ERSTE BEILAGE

Z U

N^o 48. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Ueber das Universalinstrument von *Reichenbach* und *Ertel*, als Horizontalwinkelmesser.

Von Herrn Professor *Struve*.

Dorpat 1823. Nov. $\frac{22}{10}$.

(Beschlufs.)

Diese so bestimmte Biegung setzt nun, wie oben gesagt, voraus, daß der Limbuskreis kurz vor der Einstellung gelöst und um die Achse bewegt worden ist. Ich will hier nur noch ein Paar Erfahrungen über das Anwachsen der Biegung bey längerer Ruhe des Kreises auf der Achse anführen, die ich gleich anfangs machte.

1823.	B =	Mittl. Ort des Objects.
		0' 17"
19ten { nach vorhergegangener Drehung	10,4	288 4 17,4
{ nach längerer Ruhe des Kreises	20,8	— — 16,4
20sten { nach vorhergegangener Drehung	6,3	359 59 58,2
{ nach längerer Ruhe des Kreises	16,8	— — 60,4
25sten { nach vorhergegangener Drehung	7,2	72 29 4,6
{ nach längerer Ruhe des Kreises	26,3	— — 5,2

Wir sehen hier durch eine längere Ruhe des Centri auf der Achse die Biegung aufs Doppelte und Dreifache der gewöhnlichen und drüber steigen, ohne daß der mittlere Ort des Objects von dieser ausserordentlichen Biegung eine Veränderung erlitten, denn die Differenzen $-0'',9$, $+2'',2$, $+0'',6$ sind als zufällig anzusehen.

3. Wahrscheinlicher Fehler der Beobachtungen wegen Unsicherheit im Visiren.

Jeder einzelne Ort eines Objects auf dem Kreise, im Mittel aus beiden Einstellungen links und rechts kann aus 3 Ursachen fehlerhaft seyn; erstlich wegen Ablesefehler, zweitens wegen Visirfehler und drittens wegen Theilungsfehler. Der letzte Fehler ist constant für denselben Ort, die beiden ersteren vermischen sich bey jeder Beobachtung. Der wahrscheinliche Werth der Summe dieser beiden, den ich den wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung nenne, läßt sich nach der Art und Weise, wie

ich die Beobachtungen angestellt, sehr genau ausmitteln. In jedem Satze z. B. für 3 Objecte *a*, *b*, *c* wird nacheinander beobachtet der Ort für *a*, *b*, *c*; dann wieder für *a*, *b*, *c*; und zum Schluß noch für *a*.

Die so nach einem geraumen Zeitintervalle für denselben Punkt erhaltenen Orte werden immer etwas von einander abweichen, und geben also Differenzen der beiden mittleren Oerter eines Objects, deren Ursache unter der Voraussetzung, daß im Instrumente keine Veränderung vorgefallen, im Ablesen und Visiren zu suchen ist. Nun fand ich

Diff. d. beiden
mittl. Oerter.

auf Kersel	aus 24 Beobachtungen im Mittel, =	1'',08
— Oberpahlen — 23	— — — —	= 0,92
— Sall — 24	— — — —	= 1,08
— Marien K. — 22	— — — —	= 1,00
— Ebbafer — 22	— — — —	= 0,94
— Warresmeggi — 19	— — — —	= 0,80
— Levala — 23	— — — —	= 0,98
— Tammik — 21	— — — —	= 1,18

Im Mittel aus 176 Beobachtungen = 1,01

Hieraus folgt die wahrscheinliche Differenz zweier mittlerer Orte $= 1'',010,845 = 0'',85$, und folglich der wahrscheinliche Fehler jedes mittleren Ortes, in so weit er vom Ablesen und Sehen herrührt, $= \frac{0'',85}{\sqrt{2}} = 0'',60$; und der wahrscheinliche Fehler jeder isolirten Beobachtung, da der mittlere Ort das Mittel aus zweien ist, wieder $= 0'',60\sqrt{2} = 0'',85$ für Ablese- und Visirfehler.

Dieser Fehler der einmaligen Beobachtung läßt sich noch auf eine andere Weise ausmitteln. Während einer ununterbrochenen Folge von Beobachtungen, an einem Abend oder Morgen, können wir nach dem früher mitgetheilten ohne Bedenken die Biegung als constant ansehen. Die einzelnen Bestimmungen der Biegung, aus jedem Beobachtungspaare rechts und links, sind aber unabhängig von Theilungsfehlern, und nur mit Visirfehler und Ablesfehler behaftet. Die oben in 2. mitgetheilten Werthe von B in den verschiedenen Beobachtungsfolgen, mit den einzelnen ihnen zum Grunde liegenden Bestimmungen verglichen, geben folgendes für den wahrscheinlichen Fehler jeder einzelnen Bestimmung von B .

Standpunkt.	1823.		wahrsch. Fehler eines einzelnen B
Kersel	18 Jun.	aus 20 Beobachtungen	$= 0,79$
	19 —	— 15	$= 1,08$
	19 —	— 22	$= 0,88$
	20 —	— 21	$= 0,72$
Oberpahlen	22 —	— 11	$= 0,80$
	23 —	— 8	$= 0,53$
	24 —	— 11	$= 0,63$
	25 —	— 6	$= 0,71$
	26 —	— 17	$= 0,56$
Sall	1 Jul.	— 29	$= 1,11$
	2 —	— 18	$= 0,54$
Marien K.	20 —	— 15	$= 0,52$
	21 —	— 22	$= 0,88$
	22 —	— 13	$= 0,59$
Ebbafer	29 —	— 34	$= 0,76$
	30 —	— 28	$= 0,51$
Warresmeggi	4 Aug.	— 26	$= 0,64$
	5 —	— 22	$= 0,67$
	10 —	— 12	$= 0,41$
	11 —	— 12	$= 0,52$
Levala	13 —	— 9	$= 0,60$
	13 —	— 23	$= 0,59$
	14 —	— 8	$= 0,56$
	14 —	— 6	$= 0,44$
	14 —	— 8	$= 0,56$
Tammik	17 —	— 19	$= 0,55$
	18 —	— 13	$= 0,40$
	18 —	— 13	$= 0,49$

Aus allen 461 Beobachtungen folgt: wahrscheinlicher Fehler jeder einzelnen Bestimmung von B gleich $0,734$. Es ist aber die Biegung die halbe Differenz zweier entgegengesetzten Beobachtungen, und also für die Differenz zweier Beobachtungen der wahrscheinliche Fehler $= 1,47$, demnach für jede einzelne derselben $= \frac{1,47}{\sqrt{2}} = 1,04$. Beide nach ganz verschiedenen Methoden gefundene Werthe $0,85$ und $1,04$ stimmen sehr gut überein, und geben im Mittel $0,945$, wohl etwas zu groß, weil der erstere Werth auf einem sicheren Wege gefunden zu seyn scheint. Ich bleibe aber beim Mittel stehen. Da nun $0,37$ der wahrscheinliche Fehler ist, der aus dem Ablesen der 4 Verniere entsteht, so folgt der wahrscheinliche Fehler in so ferne er vom Sehen herrührt $= \sqrt{(0,945^2 - 0,37^2)} = 0,87$ für jede einzelne Beobachtung. Diese $0,87$ rühren nun theils von der Unsicherheit des Einstellens des untern Fernrohrs nach der Marke, theils vom Visiren mit dem obern Fernrohr nach dem Objecte her. Höchst auffallend erscheint es, daß diese gedoppelte Ursache keinen größern Fehler hervorbringt. Man bedenke aber, daß die Unsicherheit der Einstellung des untern Fernrohrs durch die Form und Farbe der Marke auf ein Minimum gebracht ist, und, wie schon früher auseinandergesetzt, wohl nicht gut größer als $\frac{1}{2}$ seyn kann. Nehme ich den wahrscheinlichen Fehler des Visirens mit dem untern Fernrohre so groß an, so bleibt der wahrscheinliche Fehler des Einstellens oder Eintaxirens des Objects zwischen die Fäden des obern Fernrohrs $= \sqrt{(0,87^2 - 0,5^2)} = 0,71$, also kleiner als $\frac{1}{10}$ der Distanz der Fäden. Um sich nicht zu wundern, daß mit einem 18zolligen Fernrohr jedesmal wahrscheinlich auf $0,7$, genau visirt werden könne, erwäge man, daß dasselbe bey größter Schärfe der Bilder 60mal vergrößert, also mehr als das Mittagsfernrohr *Bradleys* (Fundamenta p. 7.) und daß nie als bey günstiger Luft beobachtet wurde. Ich erwähne noch, daß man mit diesem Fernrohre den Polarstern um Mittag ohne Schwierigkeit sieht.

4. Uebereinstimmung der an verschiedenen Theilpunkten erhaltenen Resultate.

Um von der Uebereinstimmung der auf verschiedenen Punkten der Theilung erhaltenen Resultate ein Beyspiel zu geben, stelle ich die auf den Standpunkte Sall aus den 5 Sätzen erhaltenen Winkel zwischen den Punkten Kersel, Oberpahlen, Marien und Ebbafer hier zusammen, und bemerke, daß diese 5 Sätze an 2 Abenden bey sehr günstiger Witterung beobachtet wurden.

Winkel zwischen

	K. u. O.	Differ. vom Mittel.	O u. M	Differ. vom Mittel.	M u. E	Differ. vom Mittel.	E u. K	Differ. vom Mittel.
Satz 1	49 54 46,7	+ 0,7	71 50 57,2	+ 0,8	55 59 30,7	+ 0,3	192 14 45,4	- 1,8
— 2	44,7	- 1,3	56,4	0,0	28,9	- 1,5	49,7	+ 2,5
— 3	47,0	+ 1,0	54,8	- 1,6	31,6	+ 1,2	46,6	- 0,6
— 4	46,5	+ 0,5	56,8	+ 0,4	30,0	- 0,4	46,7	- 0,5
— 5	45,3	- 0,7	56,3	- 0,1	31,0	+ 0,6	47,4	+ 0,2
Mittel	46,0		56,4		30,4		47,2	

Diese Mittel, die auf 20 verschiedenen um 18° von einander abstehenden Bögen beruhen, sind gewiss frei von constantem Einflusse der Theilungsfehler. Die Summe der Quadrate der Abweichungen der einzelnen Resultate von ihrem Mittel ist hier 22,0, und folglich, da 20 Resultate und 4 Mittel sind, ist der wahrscheinliche Fehler jedes einzelnen Resultats $E = 0,6745 \sqrt{\left(\frac{22,0}{20-4}\right)''} = 0'',76$. Um diesen wahrscheinlichen Fehler des Resultats für den Winkel aus einem Satze mit gewisserer Sicherheit zu bestimmen, benutzte ich alle Beobachtungen an den oft erwähnten 8 Standpunkten. So erhielt ich:

				Summe d. Quadr. d. Fehler = $E'' =$	
in Kessel	aus 23 Resultaten u. 6 Mitteln	33,0	0,89		
— Oberpahlen	— 27 —	— 5 —	69,9	1,20	
— Sall	— 20 —	— 4 —	22,0	0,76	
— Marien	— 21 —	— 4 —	24,6	0,81	
— Ebbafer	— 30 —	— 5 —	56,5	1,01	
— Warresmeggi	— 20 —	— 4 —	31,1	0,94	
— Levala	— 26 —	— 4 —	73,5	1,23	
— Tammik	— 18 —	— 3 —	40,9	1,11	

Im Mittel aus 185 Resultaten u. 35 Mitteln ist demnach, da die Summe der Quadrate der Abweichungen 351,3 ist, $E'' = 0,6745 \sqrt{\left(\frac{351,3}{150}\right)''} = 1'',03$, als wahrscheinlicher Fehler eines aus einem einzigen Satze abgeleiteten Winkels. Hieraus folgt, daß derselbe für den Werth des Winkels im Mittel aus 5 Sätzen, also für alle in diesem Sommer gemessenen Winkel, gleich $\frac{1'',03}{\sqrt{5}} = 0'',46$ ist.

Da in jedem Satze jeder Punkt 4mal beobachtet wird, 2mal rechts und 2mal links, so ist für jeden Satz der einem Orte auf dem Kreise entsprechende Fehler vom Sehen und Ablesen nach 3. gleich $0'',85 : 2 = 0'',425$, und folglich für die Differenz zweier Oerter $0'',425 \sqrt{2} = 0'',60$.

Der eben gefundene wahrscheinliche Fehler eines Winkels aus einem Satze schließt aber die Wirkung der Theilungsfehler mit in sich; diese letztere hat also für einen von einem einzigen Anfangspunkte aus bestimmten Winkel den wahrscheinlichen Werth $\sqrt{(1'',03^2 - 0'',60^2)} = 0'',84$. Hier wirken nun die einem Gesetze unterworfenen und die unregelmäßigen Theilungsfehler zusammen. Beide müssen bey der Kleinheit der aus ihnen entstehenden Unsicherheit sehr geringe seyn, und das um so mehr, da der gefundene wahrscheinliche Fehler $= 0'',84$ bestimmt zu groß ist, indem derselbe ja auch noch den Fehler in sich schließt, der von einer verschiedenen Beleuchtung der Signale und von etwanigen Lateralrefractionen herrührt. Den Einfluß einer verschiedenen Beleuchtung der Signale habe ich aber durch die Form derselben, und für sehr große Entfernungen durch den Gebrauch der für diesen Zweck unvergleichlichen Heliotrope vielleicht gänzlich vermieden.

Der wahrscheinliche Fehler eines jeden im Mittel aus 5 Sätzen bestimmten Winkels ergibt sich nun folgendermaßen. Dürfte man annehmen, daß das Mittel aus 5 Sätzen den Winkel gänzlich frei von allen Theilungsfehlern, sowohl zufälligen als einem Gesetze folgenden, gäbe: so wäre derselbe $0'',60 : \sqrt{5} = 0'',27$, als bloß vom Sehen und Ablesen herrührend. Wären aber die Theilungsfehler gar keinem Gesetze unterworfen, sondern bloß zufällig, und fände also keine nothwendige Compensation derselben statt, so würde derselbe Fehler $1'',03 : \sqrt{5} = 0'',46$ seyn. Der erste Werth ist auf jeden Fall zu klein, der letzte aber ist gewiss zu groß, der richtige wird zwischen beiden liegen, also sich vom Mittel $0'',37$ nicht weit entfernen.

Ich glaube durch das Vorstehende unumstößlich dargethan zu haben, daß das *Reichenbachsche* Universalinstrument als nicht unmittelbar wiederholender Horizontalwinkelmesser alles leistet, was von einem transportablen

Instrumente auch die kühnste Erwartung hoffen kann. Mit Freuden benutze ich diese Gelegenheit, dem großen Künstler meine aufrichtige Bewunderung dessen, was er auch in diesem kleineren Instrumente geleistet hat, an den Tag zu legen. — Gewiß ist aber, daß, wenn das Instrument aufhört die Winkel auf gewöhnliche Weise durch Repetition zu geben, dann die Hemmung an der Peripherie und die daraus entstehende Biegung der Speichen, eine Unvollkommenheit desselben ist, welcher aber leicht abgeholfen werden kann. Es ist nur nöthig, die Bewegung des Limbuskreises von seiner Peripherie an die Büchse des Centrums zu verlegen. Die hiezu erforderlichen Veränderungen für das hiesige Instrument habe ich in der Werkstatt unsers Universitätsmechanikus ausführen lassen, mit dem Erfolge, daß nicht nur der Zweck derselben völlig erreicht wurde, sondern auch das schöne Aeusere des Instruments nicht beeinträchtigt wurde. Der Dreifuß hat oben eine starke runde Platte von Glockenmetall, $4\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser und $10\frac{1}{2}$ Linien Dicke. Um diese setzte ich eine Scheibe von demselben Metall, deren Oberfläche mit der der Platte in einer Ebene lag, und an deren Seitenflächen, auf die sie genau aufpafste, mit 6 stählernen Schrauben befestigt ist. Der Durchmesser der Scheibe ist 9 Zoll, ihre Dicke $2\frac{1}{2}$ Linien. An der untern Fläche derselben befindet sich ein eingedrehter Falz nahe an der Peripherie, dem, der an der Peripherie des Limbuskreises ist, ähnlich. Durch einen starken messingnen Ring, der von unten an die Büchse des Limbuskreises geschoben wurde, wurde die Büchse des unteren Fernrohrs, die erstere umschließt, getragen. An diesen Ring setzte ich nun einen Doppelarm von Glockenmetall, der concentrisch mit dem Ringe ausgedreht ist, und sich auf entgegengesetzten Seiten vom Centro etwas weiter als die Peripherie der Scheibe entfernt. An jedes der beiden Enden dieses Arms kann beliebig die Mikrometerschraube angebracht werden, deren Kopf auf der Klemme liegt, welche auf die Peripherie der Scheibe pafst, und längs dem Falz sich sehr gleichförmig verschieben läßt. Hiedurch kann nun der eingetheilte Kreis gegen die Scheibe d. h. gegen den Dreifuß selbst gehemmt werden. Jetzt bewegt sich der Vernierkreis mit dem obern Fernrohr frei im Limbuskreise, ganz wie bey den Meridiankreisen, nur daß da der Vernierkreis ruht.

Wenn nun das obere Fernrohr auf die verschiedenen Punkte des Horizontes nacheinander gerichtet wird, und mittelst seiner Mikrometerschraube, die sich unten ebenfalls gegen den Dreifuß stützt, genau eingestellt ist, so bleibt der Limbuskreis nebst dem unteren Fernrohr entweder unverrückt, oder die kleine durch die Reaction der Bewegung auf den Dreifuß hervorgebrachte Verstellung ist leicht durch die an der Scheibe und dem Arm befindliche Mikrometerbewegung weggebracht. Die Operationen hier sind also denen am Meridiankreis für die Bestimmung des Declinationsunterschiedes der Gestirne völlig gleich. Was dort die Libelle am feststehenden Vernierkreise, ist hier das untere Fernrohr am ruhenden Limbuskreise, mit dem einzigen Unterschiede, daß dort die Verstellung des Vernierkreises an der Theilung auf der Libelle abgelesen wird, hier aber die Verstellung des Limbuskreises jedesmal berichtet werden muß. Daß aber des untern Fernrohrs Lage gegen den eingetheilten Kreis verändert werden kann, während am Meridiankreis die Libelle unveränderlich ist, gewährt für den kleineren Kreis, dessen Theilungsfehler nicht leicht auf eine solche Art, wie *Bessel* anzuwenden gelehrt, geprüft werden können, den wesentlichen Vortheil, daß man jeden Winkel an allen Stellen des Gradbogen messen kann.

So wie ich schon dadurch, daß ich die gewöhnliche Wiederholungsmethode aufgab, auch bey der bisherigen Hemmung sehr viel an Zeit gewann, indem ich auf mehreren Stationen die Winkelmessung an 2 Abenden vollenden konnte: so ist es gewiß, daß durch die neue Hemmung die Arbeit der Winkelmessung noch um ein bedeutendes gefördert werden wird. Das Einstellen von verschiedenen Seiten zur Elimination der Biegung fällt weg; auch ist es nicht mehr nöthig, das untere Fernrohr jedesmal, wenn das obere nach einem andern Objecte gerichtet worden, mit dem Kreise nach der Marke zurückzuführen. Es bleibt jetzt während eines Satzes stehen, und erst wenn ein neuer Satz beginnt, wird seine Klemme gelöst und verstellt. —

Mit der Zeit hoffe ich eine ähnliche Würdigung dieses herrlichen Instruments als Verticalwinkelmesser geben zu können.

Struve.