XIII.

Zusätze zu den in diesen Annalen B. 56 S. 198 enthaltenen Bemerkungen über die Vierecke,
vom Prof. M. LÜDICKE, in Meissen.

Um meine Versuche mit den Vierecken, in Ansehung ihrer Benutzung zur Theorie der Parallel-Linien, zu beendigen und zu zeigen, daß meine Hoffnung nicht ungegründet war, wird folgender Auszug aus meinem Versuch, einer neuen Theorie derselben *), hier hinreichend seyn.

Erklärungen.

1. Die *Entfernung*, der *Abstand* zweier Punkte, ist eine gerade Linie, deren Gränzen diese Punkte sind.
2. Der Abstand des Punktes *b* Fig. 3 Taf. III von der Linie *ef*, wird mittelst der senkrechten Linie ausgedrückt, wo $t = u$ war.
3. Wenn daher dieselbe Linie *ba* auf einer zweiten Linie *cd* senkrecht steht, oder $v = w$ ist; so heißt wohl mit Recht *ba* der gemeinschaftliche Abstand der Linien *cd* und *ef* in den Punkten *b, a*, welche ich *Gegenpunkte* nenne.
4. *Gleichlaufend, parallei*, sind nun bei mir zwei gerade Linien, welche in allen Gegenpunkten gleiche gemeinschaftliche Abstände haben, so weit man auch die Linien verlängert.

*) Meissen bei Gödtsche 1819. Zugleich bitte ich die Zusätze und Verbesserungen für diesen Versuch zu beachten, welche ich im Steindrucke habe nachfolgen lassen. L. [„Diese letzte Verbesserung, sagt Hr. Prof. Lüdicke in dem den Aufsatz begleitenden Brief, macht gewiß mit dem übrigen eine Theorie der Parallel-Linien, welche rein geometrisch ist, und welche man, wie Hr. Schulrath Hofmann mir erinnerungsweise anmerkt, seit 2000 Jahren vergebens gesucht hat. Ich wünschte daher sehr, auch in Ihren schätzbaren Annalen meine Versuche hierüber zu beendigen und zugleich zu zeigen, daß meine Hoffnung nicht ganz ungegründet gewesen ist. — “ G.]

Aufgaben.

1. Zwei gerade Linien zu ziehen, welche den Abstand ab , Fig. 4, gemeinschaftlich haben. — Man verlängere ba nach g , mache $ag=ab$, $ge=be$, $ac=be$ und $bc=ae$. Weil $acg=ae b$, so ist $m=n=R$, und weil $acb=ae b$ ist, so hat man $p=m=R$. Es ist also ab der Abstand des Punktes b von ef , und zugleich der Abstand des Punktes a von cd .

2. Es sey eg Fig. 5 der gemeinschaftliche Abstand der Linien bc und ad , $ae=de$ die gegebene halbe Länge des Vierecks; man soll ein Viereck zeichnen, dessen Winkel einander gleich sind. — Man halbire eg in f , ziehe ac und db durch f , und ziehe endlich ab und cd . Weil $ae=ed$ und $x=w$ ist; so hat man $ae f=de f$, also $af=df$ und $m=u$. Weil $gf=ef$ und nebst den Vertikalwinkeln $y=w$ ist, so hat man $bgf=de f$, also $bf=df$, $q=u$ und $bg=de$; auch eben so $cf=af$, $r=m$ und $cg=ae$: dafs also überhaupt $af=bf=cf=df$, $ab=cd$, $m=q=r=u$ und $n=p=s=t$, folglich $m+n=p+q=r+s=t+u$ ist.

Zusatz 1. Weil hier $bg=gc=ae=ed$ wird; so darf man nur von den beiden Linien, welche einen gemeinschaftlichen Abstand haben, auf beiden Seiten der Gegenpunkte gleiche Theile abschneiden und die Seiten-Linien ziehen.

Zusatz 2. Weil in allen Vierecken dieser Art, oder wie hier in Fig. 6, $af=bf=df$ und bd eine gerade Linie ist; dafs also $m=u$ und $n=p$, folglich $m+n=p+u$ seyn mufs, so kann $\angle a$ weder gröfser noch kleiner werden. Würde a um einen sehr kleinen Winkel x gröfser oder kleiner; so wäre $n+x > p$ oder $n-x < p$. In beiden Fällen wäre $\angle a$ nicht der Winkel eines gleichwinkligen Vierecks.

Lehrsätze.

1. Gleichwinklige Vierecke, für denselben gemeinschaftlichen Abstand, haben gleich grofse Seiten-Linien. — Es sey ef Fig. 7 der gemeinschaftliche Abstand der Linien bc und ad . Man mache $ge=ek=hf=fi$, $ac=ed=bf=fc$ und ziehe ab , gh , ik und cd , so sind, vermöge der beiden obigen Zusätze, $abcd$ und $ghik$ gleichwinklig, also $m=n=u=t$ u. s. w. Zieheth man nun bk

und hd ; so hat man $abk = hcd$, also $bk = hd$. Man hat daher $bk = hd$, $ak = gd$ und $m = u$, daher $abk = gh$, folglich $ab = gh$.

2. *Gleichwinklige Vierecke sind Rechtecke.* — Man hatte $ab = gh$ und weil $bf - hf = ae - ge$, also $bh = ag$ wird, so ist $abgh$ gleichartig, daher $v = n$. Da man nun $u + v = 2R = m + v = m + n = 2m$, also $m = R = n = v = u$ u. s. w. hat; so sind diese Vierecke Rechtecke.

Hiermit glaube ich alle Sätze rein geometrisch bewiesen zu haben, welche bei Dreiecken die Winkel und bei Parallel-Linien die gemeinschaftlichen Abstände betreffen.

Verbefferungen zum Februar.

Barometer: den 16. um 12 Uhr, statt 38,64 lies 38,26.

— 27. — 6 — — 37,16 — 37,61.

Thermometer: den 15. um 2 Uhr, statt 10,15 lies 10,13.