RÉFRACTION DANS L'ATMOSPÈRE.

PAR M. H. EKAMA.

Supposons que l'atmosphère soit composée de couches concentriques et très minces, dans lesquelles la densité change suivant une certaine loi, la vitesse de la lumière changera alors aussi d'une certaine manière.

Soit i l'angle formé par un élément de la trajectoire et le rayon vecteur; on a

$$\frac{\sin i}{v} = \frac{1}{a},$$

v étant la vitesse de la lumière et a une constante différente pour chaque trajectoire.

(¹) Voir *Staderina dei coseni*, loc. cit.

Faisons passer un plan par le centre de la Terre et un élément de la trajectoire, toute la trajectoire sera alors située dans ce plan.

On a

$$r \frac{d\varphi}{dr} = \tan i = \frac{v}{\sqrt{a^2 - v^2}},$$

d'où

$$\frac{dr}{d\varphi} = r \frac{\sqrt{a^2 - v^2}}{v}, \quad \frac{d^2 r}{d\varphi^2} = r \frac{a^2 - v^2}{v^2} - r^2 \frac{a^2}{v^3} \frac{dv}{dr}.$$

Le rayon de courbure est

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2 \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 - r \frac{d^2 r}{d\varphi^2}} \\ &= \frac{\left(r^2 + r^2 \frac{a^2 - v^2}{v^2} \right)^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2 r^2 \frac{a^2 - v^2}{v^2} - r^2 \frac{a^2 - v^2}{v^2} + r^3 \frac{a^2}{v^3} \frac{dv}{dr}} = \frac{ra}{v + r \frac{dv}{dr}}. \end{aligned}$$

$a = v \cos \epsilon i$ et v n'est qu'une fonction de r ,

$$v = \varphi(r) \quad \text{et} \quad \frac{dv}{dr} = \varphi'(r);$$

donc

$$\rho \sin i = \frac{vr}{v + r \frac{dv}{dr}} = \frac{r \varphi(r)}{\varphi(r) + r \varphi'(r)}.$$

La seconde partie ne dépend que de la position du point et, par conséquent, les centres de courbure de toutes les trajectoires qui passent par ce point seront situés dans un plan perpendiculaire au rayon vecteur et la distance du point donné est

$$\frac{r \varphi(r)}{\varphi(r) + r \varphi'(r)}.$$

Pour $r = \infty$, $\rho \sin i = \frac{\varphi(r)}{\varphi'(r)}$, comme Bravais (1) l'a trouvé pour des couches parallèles,

$$r^2 + 2 \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 - r \frac{d^2 r}{d\varphi^2} = \frac{r^2 a^2}{v^2} \left(v + r \frac{dv}{dr} \right).$$

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3^e série, t. XLVI, p. 499.

Comme ν est très grand, la trajectoire aura la partie concave du côté du centre de la Terre, même quand $\frac{dv}{dr} < 0$.

Ce n'est que lorsque $\frac{dv}{dr}$ est négatif et très grand, c'est-à-dire quand la densité des couches inférieures de l'atmosphère diminue très vite, que la partie convexe de la trajectoire pourra être tournée vers le centre.