \end{aligned}$$

Mittelw.: $s = 2,39_{\pm} \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,58_{\pm} \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 5,96_{\pm} \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,49_{\pm}$.
 $c = 0,49_{\pm} \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,16_{\pm} \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,16_{\pm} \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 3,0_{\pm}$.
 $E = 4,26_{\pm} \cdot 10^{+6}$, $T = 1,71_{\pm} \cdot 10^{+6}$.

Nr. 1. 159,8 158,5 157,3 158,0 159,3 160,2 159,4 158,5 158,5 158,1
 $B = 0,607$, $D = 0,1029$.

$$\begin{aligned} \beta) L &= 9,97, \quad T = 0,732, \quad \vartheta = 16,8, & s &= 1,02 \cdot 10^{-12} \\ \delta) L &= 10,13, \quad T = 0,434, \quad \vartheta = 14,0, & s_s &= 2,88 \cdot 10^{-12} \end{aligned}$$

Nr. 2.	161,1	162,1	160,1	159,8	162,3	162,4	160,9	160,8	162,2	162,2
	$B = 0,615, \quad D = 0,1046.$									
β)	$L = 9,83,$		$T = 0,716,$		$\vartheta = 15,6,$		$s = 1,05 \cdot 10^{-12}$			
δ)	$L = 10,11,$		$T = 0,416,$		$\vartheta = 16,8,$		$s_2 = 2,84 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 3.	159,1	161,1	162,6	162,0	162,2	160,1	159,9	159,9	161,0	
	$B = 0,611, \quad D = 0,1043.$									
β)	$L = 10,00,$		$T = 0,747,$		$\vartheta = 13,6,$		$s = 1,11 \cdot 10^{-12}$			
δ)	$L = 10,12,$		$T = 0,410,$		$\vartheta = 16,6,$		$s_2 = 2,72 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 4.	163,1	162,9	159,8	161,1	163,5	162,8	159,5	158,4	161,7	163,3
	$B = 0,612, \quad D = 0,1047.$									
β)	$L = 10,09,$		$T = 0,728,$		$\vartheta = 14,7,$		$s = 1,06 \cdot 10^{-12}$			
δ)	$L = 10,16,$		$T = 0,418,$		$\vartheta = 16,5,$		$s_2 = 2,85 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 5.	154,3	153,9	153,5	153,4	153,4	152,6	151,6	152,0	152,9	153,4
	$B = 0,604, \quad D = 0,0991.$									
β)	$L = 10,01,$		$T = 0,816,$		$\vartheta = 16,5,$		$s = 1,13 \cdot 10^{-12}$			
δ)	$L = 10,04,$		$T = 0,443,$		$\vartheta = 13,0,$		$s_2 = 2,73 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 6.	153,0	153,4	153,1	151,7	150,3	150,3	151,5	152,1	151,4	150,8
	$B = 0,608, \quad D = 0,0983.$									
β)	$L = 10,17,$		$T = 0,844,$		$\vartheta = 12,5,$		$s = 1,16 \cdot 10^{-12}$			
	9,93,		0,832,		15,0,		$1,16 \cdot 10^{-12}$			
δ)	$L = 10,03,$		$T = 0,447,$		$\vartheta = 16,5,$		$s_2 = 2,73 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 7.	191,7	192,1	193,5	192,9	190,5	190,4	191,7	193,0	191,9	191,5
	$B = 0,607, \quad D = 0,1244.$									
β)	$L = 9,90,$		$T = 0,578,$		$\vartheta = 15,0,$		$s = 1,13 \cdot 10^{-12}$			
δ)	$L = 9,95,$		$T = 0,311,$		$\vartheta = 15,0,$		$s_2 = 2,61 \cdot 10^{-12}$			
Nr. 8.	191,3	191,5	192,7	192,1	191,7	192,0	193,0	193,2	191,9	191,0
	$B = 0,606, \quad D = 0,1244.$									
β)	$L = 9,89,$		$T = 0,592,$		$\vartheta = 15,0,$		$s = 1,185 \cdot 10^{-12}$			
δ)	$L = 10,03,$		$T = 0,318,$		$\vartheta = 14,8,$		$s_2 = 2,71 \cdot 10^{-12}$			
Mittelw.:	$s = 1,106 \cdot 10^{-12}, \quad s_1 = -0,271 \cdot 10^{-12}, \quad s_2 = 2,756 \cdot 10^{-12}, \quad s_2/s = 2,496.$									
	$c = 1,08 \cdot 10^{+12}, \quad c_1 = 0,355 \cdot 10^{+12}, \quad c_2 = 0,36 \cdot 10^{+12}, \quad c/c_1 = 3,04.$									
	$E = 9,217 \cdot 10^{+6}, \quad T = 3,695 \cdot 10^{+6}.$									

Die Abweichungen zwischen den erhaltenen Zahlen sind in der Hauptsache auf unvollkommene Isotropie zurückzuführen, da meist grosse Werthe s kleinen Werthen s_2 entsprechen und umgekehrt.

Nickel ($\kappa = 8,795$).

Nr. 1.	153,5	154,0	154,0	153,5	152,8	147,5	147,0
	$B = 0,602, \quad D = 0,0985.$						
β)	$L = 10,26,$		$T = 0,553,$		$\vartheta = 15,8,$		$s = 0,492 \cdot 10^{-12}$
δ)	$L = 10,25,$		$T = 0,310,$		$\vartheta = 16,0,$		$s_2 = 1,28 \cdot 10^{-12}$
Nr. 2.	155,0	155,0	155,0	156,0	156,5	153,5	152,0
	$B = 0,600, \quad D = 0,1005.$						
β)	$L = 10,14,$		$T = 0,548,$		$\vartheta = 15,3,$		$s = 0,518 \cdot 10^{-12}$
δ)	$L = 10,47,$		$T = 0,308,$		$\vartheta = 16,3,$		$s_2 = 1,31 \cdot 10^{-12}$

Nr. 3. 154,0 154,3 156,1 157,1 156,6 156,5 156,1 155,4 154,5 154,3
 $B = 0,602$, $\vartheta = 0,1011$.

$\beta) L = 10,14$, $T = 0,531$, $\vartheta = 16,4$, $s = 0,497 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 10,24$, $T = 0,306$, $\vartheta = 15,6$, $s_2 = 1,34 \cdot 10^{-12}$

Nr. 4. 152,0 153,5 154,5 154,8 154,5 153,0 154,0
 $B = 0,600$, $D = 0,0998$.

$\beta) L = 10,17$, $T = 0,540$, $\vartheta = 16,4$, $s = 0,491 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 10,48$, $T = 0,306$, $\vartheta = 16,1$, $s_2 = 1,26 \cdot 10^{-12}$

Nr. 5. 195,8 196,0 198,0 198,7 198,1 197,7 197,2 197,0 196,0 195,8
 $B = 0,606$, $D = 0,1275$.

$\beta) L = 9,95$, $T = 0,375$, $\vartheta = 14,5$, $s = 0,511 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 10,11$, $T = 0,214$, $\vartheta = 14,2$, $s_2 = 1,31 \cdot 10^{-12}$

Nr. 6. 194,5 194,6 195,0 194,8 194,3 195,1 195,9 196,0 195,4 195,3
 $B = 0,605$, $\vartheta = 0,1263$.

$\beta) L = 9,96$, $T = 0,376$, $\vartheta = 14,2$, $s = 0,497 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 10,04$, $T = 0,2165$, $\vartheta = 14,0$, $s_2 = 1,32 \cdot 10^{-12}$

Mittelw.: $s = 0,501 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,151 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 1,303 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,60$.
 $c = 2,69 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 1,16 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,76 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 2,33$.
 $E = 20,34 \cdot 10^{+6}$, $T = 7,82 \cdot 10^{+6}$.

Silber ($\varepsilon = 10,49$).

Nr. 1. 188,2 187,2 186,8 187,7 188,2 187,2 187,4 187,2 187,0 187,2
 $B = 0,604$, $D = 0,1214$.

$\beta) L = 10,00$, $T = 0,650$, $\vartheta = 14,5$, $s = 1,31 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 10,06$, $T = 0,371$, $\vartheta = 14,7$, $s_2 = 3,41 \cdot 10^{-12}$

Nr. 2. 186,3 186,5 188,3 189,1 188,9 188,2 188,0 187,7 186,4 186,6
 $B = 0,603$, $D = 0,1216$.

$\beta) L = 10,06$, $T = 0,646$, $\vartheta = 14,0$, $s = 1,29 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 10,03$, $T = 0,367$, $\vartheta = 14,0$, $s_2 = 3,36 \cdot 10^{-12}$

Nr. 3. 139,7 140,1 140,8 141,9 141,9 142,9 143,3 142,2 141,4 141,6
 $B = 0,610$, $D = 0,0921$.

$\beta) L = 9,86$, $T = 0,9755$, $\vartheta = 15,6$, $s = 1,32 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 10,09$, $T = 0,558$, $\vartheta = 15,0$, $s = 3,52 \cdot 10^{-12}$

Nr. 4. 139,8 140,6 141,1 141,3 141,5 141,6 142,5 143,2 142,9 141,0
 $B = 0,608$, $D = 0,0926$.

$\beta) L = 9,85$, $T = 0,984$, $\vartheta = 15,6$, $s = 1,36 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 9,85$, $T = 0,550$, $\vartheta = 15,6$, $s_2 = 3,55 \cdot 10^{-12}$

Nr. 5. 141,7 143,0 143,1 143,0 142,5 142,3 142,4 142,3 142,2 141,7
 $B = 0,603$, $D = 0,09224$.

$\beta) L = 9,98$, $T = 0,970$, $\vartheta = 14,2$, $s = 1,28 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 9,96$, $T = 0,547$, $\vartheta = 14,8$, $s_2 = 3,40 \cdot 10^{-12}$

Nr. 6. 141,1 140,5 140,0 140,0 139,0 140,8 141,5 141,6 140,8 140,0
 $B = 0,602$, $D = 0,09106$.

$\beta) L = 9,89$, $T = 0,990$, $\vartheta = 14,8$, $s = 1,29 \cdot 10^{-12}$

$\delta) L = 10,00$, $T = 0,561$, $\vartheta = 14,2$, $s_2 = 3,42 \cdot 10^{-12}$

Mittelw.: $s = 1,303 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,413 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 3,443 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,63$.
 $c = 1,08 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,499 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,29 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 2,16$.
 $E = 7,79 \cdot 10^{+6}$, $T = 2,96 \cdot 10^{+6}$.

Stahl ($\varepsilon = 7,822$).

(L S 84 R.)

Nr. 1. 126,5 126,3 126,9 127,1 127,5 127,6 127,6 127,3 126,2 125,8
 $B = 0,600$, $D = 0,0822$.¹⁾

β) $L = 10,08$, $T = 0,723$, $\vartheta = 15,6$, $s = 0,496 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,11$, $T = 0,397$, $\vartheta = 16,2$, $s_2 = 1,255 \cdot 10^{-12}$

Nr. 2. 126,6 126,8 127,1 127,6 127,7 128,4 128,2 127,7 126,7 126,2
 $B = 0,600$, $D = 0,0824$.

β) $L = 10,07$, $T = 0,721$, $\vartheta = 16,1$, $s = 0,498 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,32$, $T = 0,401$, $\vartheta = 14,5$, $s_2 = 1,265 \cdot 10^{-12}$

Nr. 3. 125,1 125,6 127,2 128,0 128,1 128,4 128,4 128,0 126,3 125,4
 $B = 0,603$, $D = 0,0823$.

β) $L = 10,13$, $T = 0,724$, $\vartheta = 17,0$, $s = 0,500 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,11$, $T = 0,397$, $\vartheta = 15,0$, $s_2 = 1,265 \cdot 10^{-12}$

Nr. 4. 127,0 128,0 128,5 128,7 129,0 129,2 129,1 128,9 128,3 127,1
 $B = 0,600$, $D = 0,0832$.

η) $L = 10,05$, $T = 0,713$, $\vartheta = 15,0$, $s = 0,502 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,21$, $T = 0,393$, $\vartheta = 16,6$, $s_2 = 1,265 \cdot 10^{-12}$

Mittelw.: $s = 0,499 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,132 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 1,262 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,54$.
 $c = 2,47 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,89 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,79 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 2,78$.
 $E = 20,42 \cdot 10^{+6}$, $T = 8,076 \cdot 10^{+6}$.

Stahl ($\varepsilon = 7,829$).

(L S 84 N.)

Nr. 1. 138,5 139,2 138,7 139,6 140,1 139,9 141,0 141,5 141,0 139,8 138,7
 $D = 0,608$, $D = 0,09055$.

β) $L = 9,82$, $T = 0,6094$, $\vartheta = 18,0$, $s = 0,4895 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,87$, $T = 0,3365$, $\vartheta = 16,7$, $s_2 = 1,246 \cdot 10^{-12}$

Nr. 2. 142,8 141,6 141,8 143,0 143,7 143,6 144,6 144,8 144,0 142,7 142,0
 $B = 0,609$, $D = 0,09273$.

β) $L = 9,80$, $T = 0,588$, $\vartheta = 18,0$, $s = 0,492 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,00$, $T = 0,3253$, $\vartheta = 16,7$, $s_2 = 1,228 \cdot 10^{-12}$

Nr. 3. 139,1 139,4 139,7 140,3 139,2 139,1 139,4 140,3 140,0 139,2
 139,1.

$B = 0,605$, $D = 0,09046$.

β) $L = 9,80$, $T = 0,612$, $\vartheta = 16,7$, $s = 0,491 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,86$, $T = 0,337$, $\vartheta = 18,0$, $s_2 = 1,235 \cdot 10^{-12}$

Nr. 4. 139,8 138,8 139,1 140,0 140,6 140,8 141,4 142,0 141,1 139,3 139,5
 $B = 0,605$, $D = 0,09075$.

β) $L = 9,81$, $T = 0,606$, $\vartheta = 16,7$, $s = 0,4865 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,87$, $T = 0,335$, $\vartheta = 18,0$, $s_2 = 1,229 \cdot 10^{-12}$

Mittelw.: $s = 0,490 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,126 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 1,233 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,515$.
 $c = 2,49 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,87 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,81 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 2,87$.
 $E = 20,86 \cdot 10^{+6}$, $T = 8,27 \cdot 10^{+6}$.

Stahl ($\varepsilon = 7,827$).

(L S 84 E.)

Nr. 1. 138,8 141,5 142,4 141,9 141,4 141,3 141,5 141,3 141,5 141,2 138,4
 $B = 0,607$, $D = 0,0913$.

β) $L = 9,80$, $T = 0,594$, $\vartheta = 15,6$, $s = 0,478 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,96$, $T = 0,329$, $\vartheta = 17,8$, $s_2 = 1,201 \cdot 10^{-12}$

1) Im ersten Abdrucke steht fälschlich 0,0829.

Nr. 2. 140,0 141,8 142,2 142,6 142,6 142,4 142,2 142,4 142,1 141,9 140,1
 $B = 0,608$, $D = 0,0918s$.

β) $L = 9,86s$, $T = 0,593$, $\vartheta = 15,3$ $s = 0,482 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,90$, $T = 0,327$, $\vartheta = 17,8$ $s_2 = 1,21s \cdot 10^{-12}$

Nr. 3. 140,0 141,5 142,3 141,2 142,1 141,7 141,8 141,6 141,2 141,1 139,7
 $B = 0,607$, $D = 0,0917$.

β) $L = 9,85$, $T = 0,593$, $\vartheta = 15,7$ $s = 0,480 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,86$, $T = 0,324$, $\vartheta = 15,3$ $s_2 = 1,19s \cdot 10^{-12}$

Nr. 4. 139,9 140,1 140,4 140,3 139,7 139,6 139,3 139,4 139,5 139,5 138,8
 $B = 0,605$, $D = 0,0904s$.

β) $L = 9,80$, $T = 0,607$, $\vartheta = 15,7$ $s = 0,483s \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,06$, $T = 0,335$, $\vartheta = 15,0$ $s_2 = 1,19s \cdot 10^{-12}$

Mittelw.: $s = 0,480s \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,120 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 1,20s \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,50$.
 $c = 2,49 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,82 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,83 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 3,02$.
 $E = 21,1s \cdot 10^{+6}$, $T = 8,22 \cdot 10^{+6}$.

Stahl.

(L S 86 R.)

Nr. 1. 140,8 140,9 142,4 143,8 143,3 141,6 141,2 141,9 141,0 140,2 140,3
 $B = 0,607$, $D = 0,0917$.

β) $L = 9,85$, $T = 0,606$, $\vartheta = 18,0$ $s = 0,497s \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,92$, $T = 0,334s$, $\vartheta = 18,5$ $s_2 = 1,25s \cdot 10^{-12}$

Nr. 2. 139,3 139,1 139,8 141,3 140,5 139,7 140,2 140,3 139,8 138,6 139,1
 $B = 0,609$, $D = 0,0905s$.

β) $L = 9,81$, $T = 0,614$, $\vartheta = 18,1$ $s = 0,499 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,89$, $T = 0,339$, $\vartheta = 18,6$ $s_2 = 1,25s \cdot 10^{-12}$

Nr. 3. 140,0 139,4 140,6 141,4 141,5 141,2 140,9 139,7 139,0 139,6 139,8
 $B = 0,609$, $D = 0,0908s$.

β) $L = 9,83$, $T = 0,609$, $\vartheta = 18,2$ $s = 0,494 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,91$, $T = 0,336s$, $\vartheta = 18,1$ $s_2 = 1,24s \cdot 10^{-12}$

Nr. 4. 140,8 139,4 139,6 140,9 141,5 141,7 142,4 142,2 140,9 139,5 140,4
 $B = 0,609$, $D = 0,0912$.

β) $L = 9,85$, $T = 0,608$, $\vartheta = 18,2$ $s = 0,497s \cdot 10^{-11}$

δ) $L = 9,90$, $T = 0,338$, $\vartheta = 18,1$ $s_2 = 1,27s \cdot 10^{-12}$

Mittelw.: $s = 0,497s \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,133 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 1,25s \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,53s$.
 $c = 2,50 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,91 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,80 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 2,75$.
 $E = 20,5s \cdot 10^{+6}$, $T = 8,09s \cdot 10^{+6}$.

Stahl.

(L S 86 N.)

Nr. 1. 141,3 141,0 142,1 142,8 142,4 142,0 141,7 141,8 141,5 140,6 140,5
 $B = 0,611$, $D = 0,0917$.

β) $L = 9,82$, $T = 0,588$, $\vartheta = 19,0$, $s = 0,476s \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 9,88$, $T = 0,326s$, $\vartheta = 17,3$, $s_2 = 1,21s \cdot 10^{-12}$

- Nr. 2. 139,2 138,8 139,7 141,0 141,6 141,6 141,6 141,4 140,7 139,8 141,0
 $B = 0,609$, $D = 0,0910_5$.
 $\beta) L = 9,81_5$, $T = 0,600$, $\vartheta = 19,0$, $s = 0,484 \cdot 10^{-12}$
 $\delta) L = 9,89$, $T = 0,332_2$, $\vartheta = 17,3$, $s_2 = 1,227 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 3. 140,7 140,0 140,6 141,7 142,3 142,0 142,0 142,0 141,2 140,4 141,2
 $B = 0,610$, $D = 0,0914_5$.
 $\beta) L = 9,83$, $T = 0,594_5$, $\vartheta = 17,3$, $s = 0,481_5 \cdot 10^{-12}$
 $\delta) L = 9,89$, $T = 0,330$, $\vartheta = 19,0$, $s_2 = 1,22_9 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 4. 139,1 138,6 139,4 140,0 140,2 140,5 141,3 141,5 140,9 139,6 139,1
 $B = 0,602$, $D = 0,0906_5$.
 $\beta) L = 9,79$, $T = 0,602$, $\vartheta = 17,3$, $s = 0,485 \cdot 10^{-12}$
 $\delta) L = 9,86_5$, $T = 0,332$, $\vartheta = 19,0$, $s_2 = 1,22_2 \cdot 10^{-12}$
- Mittelw.: $s = 0,481_8 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,130 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 1,22_3 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,54$.
 $c = 2,59 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,95 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,82 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 2,72$.
 $E = 21,1_5 \cdot 10^{+6}$, $T = 8,34 \cdot 10^{+6}$.

Stahl.

(L S 86 E.)

- Nr. 1. 139,5 138,5 140,5 141,7 140,4 139,3 139,8 141,5 140,8 139,5 139,1
 $B = 0,617$, $D = 0,0907$.
 $\beta) L = 9,79$, $T = 0,596_3$, $\vartheta = 18,2$, $s = 0,480_5 \cdot 10^{-12}$
 $\delta) L = 10,00$, $T = 0,332_6$, $\vartheta = 18,4$, $s_2 = 1,22_3 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 2. 141,0 140,2 141,5 143,1 143,4 142,6 141,7 140,7 139,8 138,2 139,0
 $B = 0,613$, $D = 0,0913$.
 $\beta) L = 9,86$, $T = 0,596_1$, $\vartheta = 18,2$, $s = 0,483_5 \cdot 10^{-12}$
 $\delta) L = 9,88$, $T = 0,329_2$, $\vartheta = 18,4$, $s_2 = 1,22_7 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 3. 138,0 137,8 138,3 138,9 138,7 138,1 138,5 139,5 138,5 137,5 139,0
 $B = 0,615$, $D = 0,0896_5$.
 $\beta) L = 9,83$, $T = 0,611$, $\vartheta = 18,4$, $s = 0,483 \cdot 10^{-12}$
 $\delta) L = 10,02$, $T = 0,338$, $\vartheta = 18,2$, $s_2 = 1,21_3 \cdot 10^{-12}$
- Nr. 4. 140,4 139,0 140,1 141,0 141,0 140,5 141,0 141,2 140,4 139,7 139,5
 $B = 0,615$, $D = 0,0909$.
 $\beta) L = 9,83$, $T = 0,597$, $\vartheta = 18,4$, $s = 0,481 \cdot 10^{-12}$
 $\delta) L = 9,92$, $T = 0,329_6$, $\vartheta = 18,2$, $s_2 = 1,21_3 \cdot 10^{-12}$
- Mittelw.: $s = 0,482 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,127 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 1,21_9 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,53_6$.
 $c = 2,56 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,92 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,82 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 2,78$.
 $E = 21,1_4 \cdot 10^{+6}$, $T = 8,36 \cdot 10^{+6}$.

Vergleicht man die vorstehend für sechs verschiedene Stahlsorten erhaltenen Zahlen, so überrascht ihre fast völlige Uebereinstimmung. Die mechanische Bearbeitung, welche die Cohäsion und, wie ich mich überzeugt habe, auch die innere Reibung so bedeutend modificirt, ist also fast ohne Einfluss auf die Elasticitätsverhältnisse des Stahles. Auch die Dichte ändert sich innerhalb des Bereiches der Beobachtungsfehler ($\pm 0,005$) kaum merklich.

Uebereinstimmend werden die beiden Moduln s und s_2 durch die Bearbeitung ein wenig kleiner, die elastischen Wider-

stände E und T also grösser; nicht ohne Interesse ist dabei, dass, bei der Stahlsorte $LS84$ deutlich, bei der anderen $LS86$ undeutlicher, das Verhältniss s_2/s nach 2,5 hin abnimmt. Denn die von mir gegebene Theorie der quasi-isotropen Körper verlangt, dass mit wachsender Feinheit des krystallinischen Kornes s_2/s sich diesem Werth nähert; die mechanische Bearbeitung hat ja aber die Wirkung, das Korn zu verkleinern.

Wismuth ($\epsilon = 10,05$).

Nr. 1. 151,6 150,9 150,9 151,5 152,4 152,9 153,3 153,3 153,7 153,8
 $B = 0,595$, $D = 0,0987$.

β) $L = 10,24$, $T = 1,390$, $\vartheta = 15,6$, $s = 3,10 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,24$, $T = 0,788$, $\vartheta = 14,8$, $s_2 = 8,22 \cdot 10^{-12}$
 9,93, 0,781, 15,1, 8,32 $\cdot 10^{-12}$

Nr. 2. 150,2 151,2 149,6 146,8 153,0 154,6 154,1 153,7 154,0 152,2
 $B = 0,593$, $D = 0,0985$.

β) $L = 10,14$, $T = 1,433$, $\vartheta = 15,6$, $s = 3,30 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,45$, $T = 0,822$, $\vartheta = 15,3$, $s_2 = 8,68 \cdot 10^{-12}$

Nr. 3. 150,7 152,5 153,3 153,5 152,8 153,0 152,8 152,9

$B = 0,595$, $D = 0,0989$.

β) $L = 8,12$, $T = 1,253$, $\vartheta = 15,5$, $s = 3,20 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 8,09$, $T = 0,680$, $\vartheta = 15,0$, $s_2 = 7,80 \cdot 10^{-12}$

Mittelw.: $s = 3,20 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,92 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 8,25 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,58$.
 $c = 0,40 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,16 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,12 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 2,46$.
 $E = 3,19 \cdot 10^{+6}$, $T = 1,24 \cdot 10^{+6}$.

Des sehr groben krystallinischen Kornes wegen stimmen diese Zahlen nur wenig überein. Merkwürdig ist die Kleinheit der elastischen Widerstände für dieses Material.

Zink ($\epsilon = 7,212$).

Nr. 1. 156,5 157,4 158,0 158,3 156,8 156,5 156,5

$B = 0,600$, $D = 0,1015$.

β) $L = 10,26$, $T = 0,736$, $\vartheta = 16,2$, $s = 0,951 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,27$, $T = 0,427$, $\vartheta = 15,5$, $s_2 = 2,63 \cdot 10^{-12}$

Nr. 2. 157,4 155,3 158,3 157,7 158,0 158,9 156,8

$B = 0,600$, $D = 0,1018$.

β) $L = 10,15$, $T = 0,746$, $\vartheta = 16,0$, $s = 0,997 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,30$, $T = 0,422$, $\vartheta = 15,5$, $s_2 = 2,59 \cdot 10^{-12}$

Nr. 3. 158,0 160,4 160,4 157,1 158,0 157,4 156,5

$B = 0,600$, $D = 0,1023$.

β) $L = 10,08$, $T = 0,741$, $\vartheta = 15,0$, $s = 1,005 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,16$, $T = 0,480$, $\vartheta = 15,3$, $s_2 = 2,76 \cdot 10^{-12}$

Nr. 4. 160,9 160,6 159,7 159,1 159,1 159,4 160,9

$B = 0,600$, $D = 0,1034$.

β) $L = 9,76$, $T = 0,717$, $\vartheta = 15,0$, $s = 1,003 \cdot 10^{-12}$

δ) $L = 10,00$, $T = 0,402$, $\vartheta = 15,6$, $s_2 = 2,53 \cdot 10^{-12}$

Mittelw.: $s = 0,98 \cdot 10^{-12}$, $s_1 = -0,32 \cdot 10^{-12}$, $s_2 = 2,63 \cdot 10^{-12}$, $s_2/s = 2,60$.
 $c = 1,49 \cdot 10^{+12}$, $c_1 = 0,73 \cdot 10^{+12}$, $c_2 = 0,38 \cdot 10^{+12}$, $c/c_1 = 2,04$.
 $E = 10,3 \cdot 10^{+6}$, $T = 3,88 \cdot 10^{+6}$.

Zinn ($\epsilon = 7,328$).

Nr. 1.	150,1	150,7	149,8	146,6	148,1	148,1	148,1
	$B = 0,601, D = 0,0963.$						
β)	$L = 10,15, T = 1,119, \vartheta = 14,6, s = 1,90 \cdot 10^{-12}$						
δ)	$L = 10,25, T = 0,707, \vartheta = 13,7, s_2 = 6,15 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 2.	156,5	155,9	156,5	155,9	152,6	151,9	151,6
	$B = 0,600, D = 0,0999.$						
β)	$L = 10,02, T = 1,059, \vartheta = 14,5, s = 1,92 \cdot 10^{-12}$						
δ)	$L = 10,25, T = 0,652, \vartheta = 13,1, s_2 = 5,87 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 3.	157,4	157,1	157,5	155,9	154,6	153,9	153,8
	$B = 0,600, D = 0,1006.$						
β)	$L = 10,08, T = 1,064, \vartheta = 13,6, s = 1,97 \cdot 10^{-12}$						
δ)	$L = 10,04, T = 0,634, \vartheta = 15,0, s_2 = 5,79 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 4.	154,0	155,2	155,3	154,5	154,8	153,4	156,8
	$B = 0,600, D = 0,1002.$						
β)	$L = 10,06, T = 1,058, \vartheta = 14,0, s = 1,93 \cdot 10^{-12}$						
δ)	$L = 10,10, T = 0,635, \vartheta = 15,0, s_2 = 5,70 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 5.	185,5	184,2	184,4	184,9	184,3	184,9	185,2
	$B = 0,602, D = 0,1197.$						
β)	$L = 9,90, T = 0,781, \vartheta = 15,0, s = 1,83 \cdot 10^{-12}$						
δ)	$L = 9,87, T = 0,500, \vartheta = 14,2, s_2 = 6,05 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 6.	187,0	187,5	187,0	186,5	185,9	187,0	187,1
	$B = 0,606, D = 0,1211.$						
β)	$L = 9,86, T = 0,762, \vartheta = 13,0, s = 1,82 \cdot 10^{-12}$						
δ)	$L = 9,92, T = 0,486, \vartheta = 14,5, s_2 = 5,92 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 7.	136,6	137,0	137,9	138,4	138,5	137,7	136,9
	$B = 0,602, D = 0,0889.$						
β)	$L = 9,77, T = 1,220, \vartheta = 16,0, s = 1,85 \cdot 10^{-12}$						
δ)	$L = 9,84, T = 0,765, \vartheta = 16,5, s_2 = 6,04 \cdot 10^{-12}$						
Nr. 8.	136,9	136,0	135,8	136,4	136,7	137,8	136,5
	$B = 0,606, D = 0,0885.$						
β)	$L = 9,68, T = 1,220, \vartheta = 16,0, s = 1,86 \cdot 10^{-12}$						
δ)	$L = 9,66, T = 0,741, \vartheta = 16,5, s_2 = 5,73 \cdot 10^{-12}$						
Mittelw.:	$s = 1,88 \cdot 10^{-12}, s_1 = -1,06 \cdot 10^{-12}, s_2 = 5,90 \cdot 10^{-12}, s_2/s = 3,13.$						
	$E = 5,40 \cdot 10^6, T = 1,72 \cdot 10^6.$						

Die erhaltenen Werthe s und s_2 stimmen recht leidlich überein; um so merkwürdiger ist, dass aus ihnen die beiden Constanten c und c_1 kleiner, als Null, folgen. Das würde auf labile Gleichgewichtszustände hinweisen; in der That folgt aus solchen Werthen bei allseitig gleichem Drucke keine Compression, sondern eine Dilatation. Dergleichen scheint mir unmöglich, und es bleibt zur Erklärung nur die Annahme übrig, dass das so überaus weiche Zinn durch die mit aller Vorsicht ausgeführte Bearbeitung doch die Isotropie verloren hat, also nach den Richtungen der drei Prismenkanten physikalisch verschiedenwerthig geworden ist. — eine Vermuthung, die zu weiterer Untersuchung auffordert.

§ 5. Die Beobachtungsergebnisse.

Die im vorigen Paragraphen erhaltenen Zahlen sollen unten noch einmal übersichtlich und systematisch zusammengestellt werden.

Dabei sollen die Metalle kurz durch ihre chemischen Symbole, Bronze durch *Bo*, Messing durch *Me*, Gussstahl (*LS 84 R*) durch *St* bezeichnet werden.

Ich gebe zunächst die elastischen Moduln und Widerstände.

Der *Dehnungs-* (oder *Biegungs-*)*modul* s , sowie der *Dehnungs-* (oder *Biegungs-*)*widerstand* E ist am einfachsten definiert durch die Längsdehnung λ eines Cylinders vom Querschnitt Q unter einseitigem Zug P nach der Beziehung:

$$\lambda = \frac{P}{Q} s = \frac{P}{Q E};$$

der *Modul*, resp. *Widerstand der seitlichen Contraction* s_1 resp. C durch die bei demselben Vorgang auftretende seitliche Dilation λ_1 , gemäss der Formel

$$\lambda_1 = -\frac{P}{Q} s_1 = -\frac{P}{Q C}.$$

Der *Drillungsmodul* $s_2 = 2(s - s_1)$ und der *Drillungswiderstand*

$$T = \frac{1}{2\left(\frac{1}{E} - \frac{1}{C}\right)}$$

gibt sich einfach durch den Torsionswinkel τ eines Stabes von der Länge L und den Querdimensionen B und D , wo B viel grösser ist, als D , gemäss der Formel

$$\tau = \frac{3 L N s_2}{B D^3} = \frac{3 L N}{T B D^3}.$$

Der *Compressionsmodul*

$$s_3 = 3(s + 2s_1) = 3(3s - s_2)$$

oder der *Compressionswiderstand*

$$K = \frac{1}{3\left(\frac{1}{E} + \frac{2}{C}\right)}$$

folgt aus der räumlichen Dilatation S bei allseitig gleichem Druck p nach der Gleichung

$$\delta = p s_3 = \frac{p}{K}.$$

Da s und s_2 , resp. E und T ziemlich direct beobachtet sind, ist ihre Genauigkeit grösser, als die von s_1 und s_3 , resp. C und K .

Die Moduln sind in absoluten Einheiten angegeben, die Widerstände in Millimetern und Grammgewichten.

	Elasticitätsmoduln.				
	$+s \cdot 10+12$	$-s_1 \cdot 10+12$	$+s_2 \cdot 10+12$	$+s_3 \cdot 10+12$	s_2/s
Al	1,55	0,425	3,95	2,11	2,55
Bo	0,963	0,292	2,51	1,14	2,61
Cd	1,44	0,638	4,16	0,50 (?)	2,89
Fe	0,795	0,182	1,955	1,29	2,46
Au	1,345	0,445	3,58	1,37	2,66
Cu	0,940	0,126	2,132	2,06	2,27
Mg	2,39	0,589	5,96	3,64	2,49
Me	1,11	0,274	2,76	1,67	2,50
Ni	0,501	0,151	1,30	0,60	2,60
Ag	1,31	0,414	3,44	1,44	2,63
St	0,490	0,132	1,26	0,70	2,54
Bi	3,20	0,92	8,25	4,08	2,58
Zn	0,989	0,326	2,63	1,01	2,66
Sn	1,89	1,07	5,91	-0,75 (?)	3,13 (?)

Das Verhältniss s_2/s , das bei ideal isotropen Körpern bekanntlich = 2,50 sein müsste, weicht meist merklich davon ab, wie das nach der sichtbar krystallinischen Structur der meisten Metalle nicht anders zu erwarten war. $s_2/s = 3$ gibt die obere Grenze für diese Grösse und den Beginn instabilen elastischen Gleichgewichtes. Warum diese Grenze bei Zinn scheinbar überschritten ist, habe ich oben erörtert; höchst wahrscheinlich hat derselbe Grund mitgewirkt, dass für Cadmium s_2/s so gross, s_3 so klein erscheint.

Betrachtet man als unwahrscheinlich¹⁾, dass ein einseitig gedehntes Prisma eine positive Querdilatation erleidet, so erhält man wegen $-s_1 = \frac{1}{2}s_2 - s$ für s_2/s die untere Grenze 2; es ist daher begreiflich, dass die gefundenen Werthe für dieses Verhältniss sich nicht zu weit von 2,5 entfernen.

	Elastische Widerstände.			
	$E \cdot 10^{-6}$	$-C \cdot 10^{-6}$	$T \cdot 10^{-6}$	$K \cdot 10^{-6}$
Al	6,57	24,0	2,58	4,83
Bo	10,6	34,9	4,06	8,94
Cd	7,07	16,0	2,45	20,4 (?)
Fe	12,8	56,0	5,21	7,90
Au	7,58	22,9	2,85	7,47
Cu	10,83	80,9	4,78	4,95
Mg	4,26	17,3	1,71	2,80
Me	9,22	37,2	3,70	6,10

1) Vgl. hierzu übrigens die für Pyrit und chloresaures Natron gefundenen Zahlen (Wied. Ann. 35. p. 650. 1888; Gött, Nachr. 6. p. 223. 1893.)

	$E \cdot 10^{-6}$	$-C \cdot 10^{-6}$	$T \cdot 10^{-6}$	$K \cdot 10^{-6}$
Ni	20,3	67,5	7,82	17,0
Ag	7,79	24,6	2,96	7,08
St	20,4	77,2	8,07	14,6
Bi	3,19	11,1	1,24	2,50
Zn	10,3	31,3	3,88	10,1
Sn	5,41	9,53	1,73	—

Die *Elasticitätsconstanten* haben mehr theoretisches, als praktisches Interesse; ihre Definition und Berechnung aus den Beobachtungen ist in den Formeln (1), (2) und (5) angegeben. Die erhaltenen Zahlen in absoluten Einheiten geben die folgende Tabelle.

	Elasticitätsconstanten.			
	$c \cdot 10^{-12}$	$c_1 \cdot 10^{-12}$	$c_2 \cdot 10^{-12}$	c/c_1
Al	0,811	0,307	0,252	2,66
Bo	1,41	0,61	0,40	2,30
Cd	2,33	1,85	0,24	1,26
Fe	1,46	0,43	0,51	3,36
Au	1,11	0,546	0,280	2,02
Cu	1,11	0,173	0,468	6,43
Mg	0,498	0,163	0,167	3,06
Me	1,08	0,355	0,36	3,04
Ni	2,69	1,16	0,76	2,33
Ag	1,08	0,499	0,29	2,16
St	2,47	0,89	0,79	2,78
Bi	0,41	0,17	0,12	2,46
Zn	1,49	0,73	0,38	2,04

Die Zahlen für Zinn sind aus den oben erörterten Gründen ausgelassen.

Das Verhältniss c/c_1 soll nach der Theorie bei absolut isotropen Körpern = 3 sein. Hat das Modulnverhältniss s_2/s seinen *oberen* Grenzwert 3, so ist $c/c_1 = 1$, hat s_2/s seinen *unteren* Grenzwert 2, so ist $c/c_1 = +\infty$; die Grenzen für c/c_1 sind also viel weiter, als die für s_2/s , und dementsprechend drückt sich die Abweichung des Zustandes eines Materiales vom ideal-isotropen viel stärker in dem Zahlwerth von c/c_1 , als in dem von s_2/s aus. —

Ob es gelingt, numerische Beziehungen zwischen den elastischen und anderen physikalischen Constanten derselben Substanz aufzufinden, muss die Zeit lehren; jedenfalls musste die systematische Bestimmung der ersteren für eine grössere Anzahl von Substanzen vorausgehen, ehe man an die Untersuchung dieser wichtigen Frage gehen kann.

Göttingen, im Januar 1893.