UN CAPITOLO DI ACUSTICA MUSICALE,
del Dott. GIULIO ZAMBIASI.

Una lunga serie d'esperienze che ho fatto per scoprire il legame tra le leggi delle vibrazioni sonore e i fenomeni fisiologici ed estetici, m'ha convinto che, se l'applicazione alla musica delle belle teorie acustiche non ha ancora ottenuto la generale soddisfazione; è da attribuirsi a mancanza d'unità nella teoria che confonde fenomeni fondamentali con secondari e s'appoggia ad ipotesi vacillanti. È noto che Helmholtz basa la consonanza di due suoni:

- a) sulla coincidenza di più armonici,
- b) sulla semplicità dell'intervallo dei suoni risultanti coi principali,
- c) sulla frequenza o assenza dei battimenti,
- d) sull'ipotesi delle risonanze elementari nell'orecchio.

Io propongo i fenomeni noti delle vibrazioni e della loro composizione sotto *un unico punto di vista* che ha il vantaggio di render ragione dei fenomeni musicali, fisiologici ed estetici, basandosi *su fatti sperimentali derivati dall'essenza stessa delle vibrazioni*, non da fenomeni secondari, senza il soccorso di ipotesi intorno al meccanismo dell'audizione.

Considero i *suoni semplici*, gli *intervalli* e gli *accordi*, come *tre fenomeni periodici diversi*, ai quali corrispondono diverse sensazioni caratteristiche. La percezione chiara ed individua dei tre fenomeni è legata ad una condizione fisiologica, che è la *costante del tempo*, comune a tutti i sensi. Perciò è necessario che la durata del periodo sia compresa entro limiti comuni; fuori di quei limiti la percezione auricolare o è oscura ed ambigua o manca affatto.

Siccome per l'essenza della musica basta tener conto dell'*altezza* dei suoni che dipende dalla durata della vibrazione; così, analogamente, per la teoria generale degli intervalli e degli accordi è sufficiente misurare e paragonare la durata dei loro periodi.

Non avendosi, come pel suono, un termine che indichi la proprietà dell'intervallo derivante dalla durata del suo periodo, io la chiamo *percettibilità* o *grado di percettibilità degli intervalli* ¹⁾.

Io quindi misuro il grado di consonanza d'un intervallo dalla brevità del suo periodo.

2. Intervalli.

Un suono semplice e determinato è prodotto da un *movimento periodico* vibratorio, trasmesso all'orecchio dal mezzo elastico nel quale si propaga. Ciò che determina il *periodo* è l'*isocronismo* e la *frequenza* delle vibrazioni ²⁾. Perciò un suono semplice di data altezza è definito fisicamente, o dal numero N di vibrazioni *al secondo*, o dalla durata τ d'una vibrazione. Donde la nota equazione:

$$(1) \quad N\tau = 1.$$

Intervallo in acustica significa l'*altezza relativa di due suoni*; e si misura col rapporto delle loro *altezze assolute* M, N (che per la (1) sono nell'inversa delle durate τ_1, τ_2) ridotto ai minimi termini:

$$(2) \quad \frac{M}{N} = \frac{am}{a n} = \frac{m}{n} = \frac{\tau_2}{\tau_1}.$$

È da avvertire che questa definizione è insufficiente per la musica, dove si tien conto della sensazione propria dell'intervallo e del suo valore estetico. In altre parole il rapporto $\frac{m}{n}$ misura soltanto la *grandezza dell'intervallo*; ma non segna la sua posizione nella gamma dei suoni, così come $\frac{M}{N}$. Per completarla basta tener conto anche del fattore a colla seguente interpretazione fisica. Il rapporto $\frac{m}{n}$ significa

1) Le mie prime esperienze sono esposte in due memorie: *Le figure di Lissajous* ecc. Riv. Mus. It., Vol. 10, 1903 e: *La legge dei rapporti semplici* ecc. Ivi. V. 11, 1904.

2) Non è dimostrato che la vibrazione sonora debba essere pendolare.

che *mentre ad un suono rispondono m vibrazioni, all'altro ne rispondono n , e sono i più piccoli numeri interi possibili*. Il numero a dice quante volte in un minuto secondo si ripete ciascun gruppo di vibrazioni m ed n . Di qui l'idea di considerare l'intervallo come fenomeno dovuto ad un nuovo movimento periodico risultante dalla sovrapposizione dei due periodi semplici dei due suoni: il periodo elementare consta di m vibrazioni d' un suono e di n dell' altro, e la durata del periodo è il tempo T richiesto a formare il gruppo (m, n) che si ricava dalla (2):

$$(3) \quad m \tau_1 = n \tau_2 = \frac{1}{a} = T.$$

La vera interpretazione fisica della figura di Lissajous è questa: essa è immagine elementare dell'intervallo musicale che si riconosce ad occhio così come l'intervallo ad orecchio: la sua *forma* indica quante vibrazioni di ciascun suono concorrono a formarla, e *il tempo che essa richiede* a formarsi è la misura della durata del periodo elementare dell'intervallo.

Questo è il concetto fondamentale della mia teoria acustica: l'intervallo di due suoni è definito elementarmente da un fenomeno periodico diverso dalla vibrazione: la durata del suo periodo è per la percettibilità degli intervalli, quello che la durata della vibrazione è per l'altezza del suono.

Per mettere in evidenza anche il periodo ho tracciato le vibrazioni e le risultanti della composizione parallela e perpendicolare sopra un piano mobile.

Le figure 1 e 2 sono così collocate che a tre vibrazioni del Sol₁ ne rispondono cinque del Mi₂. La figura 4 non ha forma sinusoidale, ma presenta un periodo di ampiezza eguale a tre volte la vibrazione del Sol₁; come la figura 3, che non è altro che la traccia della figura di Lissajous, immagine di $\frac{5}{3}$.

Si vede che la combinazione $\frac{m}{n}$ di due suoni che si ottiene per la sovrapposizione dei due movimenti periodici semplici nel mezzo di propagazione, dà origine ad un nuovo

movimento periodico composto, che crea una nuova sensazione. *L'intervallo* dunque è un *nuovo fattore elementare*, definito

TAVOLA I.

1 e 2 sinusoidi delle vibrazioni del So_1 e del M_2
3 composizione perpendicolare — 4 composizione parallela.

dal rapporto $\frac{m}{n}$ e dalla durata del periodo T, come il suono lo è dalla vibrazione e dalla sua durata.

3. Legge di periodicità degli intervalli.

Uno stesso *intervallo* ha sempre la stessa grandezza sia che si prenda tra i suoni gravi o tra i suoni acuti, cioè il suo rapporto $\frac{m}{n}$ è *costante*, ma per la (3) il *periodo varia proporzionalmente alla durata delle vibrazioni dei due suoni*. In altre parole col crescere dell'altezza assoluta dei due suoni resta costante l'altezza relativa, ma si abbrevia il periodo.

Ne segue che diversi intervalli possono avere lo stesso periodo. Per esempio, *la serie armonica*:

$$1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : \dots$$

si può definire : *una serie di suoni così distribuiti che presi due a due formano intervalli che hanno tutti lo stesso periodo.*

Ma questo è un caso particolare che non è sufficiente per la musica. Ciò che importa è di confrontare i diversi intervalli in una stessa regione della gamma per es. entro una stessa ottava.

Prendo un suono o vibrazione di durata τ e con esso compongo diversi altri suoni più acuti $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots$. Così ottengo altrettanti intervalli che hanno lo stesso suono fondamentale. Pongo dunque :

$$\frac{\tau}{\tau_1} = \frac{m_1}{n'} \quad \text{Donde :} \quad n' \tau = m_1 \tau_1 = T_1$$

$$\frac{\tau}{\tau_2} = \frac{m_2}{n''} \quad n'' \tau = m_2 \tau_2 = T_2$$

$$\frac{\tau}{\tau_3} = \frac{m_3}{n'''} \quad n''' \tau = m_3 \tau_3 = T_3$$

$$\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

dividendo si ottiene :

$$T_1 : T_2 : T_3 : \dots = n' : n'' : n''' : \dots$$

Le durate dei periodi dei rapporti che si ottengono paragonando diversi suoni colto stesso suono; stanno come i numeri di vibrazioni del suono fondamentale che entrano in ciascun rapporto.

Per ragioni estetiche torna conto prendere per unità di misura del tempo la durata della vibrazione del suono fondamentale o più basso; allora il periodo è misurato dal denominatore del rapporto stesso.

Presento un saggio della verifica sperimentale di questa legge, nella :

TAVOLA II.

Tracce della composizione perpendicolare delle vibrazioni
di cinque intervalli semplici.

Ho composto perpendicolarmente le vibrazioni dei cinque suoni di : 128 — 192 — 170,66... — 224 — 179,2 vibr. s. al secondo colla vibrazione del suono : 128 v. s., e tracciate le figure corrispondenti sopra una lastra mobile. È evidente che dalla lunghezza dei periodi sulle tracce, si può misurare la durata del periodo di ciascun rapporto, quando si conosca la velocità della lastra. Per la legge basta prendere per unità di misura il periodo di $\frac{1}{1}$ e si vede subito che il periodo di

$\frac{3}{2}$ è doppio, quello di $\frac{4}{3}$ è triplo e così di seguito cioè i rapporti

$$\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{7}{4}, \frac{7}{5}$$

hanno i periodi :

$$1 : 2 : 3 : 4 : 5$$

La legge è perfettamente confermata, e si può rendere ancora più palpabile coll'apparecchio dei pendoli composti.

Osservazione. Io ho fatto la verifica su larga scala osservando le traccie degli intervalli che si ottengono passando quasi con continuità dall'unisone all'ottava. Risulta che la maggior parte degli intervalli hanno periodi lunghissimi o non ne hanno punto. Di questi casi ho fatto un'ampia esposizione nella memoria: Le figure di Lissajous nell'estetica dei suoni ¹⁾.

4. Accordi di più suoni.

L'esperienza dimostra che più suoni prodotti simultaneamente possono creare diverse sensazioni :

a) Combinazioni di suoni formanti *timbro*. Moltissimi suoni semplici *non danno sensazione che d'un suono solo* fondamentale che presenta diversi caratteri secondo il numero e la qualità dei suoni sovrapposti.

b) Combinazioni di suoni formanti *rumori*. In questo caso non solo manca una sensazione individua e determinata, ma neppure si possono discernere i singoli suoni.

c) *Combinazioni formanti accordo musicale* che hanno due caratteri: quello di *fusione* per cui più suoni contemporanei producono una nuova sensazione individua e determinata, e quello di *contrasto* per cui i suoni si possono riconoscere ad orecchio. È quest'accordo che in arte si considera come un *terzo fattore elementare* la cui introduzione nella musica, determinò un vero e proprio sistema musicale.

1) Rivista musicale it., Vol. 10, fasc. 1 e 2, 1903.

Elemento materiale è il suono; l'*intervallo* composto di due suoni è *elemento organico*; l'*accordo* come *sistema d'intervalli* forma *un tessuto organico*.

Considero l'*accordo* come sistema di intervalli che più suoni fanno contemporaneamente col suono fondamentale o più basso. Così i suoni $N_1, N_2, N_3 \dots$ che col suono N formano i rapporti $\frac{N_1}{N}, \frac{N_2}{N}, \frac{N_3}{N} \dots$ presi insieme danno l'accordo:

$$(4) \quad N : N_1 : N_2 : N_3 : \dots = an : an_1 : an_2 : an_3 : \dots = n : n_1 : n_2 : n_3 \dots$$

Applicando la interpretazione fisica, come per la definizione di intervallo, si riconosce che il sistema di rapporti ridotto ai minimi termini, significa che mentre il primo suono compie n vibrazioni, il secondo ne compie n_1 ; il terzo n_2 ecc. ma a determinare l'accordo bisogna tener conto del fattore di riduzione a . Segnando $\tau, \tau_1, \tau_2, \tau_3 \dots$ le durate delle vibrazioni si ricaverà il tempo richiesto a formare il gruppo $(n, n_1, n_2, n_3 \dots)$, che è la *durata del periodo dell'accordo*.

$$n \tau = n_1 \tau_1 = n_2 \tau_2 = \dots = \Theta = \frac{1}{a}.$$

Dunque l'accordo $N : N_1 : N_2 : N_3 : \dots$ non è determinato completamente dai rapporti $n : n_1 : n_2 : n_3 : \dots$ che misurano soltanto la grandezza degli intervalli; ma è necessario tener conto del numero a di gruppi $(n, n_1, n_2, n_3 \dots)$ di vibrazioni che si compiono in un secondo, ossia della durata del gruppo o del periodo: $\Theta = \frac{1}{a}$.

Per rappresentarci graficamente come più suoni simultanei possano formare accordo, cioè creare un *nuovo fenomeno periodico con propria sensazione*; basta ricorrere alla composizione di più movimenti vibratorii corrispondenti ai suoni. Si ottiene un unico movimento risultante, di forma non sinusoidale, come quella dei semplici suoni, ma avente un proprio periodo.

Ho già pubblicato un metodo ¹⁾ di rappresentare ottica-

1) Atti della R. Accad. dei Lincei, S. 5, vol. 12, pag. 48.

mente l'immagine di *qualunque accordo*, analoga alla figura di Lissajous d'un intervallo.

5. Dimostrazione sperimentale del periodo degli accordi.

Per comporre più suoni simultaneamente collo stesso suono, cerco la risultante della composizione parallela delle loro vibrazioni, e la compongo perpendicolarmente colla vibrazione del suono fondamentale. Così ottengo una figura chiusa che è immagine ottica dell'accordo, come la figura di Lissajous lo è dell'intervallo. Il tempo che il raggio luminoso impiega a descrivere la figura chiusa, è il periodo dell'accordo.

Eccone un saggio nella seguente :

TAVOLA III.

1 Fasi dell'accordo $Sol_1 : Re_2 : Sol_2$ — 2 Traccia d'una fase
3 Traccia della composizione parallela.

Il numero 1 presenta quattro figure chiuse, che sono fasi diverse della immagine ottica dell'accordo :

$$Sol_1 : Re_2 : Sol_2 = 182 : 273 : 364 = 2 : 3 : 4 .$$

I periodi sono messi in evidenza nel n. 2 che è la traccia d'una fase sopra un piano mobile. Misurando le ampiezze

ossia distanze di punti di egual fase e la velocità di traslazione della lastra fotografica, si conosce il tempo del periodo che è $\equiv 2$ cioè *due volte la durata della vibrazione del Sol₁*, suono fondamentale che prendo come termine di confronto.

Lo stesso risulta dalla traccia, n. 3, della composizione parallela delle stesse vibrazioni, avvertendo che la maggior ampiezza dei periodi si deve alla maggior velocità della lastra, non all' accordo stesso.

Dunque la Tavola III dimostra *la esistenza del periodo, il modo di misurarlo, e la possibilità di paragonare tra loro i periodi di accordi diversi.*

Siccome uno stesso accordo, come un intervallo, cambia periodo, collo spostarsi nel campo dei suoni, proporzionalmente alle durate delle vibrazioni o nell' inversa delle altezze; così *più accordi sono comparabili quando hanno lo stesso suono fondamentale*, che si assume come termine di confronto.

Ecco i risultati di alcune misure dirette:

Accordi	Rapporti	Periodi
Sol ₁ : si ₁ : re ₂	$\equiv 4 : 5 : 6$	4
Sol ₁ : si ₁ : sol ₂	$\equiv 4 : 5 : 8$	4
Sol ₁ : re ₂ : si ₂	$\equiv \tilde{2} : 3 : 5$	2
Sol ₁ : sol ₂ : si ₂	$\equiv 2 : 4 : 5$	2
Sol ₁ : re ₂ : (fa ₂)	$\equiv 4 : 6 : 7$	4
Sol ₁ : do ₂ : mi ₂	$\equiv 3 : 4 : 5$	3
Sol ₁ : mi ₂ : sol ₂	$\equiv 3 : 5 : 6$	3
Sol ₁ : re ₂ : sol ₂ : si ₂	$\equiv 2 : 3 : 4 : 5$	2
Sol ₁ : sol ₂ : si ₂ : re ₃	$\equiv 2 : 4 : 5 : 6$	2
Sol ₁ : si ₁ : re ₂ : (fa ₂)	$\equiv 4 : 5 : 6 : 7$	4
Sol ₁ : re ₂ : (fa ₂) : sol ₂ : si ₂	$\equiv 4 : 6 : 7 : 8 : 10$	4

I periodi dei diversi accordi sopra uno stesso suono stanno come i rispettivi numeri di vibrazioni di quel suono; questi ne misurano la durata quando si prenda la vibrazione del suono stesso come unità di tempo.

Accordi di tre o quattro suoni che abbiano periodi relativamente brevi sono assai pochi.

6. Carattere sintetico ed analitico degli accordi.

La serie armonica si può riguardare come un caso particolare di combinazione di suoni, o accordo che ha delle proprietà singolari :

Un accordo che ha per fondamentale il primo suono della serie armonica :

$$1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : \dots$$

ha sempre lo stesso periodo $= 1$ qualunque sia il numero dei suoni componenti purchè appartengano alla serie.

La serie è un accordo d'un numero infinito di suoni : esso ha questa proprietà, che la esclusione d'un numero qualunque di suoni non turba il periodo.

Io chiamo così fatte combinazioni d'armonici, *accordi timbro* perchè piucchè costituire un organismo, essi sono *un solo suono composto* con propria fisionomia, i suoni superiori sono una qualità o colorazione del fondamentale.

Astraendo dalla intensità dei suoni io considero come condizione di *massima fusione* il fatto che i rapporti formanti un accordo abbiano lo stesso periodo; perchè nè ad orecchio, nè ad occhio sulle tracce dell'accordo, si possono discernere i suoni componenti.

Al contrario il periodo dei singoli intervalli costituenti l'accordo dal quale dipende il periodo dell'accordo stesso, può servire di criterio di *distinzione o di contrasto*. Infatti l'introduzione d'un *intervallo a periodo lungo*, basta per diminuire l'unità individuale dell'accordo rendendolo dissonante o stonato.

Il vero accordo sarà quello che ha *massima fusione* di suoni per brevità di periodo, ma presenta i caratteri di contrasto.

Tale è l'*accordo perfetto* :

$$\text{Do} : \text{mi} : \text{sol} = 4 : 5 : 6 .$$

Il suo periodo è $= 4$, cioè quattro volte quello della vibrazione del Do suono fondamentale. Paragonando i tre in-

tervalli secondo la regola data si trova che hanno i seguenti periodi :

$$\frac{5}{4} \quad \text{periodo } 4$$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \quad \text{» } 2$$

$$\frac{6}{5} \quad \text{» } 5$$

Non esiste combinazione di tre suoni che abbia periodo più breve e insieme consti di intervalli di diverso periodo.

Riassumendo, si vede che i suoni gli intervalli e gli accordi sono definiti fisicamente da tre forme di movimenti periodici :

Il *suono* dalla vibrazione e dalla durata,

l' *intervallo* dal rapporto di vibrazioni e dalla durata del suo periodo,

l' *accordo* da più rapporti di vibrazioni, dalla durata del periodo proprio dell' accordo, e dalla durata relativa dei periodi dei diversi intervalli che lo compongono.

Resta ora a vedere come la *durata del periodo* serva di criterio per classificare questi tre fattori dell' arte.

Osservazione. — L' importanza che s' è data dai fisici e dai musicisti alla serie e al fenomeno dei suoni armonici ha valicato ogni confine non solo della scienza ma anche del buon senso. Basta osservare che la serie non può fornire il materiale musicale nè anche per una *breve frase*. Per esempio dei sette suoni che compongono la *scala diatonica* ne mancano due in una stessa serie il Fa e il La. Infatti scrivendo la serie :

$$\text{Do}_1 : \text{Do}_2 : \text{Sol}_2 : \text{Do}_3 : \text{Mi}_3 : \text{Sol}_3 : (\text{Si}_3 b) : \text{Do}_4 : \text{Re}_4 : \text{Mi}_4 : (\text{Fa}_4 \sharp) : \text{Sol}_4 : \dots$$

$$1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10 : 11 : 12 : \dots$$

essi non si riscontrano punto.

7. Equazioni degli accordi di più suoni.

A complemento del capitolo è utile coordinare a quest'ordine d' idee anche le formole matematiche della composizione delle vibrazioni sonore. Come esempio darò la espressione analitica del *mio metodo di rappresentazione ottica degli accordi musicali*.

Produco due o più suoni (p. e. con canne d'organo) dinanzi ad una membrana tesa uniformemente. Essa assume un movimento in avanti e indietro, che equivale alla risultante della composizione parallela delle vibrazioni di quei suoni. Compongo questa risultante colla vibrazione d'un diapason che vibra perpendicolarmente ad essa, ed ottengo *una figura ottica di tre o più suoni*, analoga a quella che Lissajous ha ottenuto per due suoni.

Come la figura di Lissajous si ricava eliminando t dalle due equazioni che segnano le vibrazioni di due suoni una lungo l'asse delle x e una lungo l'asse delle y ;

$$x = a_1 \sin \left[\frac{2\pi t}{\tau_1} - \phi_1 \right]$$

$$y = a \sin \left[\frac{2\pi t}{\tau} - \phi \right]$$

dove x e y segnano gli spostamenti lungo gli assi in ogni istante t , a_1 , a sono le ampiezze, τ_1 e τ le durate delle vibrazioni dei due suoni, ϕ e ϕ_1 le fasi; così la risultante di due o più suoni lungo l'asse delle x sarà data dalla somma degli spostamenti; e la mia figura di più suoni, si otterrà eliminando t dalle due equazioni:

$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 + x_3 + \dots = a_1 \sin \left[\frac{2\pi t}{\tau_1} - \phi_1 \right] + a_2 \sin \left[\frac{2\pi t}{\tau_2} - \phi_2 \right] + \dots \\ y = a \sin \left[\frac{2\pi t}{\tau} - \phi \right] . \end{cases}$$

Per mettere in evidenza il periodo dell'accordo basta sostituire alle durate delle vibrazioni $\tau, \tau_1, \tau_2 \dots$ i valori ricavati

dalla formola (5) che segna la **condizione** perchè più suoni formino **accordo** :

$$(5) \quad n \tau = n_1 \tau_1 = n_2 \tau_2 = \dots = \Theta$$

cioè :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{n}{\Theta}, \quad \frac{1}{\tau_1} = \frac{n_1}{\Theta}, \quad \frac{1}{\tau_2} = \frac{n_2}{\Theta}, \dots$$

L'equazione prende la forma :

$$\begin{cases} x = a_1 \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi n_1 t}{\Theta} - \phi_1 \right] + a_2 \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi n_2 t}{\Theta} - \phi_2 \right] + \dots \\ y = a \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi n t}{\Theta} - \phi \right] \end{cases}$$

Così si ha propriamente l'equazione della figura completa dell' accordo : $n : n_1 : n_2 : \dots$

Infatti ciascun termine contiene il minimo numero di vibrazioni che si compiono in egual tempo, e passato il quale, si ripete la stessa traiettoria periodicamente. Questo tempo che misura il periodo proprio dell' accordo è : Θ comune a tutti i termini che riprendono lo stesso valore ogni volta che : $t = \Theta$ per coincidenza della stessa fase.

Certamente questo modo di rappresentare la composizione dei movimenti vibratorio, è tutto proprio a tradurre in equazione la concezione sintetica dell' accordo da me adottata, considerandolo come un individuo a se ; perchè mentre nelle prime equazioni apparivano le singole vibrazioni colle durate $\frac{1}{\tau}, \frac{1}{\tau_1}, \frac{1}{\tau_2} : \dots$ alle quali potrebbero sostituirsi i numeri $N, N_1, N_2, \dots$ di vibrazioni al secondo ; qui non apparisce, nè una cosa nè l' altra, ma figura il gruppo $(n, n_1, n_2, \dots)$ di vibrazioni e il periodo Θ , elementi necessari e sufficienti a definire l' accordo.

Anche la serie di Fourier può considerarsi sotto i due aspetti, o comune somma di suoni e vibrazioni, o come accordo ; secondo che si mette in evidenza o la durata della vibrazione corrispondente a ciascun termine :

$$A \cos 2\pi \left[\frac{t}{\tau} - \phi \right] + A_1 \cos 2\pi \left[\frac{t}{\frac{\tau}{2}} - \phi_1 \right] + A_2 \cos 2\pi \left[\frac{t}{\frac{\tau}{3}} - \phi_2 \right] + \dots$$

ovvero quante vibrazioni di ciascun suono si compiono in egual tempo, che è misurato dal periodo comune equivalente alla durata della vibrazione del primo suono :

$$A \cos 2\pi \left[\frac{t}{\tau} - \phi \right] + A_1 \cos 2\pi \left[\frac{2t}{\tau} - \phi_1 \right] + A_2 \cos 2\pi \left[\frac{3t}{\tau} - \phi_2 \right] + \dots$$

Questa è nè più nè meno, l'equazione dell' *accordo timbro* : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : di periodo τ ; che è $\tau = 1$ quando si prenda per unità di tempo la durata della vibrazione del suono fondamentale.

Nulla vieta di considerare l'equazione d'un accordo qualunque come risultante dalla serie quando si annullino tutti gli altri termini fuorchè l' n^{mo} , l' n_1^{mo} , n_2^{mo} , ...

8. Percezione dei suoni.

Ho dimostrato che *i suoni, gli intervalli e gli accordi* si possono definire fisicamente come *fenomeni periodici diversi* che agiscono sul nostro orecchio. Il periodo può servire di criterio per paragonare suoni con suoni, intervalli con intervalli, accordi con accordi, e per classificarli. Resta ora a vedere come una così semplice concezione si presti alla spiegazione dei fenomeni fisiologici.

Senza preoccuparmi del meccanismo dell'audizione tengo conto soltanto della *costante fisiologica del tempo*, cioè : del tempo che passa dall'istante dell'impressione esterna, all'atto della percezione interna che compie la sensazione. Dicesi *costante* perchè è *comune a tutti i sensi ed è incirca $\frac{1}{18}$ di secondo*.

Con numerose esperienze ho verificato questi due dati fondamentali.

Limite inferiore dei suoni. — Il limite fisico di 16 vibrazioni al secondo significa, che al di sotto l'orecchio percepisce le singole vibrazioni come impulsi; il suono è *una sensazione continua* per cui si richiede che l'azione d'un impulso non cessi prima che incominci la seguente. Il limite dipende dunque dalla costante personale mutata la quale si sposterebbe anch'esso.

Regione oscura. — Colla frequenza delle vibrazioni si va facendo più nitida e definita la percezione del suono, ma non si raggiunge la perfetta continuità della sensazione se non per più di 130 vibrazioni al secondo. Per la natura stessa dell'impulso vibratorio la cui energia varia in ragione del quadrato della velocità, la sensazione ha un massimo e un minimo di intensità. L'orecchio percepisce le vibrazioni sinteticamente come suono o sensazione continua, e analiticamente come impulso. È noto che pel suo grado di sensibilità l'orecchio può avvertire un fenomeno che dura menò d'un centesimo di secondo.

Massimo di chiarezza. — Il fatto stesso delle divergenze tra i fisici nel fissare i limiti superiore ed inferiore, il fatto che l'arte si contiene in limiti ancora più ristretti, dimostrano che esiste una regione media nella quale la sensazione sonora raggiunge il massimo di perfezione. Come dipenda ciò dalla costante del tempo si può illustrare con un esempio volgare.

Il *fonografo* e il *cinematografo* creano una sensazione continua di massima chiarezza all'orecchio e all'occhio per una certa velocità di movimento; se la velocità rallenta o accelera oltre un limite cessa la sensazione continua del fenomeno per entrambi i sensi.

Osservazione. — Se vogliamo misurare il *grado di chiarezza* dal rapporto della frequenza delle vibrazioni alla costante del tempo fisiologica, si possono fissare i limiti in altro modo. Per es. ritenuto che la regione chiara sia compresa nei limiti delle voci umane da 150 a 2500 v. s. al secondo; si dirà che incomincia pura sensazione continua, quando durante la costante si compiono $\frac{150}{15} = 10$ vibraz. incirca; che si ha sensazione confusa per più di $\frac{2500}{15} = 166$ v. s. Il *centro di massima chiarezza* sarebbe al $Re_3 = 589,4$; quindi $\frac{587.4}{15} = 39,1$; in cifra rotonda per 40 vibr. semp. che si sovrappongono durante l'atto della sensazione.

11. Percezione degli intervalli.

Enumero ora i fenomeni degli intervalli che si spiegano prontamente confrontando colla costante personale del tempo la durata del loro periodo. Essi sono analoghi a quei fenomeni dei suoni che dipendono dalla durata delle vibrazioni, come risulta dalla dimostrazione sperimentale.

Ogni intervallo ha un proprio limite inferiore. Significa, che non basta che due suoni si percepiscano singolarmente, per poter percepire il loro intervallo. Ecco alcune misure dirette :

Rapporti.	$\left \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} , \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} 3 \\ 2 \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} 4 \\ 3 \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} 5 \\ 3 \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} 5 \\ 4 \end{array} \right $
Limite inferiore approssimato	$\left \begin{array}{c} 20 \\ 20 \end{array} , \begin{array}{c} 34 \\ 17 \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} 54 \\ 36 \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} 80 \\ 60 \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} 100 \\ 60 \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} 100 \\ 80 \end{array} \right $

Le misure furono fatte ad orecchio e controllate osservando ad occhio le figure ottiche: tenuto conto dell'errore personale d'apprezzamento la legge è evidente: come pel suono si richiedono da 16 a 20 vibrazioni al secondo; così per avere la sensazione d'un intervallo $\frac{m}{n}$, si richiede la ripetizione periodica del gruppo (m, n) di vibrazioni da 16 a 20 volte al secondo, ossia che il periodo dell'intervallo non superi il $\frac{1}{16}$ di secondo. Ne segue che un intervallo tanto più basso ha il limite quanto più breve è il periodo; epperò ha un campo più esteso nella gamma dei suoni dove si può riconoscere.

Regione oscura. — L'idea di chiarezza si attribuisce con più precisione all'intervallo che al suono. L'orecchio può apprezzare non solo *qualitativamente*, ma anche *quantitativamente l'intervallo*. Chiamo oscura quella regione della gamma dove l'intervallo si può riconoscere più o meno direttamente, ma l'orecchio non può determinare ossia intonare con precisione. L'oscurità dell'intervallo dipende dalla intermittente fusione dei due suoni che si percepiscono distinti, laddove nelle regioni alte prevale la sensazione propria dell'intervallo, che

coll' attenzione appena si risolve nei suoni elementari. Tuttociò si spiega prontamente dalla relazione del periodo colla costante interna del tempo, così come pei suoni bassi.

Massimo di chiarezza. — La regione di massima chiarezza degli intervalli coincide all' incirca con quella de' suoni, per varie cause. Spiegherò la cosa con un esempio: La *quinta* è l' intervallo tipico e singolare che presenta tutti i caratteri. Nei limiti de' suoni musicali essa si può apprezzare e determinare colla massima perfezione. Essa serve di base per l' accordatura degli istrumenti, ogni mediocre musico la sa riconoscere e discernere. Ma nelle regioni dei suoni acuti la fusione dei due suoni è tale che anche ad orecchio esperto riesce difficile analizzarla; sembra un solo suono con proprio timbro.

Ivi la quinta ha un imagine talmente individuata, che per fusione de' suoi due suoni s' assomiglia all' intervallo d' ottava che non raramente si confonde con un sol suono anche dai musici.

Dunque nelle *regioni basse* manca la fusione per periodo troppo lungo e prevale la sensazione singolare dei suoni; nelle *acute* il periodo del rapporto raggiunge il grado di massima chiarezza (come s' è detto per i suoni); quindi prevale la sensazione dell' intervallo sui singoli suoni che sono fuori dei loro limiti di chiarezza e nasce il carattere di timbro; nella *regione media* l' orecchio percepisce sinteticamente e analiticamente l' intervallo. Ciò che costituisce una delle più belle doti dei musici nell' ascoltare una esecuzione è il comprendere tutto l' insieme e seguirne tutto l' intreccio delle parti: ciò è possibile solo quando i suoni si fondono senza confondersi.

12. Classificazione degli intervalli.

Se chiamiamo *consonanza* la tendenza di due suoni a combinarsi in modo da produrre *una sensazione unica* di intervallo, e *dissonanza* la tendenza a mantenere la propria individualità che si oppone alla formazione della sensazione unica; si vede subito che la base di questa *classificazione* è quella stessa che vale per i suoni. Il grado di consonanza dipende

UN CAPITOLO DI ACUSTICA MUSICALE

dagli elementi costituenti l'intervallo $\frac{m}{n}$ [gruppo di vibrazioni (m, n) e durata del periodo] in relazione alla costante del tempo che definisce le condizioni e i limiti di chiarezza.

Applico questo criterio per classificare gli intervalli che hanno per base il suono: 600 v. s. al secondo, posto all'incirca nel centro di massima chiarezza dei suoni:

Intervalli	$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}, \frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}, \frac{7}{4}$	$\frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}$	$\frac{9}{8} \dots$
N. di vibrazioni	2, 3	5	7, 8	9, 11	11, 12, 13	17
Periodo in sec.	$\frac{1}{600}$	$\frac{1}{300}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{150}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{75}$
G. di chiarezza	40	20	13	10	8	5
Consonanza	assoluta	perfetta	medie		imperfette	dissonanze

di due intervalli che hanno lo stesso periodo p. e. $\frac{4}{3}$, e $\frac{5}{3}$ quello è più consonante che consta di minor numero di vibrazioni. Le durate dei periodi in secondi si calcolano subito, essendo proporzionali a denominatori dei rapporti. Il grado di chiarezza è dato dal numero dei periodi che un intervallo compie durante $\frac{1}{15}$ di secondo, che suppongo equivalere alla costante fisiologica.

Helmholtz fa consistere il carattere delle dissonanze nella *intermittenza della sensazione* che attribuisce ai battimenti. Lasciando ad altro lavoro la discussione dei principi, osservo che si spiega più direttamente col dire che la lunga durata del periodo non produce pura *sensazione continua* come per i suoni, ma permette all'orecchio di avvertire le variazioni periodiche.

Con questo criterio la classificazione è ben definita. Consonanze assolute (unissono e ottava) perchè sono tali in tutta la regione dei suoni. Consonanza perfetta (quinta) in tutta la regione dei suoni musicali. Consonanze medie in parte della regione musicale perchè verso il limite inferiore hanno periodo troppo lungo ecc. In altre parole preso come massimo

di chiarezza la frequenza del periodo che da 40 periodi ogni *quindicesimo* di secondo; si avrà per massimo di chiarezza degli intervalli le seguenti posizioni :

Intervallo	unissono	quinta	quarta sesta magg.	terza magg. sett. acustica	sesta min. terza min.
suono fondamentale	600 _v	1200	1800	2400	3000

Quindi la terza e sesta minore hanno il massimo di chiarezza vicino al limite superiore dei suoni musicali e tutti gli altri intervalli di periodo maggiore epperchè dissonanti fuori del limite. Ecco che soltanto pochi intervalli soddisfano alla condizione fisiologica di essere chiaramente e direttamente apprezzati *entro i limiti dei suoni musicali* per la relativa brevità del loro periodo; tutti gli altri entro questa regione sono rispetto all'orecchio così come i suoni bassi al disotto del limite musicale, cioè di periodo così lungo da creare sensazione non ben definita cioè di carattere misto continuo e intermittente. Forse è questo il caso di dire che l'*educazione dell'orecchio* ad apprezzarli sinteticamente e analiticamente, ci ha abituati a sentirne il valore estetico; mentre nol sentirono gli antichi.

Percezione indiretta degli intervalli.

Si percepiscono indirettamente gli intervalli che in musica si sogliono chiamare *crescenti o calanti*, perchè differiscono di poco da uno degli intervalli *tipici* [unissono, ottava, quinta, quarta, terze e seste] che servono, come osserva Guido d'Arezzo, di *chiavi* per interpretare una composizione musicale.

Carattere dell'intervallo stonato è di avere un periodo lunghissimo: per es. $\frac{301}{200}$ ha un periodo che dura un secondo; ma l'orecchio percepisce una quinta $\frac{300}{200}$ un po' crescente. L'approssimazione si spiega così: L'immagine ottica del rapporto $\frac{301}{200}$ è complicatissima, ma consta di forme elementari

(in numero di 200) simili alle figure della quinta $\frac{3}{2}$, colla differenza che se la quinta è giusta presenta tutte le fasi successivamente in un secondo: *sembra mobile!* In realtà è un'illusione ottica dipendente dalla costante del tempo, [si vuol dire persistenza della immagine nella retina (?)].

Come l'occhio crede vedere lo svolgersi delle figure della quinta, così l'orecchio percepisce direttamente i periodi elementari un po' alterati della quinta e s'accorge dell'alterazione o stonatura per una perturbazione periodica al secondo che chiamasi *battimento*.

Legge dei rapporti semplici.

In luogo di considerare i rapporti $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$ come valori numerici pei quali manca un *criterio di semplicità*; io applico l'interpretazione fisica data, e dico che è più semplice quell'intervallo che è prodotto elementarmente da *minor numero di vibrazioni ed ha periodo più breve*. Dal confronto della durata del periodo dei diversi intervalli colla costante del tempo auricolare, si vede che l'orecchio è in grado di apprezzare direttamente con più precisione e su più vasta scala quegli intervalli che hanno periodo più breve e che si riducono a piccol numero. *Se mutasse la costante del tempo si sposterebbe tutto il campo musicale dei suoni*. Ecco che l'interpretazione fisiologica porta nel campo della realtà oggettiva, quella legge che sembrava una mera coincidenza matematica od una preferenza spirituale. Le condizioni fisiologiche impongono due limiti: quei fenomeni periodici che entro quei limiti hanno durata di periodo richiesto dalla costante del tempo per una chiara percezione, forniscono il materiale della musica in generale; gli intervalli dissonanti che hanno il periodo troppo lungo, ma hanno relazione d'affinità coi tipici, benchè nei limiti sieno ambigui e oscuri in se stessi; nel contesto tonale hanno acquistato una potenza espressiva tutta nuova e di grande efficacia nel sistema armonico moderno. Sotto questo aspetto si vede che la legge di semplicità non è

assoluta, cioè nel senso che la musica si *serva soltanto* di intervalli semplici o dei più semplici, *ma relativa* nel senso che la musica si serve di quelli intervalli più semplici che soddisfano al principio estetico che la informa come vedremo.

13. Applicazione all' arte.

Esperienza fondamentale. — Noi non possiamo dai fenomeni fisici e fisiologici arguire l' esistenza e la natura dei fenomeni estetici. Il primo passo della fisica nel campo della musica dev' essere quello di constatare con misure di precisione, di quali *suoni, intervalli e accordi* l' arte si serva per esprimere e suscitare i moti dell' anima.

Il metodo di misura più diretto e decisivo è senza dubbio quello di Cornu e Mercadier: Registrare le vibrazioni dei suoni quando si eseguisce musica in modo da soddisfare pienamente l' orecchio e l' arte.

Il risultato genuino di sì fatte esperienze, si riassume in poche parole: L' arte nostra si svolge tutta sugli intervalli contenuti nella scala naturale o derivati da essa ¹⁾. Chiamo *intervalli derivati* quelli che equivalgono alla somma o differenza di due intervalli della scala; la misura di tali intervalli si ottiene moltiplicando o dividendo i rapporti corrispondenti.

In base a questa esperienza, enumero i fatti estetici che si spiegano prontamente colla teoria acustica data.

a) **Funzione tonale dei suoni.** — *Uno stesso suono ha diverso valore e significato estetico secondo la tonica alla quale si riferisce.*

È chiaro che ciò dipende dall' intervallo che esso fa colla tonica: ora s' è detto che ad ogni intervallo risponde una data sensazione, non solo secondo *la natura* dell' intervallo, ma secondo *la posizione* che dipende *dalla durata del periodo*. L' *affinità* colla tonica è misurata dalla facilità con cui si apprende la sua relazione, che cresce colla *brevità* del periodo.

b) **Tonalità.** — *Il genio musicale creò il sistema armonico servendosi di tutti quei suoni che hanno una affinità*

1) Rivista musicale it. vol. 8, 1901.

apprezzabile con un dato suono, per una composizione musicale.

Evidentemente nell'assumere un suono come termine di confronto il genio non ha fatto che sentire e seguire la condizione fisiologica per avere determinate sensazioni dalle vibrazioni dei corpi, e per classificarle.

Ogni suono, facendo diverso intervallo colla tonica ha, rispetto agli altri, una propria *funzione tonale* o attitudine a creare una data sensazione. L'insieme di queste varie funzioni che irradiano da un suono, come da centro, costituisce la tonalità, che costituisce il principio fondamentale d'unità estetica d'una composizione.

c) **Funzione tonale degli intervalli.** — *Uno stesso intervallo ha esteticamente diverso valore secondo la posizione che occupa rispetto alla tonica.* — Ciò avviene non solo perchè considerato in se stesso l'intervallo muta il periodo collo spostarsi nella gamma; ma principalmente perchè mutano periodo e natura i due intervalli che i suoi due suoni fanno colla tonica, dei quali lo stesso intervallo è una derivazione; infatti anche la funzione dell'intervallo risulta dalla composizione delle funzioni tonali dei due suoni. Per es. una *quinta giusta* non solo ha diversa funzione nei diversi gradi della scala, ma anche produce stonatura secondo i rapporti dei suoni colla tonica.

d) **Consonanze e dissonanze.** — *Gli intervalli considerati in se stessi presentano caratteri che piacciono o dispiacciono all'orecchio; ma il preciso concetto di consonanza e dissonanza sta in una funzione tonale determinata nel contesto, secondochè crea una situazione psicologica di riposo, ovvero di moto che fa sentire la esigenza di riudire un dato intervallo di riposo.*

Che un intervallo dia una imagine chiara e distinta, e un altro una imagine oscura e intermittente; è subito capito che dipende dalla durata del periodo che è più proporzionata all'orecchio o meno secondochè è contenuta nei limiti imposti dalla costante del tempo ovvero è lontana; ma ciò non può definire la consonanza, perchè avverrebbe che un intervallo semplice e preciso non istonerebbe mai. È col principio della

tonalità che è definita in ogni caso la funzione dell'intervallo; sia perchè i due suoni fanno colla tonica intervalli perfetti o intermittenti, sia perchè col riferire un intervallo alla tonica viene tolta ogni ambiguità sul significato estetico del legame di concatenazione. Ne segue che una dissonanza di cui si conosce la funzione tonale cioè in qual consonanza debba risolvere, produce una sensazione di piacere assai più viva che la consonanza.

e) **Criterio estetico di semplicità dei rapporti che misurano gli intervalli musicali.** — Il rapporto dell'intervallo di due suoni considerato in se stesso si potrà riconoscere più semplice d'un altro, secondo il numero di vibrazioni costituenti il gruppo (m, n) e la durata del periodo; *ma il vero criterio di semplicità in matematica non è assoluto ma relativo ad una data condizione.* Poniamo il problema:

Quali sono i rapporti più semplici che soddisfino al principio estetico della tonalità e sieno compresi entro i limiti d'una ottava: 2:1?

La risposta fu data dal Prof. Beltrami su questo periodico ¹⁾ dove dimostrò che sono i rapporti contenuti nella scala naturale: $1 : \frac{9}{8} : \frac{5}{4} : \frac{4}{3} : \frac{3}{2} : \frac{5}{3} : \frac{15}{8} : 2$.

In altre parole la legge di semplicità ha un significato determinato che equivale a legge di minimo mezzo: cioè non esistono intervalli più semplici di quelli che il genio ha adottato, che sieno atti ad esprimere i fatti tonali. Il genio ha escluso quegli intervalli, più o meno semplici in se stessi, che non hanno una affinità apprezzabile colla tonica e cogli altri intervalli tonali.

Così per due vie si giunge alla determinazione della scala: coll'esperienza diretta sull'arte viva, e col calcolo appoggiato ad un fatto estetico indiscusso considerato come fondamentale in armonia.

14. Conclusione.

Questi accenni bastano per fare comprendere come si possa penetrare nei segreti dell'armonia, tenendo conto soltanto di

1) N. C., 3. serie, vol. 11, 1882.

ciò che costituisce l'essenza dei suoni e delle loro combinazioni; cioè delle vibrazioni sonore, e delle loro composizioni a due, a tre ecc.

Dal mio punto di vista i fenomeni dei battimenti, dei suoni risultanti d'ogni ordine, degli armonici ecc. non sono che effetto o conseguenza della composizione delle vibrazioni. Quindi essi non costituiscono direttamente il fenomeno musicale delle consonanze e dissonanze e tonalità; ma sono fenomeni secondari che accentuano il principale o danno ad esso una propria fisionomia e colorazione. Con una più diretta analisi dimostrerò che assumerli come base della teoria della musica, è non solo un invertire l'ordine naturale dei fatti, ma attribuire ad essi funzioni ed effetti che non possono avere perchè sproporzionati e spesso contraddittori.

Per ora mi limito ad accennare in forma di ipotesi al principio sperimentale col quale si possono coordinare questi fenomeni alla teoria esposta. *Ogni variazione periodica dei suoni che soddisfi alle condizioni auditive dell'orecchio può dar origine ad una sensazione sonora.*

Le tracce della composizione delle vibrazioni di due o più suoni presentano appunto gli elementi sufficienti di tali variazioni per spiegare la origine dei suoni risultanti e battimenti; e per indicare la natura degli armonici. La sovrapposizione degli armonici ad un suono principale non è che un caso particolare di composizione di movimenti vibratorii; ma il discernere ad orecchio (ovv. ad occhio sulle sinusoidi) l'armonico è possibile soltanto quando esso abbia una intensità prevalente sul suono fondamentale.

Così ho tracciato le linee generali d'una teoria acustica derivante da un sol punto di vista assai facile, e diretto; che non è altro che la definizione stessa del suono e delle combinazioni dei suoni in relazione alle condizioni fisiologiche dell'apparato auditivo.

R. Istituto Fisico di Roma
12 aprile 1905.