1831.	M. Berl. Zeit	Beobachtete		Beobachtungs- ort.	Rechnung — Beobachtung.	
		AR.	Decl.		Δ AR.	Δ Decl.
März 3	8 ^h 28' 53,7	164 38' 40,0	+ 15 45' 13,4	Padua	— 41,1	+ 29,0
	8 58 19,3	164 36 46,0	15 46 34,2	Padua	— 61,5	— 22,0 c)
	9 16 18,9	164 34 45,0	15 45 34,2	Padua	— 23,8	+ 49,3
4	8 46 55,0	162 50 51,0	16 0 57,0	Padua	— 14,5	— 27,4
	9 5 56,0	162 49 51,0	16 0 43,0	Padua	— 35,4	— 2,8
8	11 40 34,2	156 28 53,7	16 41 48,3	Hamburg	+ 13,5	+ 744

c) In der hier angegebenen Declination ist wahrscheinlich irgend ein Fehler. S. Astr. Nachr. Nr. 208.

Nach Ausschluss von 7 Beobachtungen, bey denen eine Differenz stattfindet, gröfser als 1', findet sich der mittlere Fehler aller übrigen
= 21''73.

J. Ph. Wolfers.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Capitains und Ritters *Seidelin* an den Herausgeber.

Kopenhagen 1831. Nov. 12.

— **Meine Reise** *) gab nicht die Ausbeute für Geographie die ich erwartete. Man glaubte meine Gegenwart auf der Station eine Zeitlang nothwendig, und bei den Reisen nach Südamerika und nach den andern westindischen Inseln war die Zeit mir so knapp zugemessen, dafs ich nur die mir zugetheilten Dienstgeschäfte ausführen konnte. Im Junius fand ich indessen Gelegenheit eine Reise nach Trinidad zu machen, und den Zeit-Unterschied zwischen dem Chor

der Englischen Kirche auf dieser Insel, (welches der Beobachtungsplatz der Herren *Salma* und *Foster* war) und dem Observatorium des Herrn *Lang* auf St. Croix zu erhalten. Zwei Chronometer das eine von *Kessels*, das andere von *Pennington* gaben diesen Zeitunterschied = 12' 40'',8, den ich nach dem guten Gange der Uhren, und der Menge der correspondirenden Höhen auf denen die Zeitbestimmung beruht, auf 1 höchstens 2 Zeitesunden sicher halte. Nimmt man nun *Langs* Observatorium (siehe Astr. Nachr. Nr. 200) zu — 4^h 28' 4''5 an, so wird Port Spain — 4^h 15' 23''7, und von Greenwich — 4^h 6' 2''1.

J. Seidelin.

*) Herr Capitain *Seidelin* hatte die Dänische jährlich nach Westindien gesandte Kriegsbrigg im Jahre 1830 und 31 commandirt.

Ueber die von *Pontécoulant* in seiner *Théorie analytique du système du monde* vergetragenen Methode Cometenbahnen zu berechnen, im Vergleich mit der *Olberrsschen* Methode,

von Herrn Professor *Hansen*.

Im zweiten Theile des in der Ueberschrift genannten Werkes hat *Pontécoulant* unter andern die Aufgabe: aus drei Beobachtungen die parabolische Bahn eines Cometen zu finden, gelöst. Da in der Astronomie diese Aufgabe von großer Wichtigkeit ist, und häufig Anwendung gestattet, und da wir bereits eine Methode besitzen, welche durch eine kurze und bequeme Rechnung, ein der Wahrheit sehr nahe kommendes Resultat giebt, die *Olberrssche*, so wird jede neue oder neu empfohlene Auflösung dieser Aufgabe gewifs die Aufmerksamkeit der Astronomen in hohem Grade erregen. Neu ist die von *Pontécoulant* vorgetragene Methode nicht, sie ist die *Legendre'sche* Methode, welche dieser hochberühmte Mathematiker in seinem Werke. *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des*

Comètes, zur öffentlichen Kunde gebracht hat. Auch die Ableitung ist, was das Wesentliche derselben anbelangt, mit dieser identisch; beide Verfasser drücken mittelst der bekannten *Lagrange'schen* Reihen die Coordinaten des ersten und dritten Ortes, durch die Zwischenzeiten, und durch die Coordinaten des zweiten Ortes und deren ersten Differentialquotienten aus. Sie gelangen dadurch, und durch die Gleichung für die Bewegung in der Parabel, zu den Gleichungen, aus welchen theils durch Elimination der unbekannten Grössen, und theils Wegwerfung gewisser Glieder die Auflösung hervorgeht. Obgleich nun diese Art die Aufgabe zu behandeln sehr sinnreich genannt zu werden verdient, und ihrem Erfinder viele Ehre macht, so läfst sich doch wohl nicht läugnen, dafs man wegen der vielen unendlichen Rei-

hen nur mühsam zur Einsicht dessen gelangen kann, was in der Auflösung vernachlässigt ist. Dennoch ist diese Einsicht unerlässlich, weil darauf die Kritik der Methode gegründet werden muss. Auch scheint in der That, dass durch das Zusammengesetzte der Ableitung *Pontécoulant* in den Irrthum verfallen ist, die Methode für genauer zu halten wie sie wirklich ist. Aus folgender Stelle nemlich p. 39 „nous remarquerons d'abord que le produit V, V', V'' étant du troisième ordre par rapport aux intervalles θ et θ' , si l'on veut avoir seulement dans les valeurs de x, y , etc., les termes du premier et du second ordre par rapport au temps, il suffira de conserver dans le développement des equations précédentes les termes du cinquième ordre inclusivement, qui, par la division, s'abaisseront au second, et qu'on pourra négliger tous les autres“ geht nicht undeutlich hervor dass *Pontécoulant* der Meinung ist, in der Methode wären die Glieder der zweiten Ordnung in Beziehung auf die Zwischenzeiten, selbst wenn diese ungleich sind, beibehalten, und also der Fehler von der dritten Ordnung, während in der That, wie ich weiter unten zeigen werde, in diesem Falle Größen der ersten Ordnung vernachlässigt sind, und also der Fehler von der ersten Ordnung ist.

In dem astronomischen Jahrbuche für 1833 hat *Encke* in einer vortrefflichen Abhandlung diese Methode schon einer Prüfung unterworfen, und es könnte demnach überflüssig seyn den Gegenstand wieder aufzunehmen, da aber schwierige und zusammengesetzte Sachen an Deutlichkeit gewinnen, wenn man sie unter verschiedenen Gesichtspunkten auffasst, so habe ich geglaubt, mit diesem Aufsatze einen nicht unwillkommenen Beitrag zur Beurtheilung der in Rede stehenden Methode zu geben. *Encke* geht von dem richtigen Gesichtspunkte aus dass man, um zu erforschen wie viel in der Auflösung aufgenommen ist, in den ursprünglichen Gleichungen gleich von Anfang an nur so viele Glieder einführen darf, als unumgänglich nothwendig, aber auch allein erforderlich sind, um die Formeln des Verfassers zu erhalten. Es fand sich dass man in den heliocentrischen Coordinaten des Cometen nur die Glieder erster Ordnung aufnehmen durfte, während man indess in den Coordinaten der Erde die Glieder zweiter und einige der dritten Ordnung beibehalten konnte. (S. Astr. Jahrb. f. 1833. pag. 309.) Da aber demnach Glieder der zweiten Ordnung vernachlässigt sind, so kann der Fehler der dadurch zu berechnenden Elemente unmöglich von einer höheren als der zweiten Ordnung seyn, ja man hat unter diesen Umständen noch dazu Ursache zu vermuthen dass er gar von einer niedrigeren Ordnung als der zweiten sey. Ich habe dagegen gesucht die grössten der vernachlässigten Glieder selbst in der möglichst einfachen Form zu erhalten,

und bestrebe mich daher eine Ableitung zu finden die, so viel dies gelingen wollte, von Combinationen unendlicher Reihen frei sei; ich erreichte dies dadurch dass ich die geocentrischen Coordinaten in Reihen auflöste. Das Resultat dieser ist, in Uebereinstimmung mit *Encke*, dass der Fehler nie von einer höheren Ordnung als die zweite ist, und dass er wie man schon im Voraus vermuthen durfte, von der ersten Ordnung ist, wenn die Zwischenzeiten ungleich sind.

1.

Ich werde mich in der folgenden Darstellung, so viel es thunlich ist der von *Pontécoulant* angewandten Bezeichnungen bedienen, und nenne daher

die geocentrischen Längen des Cometen . . .	a, a', a''
die geocentrischen Breiten	b, b', b''
die geocentrischen rechth. Coordinaten . . .	ξ, ξ', ξ''
— — — — —	η, η', η''
— — — — —	ζ, ζ', ζ''
den Radius Vector des zweiten Cometenorts .	r, r', r''
die heliocentrischen Coordinaten des zweiten Ortes	
des Cometen	x', y', z'
die der Erde	X', Y'
die curtirten Entfernungen des Cometen von der	
Erde	ρ, ρ', ρ''
die heliocentrischen Längen der Erde . . .	A, A', A''
die Radien	R, R', R''
die Beobachtungszeiten	$\theta, \theta', \theta''$

Ich setze ferner $K(\theta' - \theta) = \tau''$, $K(\theta'' - \theta) = \tau$, $K(\theta'' - \theta') = \tau'$, wo K die bekannte *Gauß'sche* Constante bedeutet.

2.

Nun giebt die Bewegung nach den *Keplerschen* Gesetzen in der Parabel am zweiten Cometenorte

$$\frac{2}{r} = \left(\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt}\right)^2 \dots (1)$$

wo, so wie in den weiter unten vorkommenden Differentialquotienten t im Allgemeinen die Zeit bedeutet. Wir haben ferner

$$\begin{aligned} x' &= X' + \xi' \\ y' &= Y' + \eta' \\ z' &= \zeta' \end{aligned}$$

und hieraus durch die Differentiation

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= \frac{dX'}{dt} + \frac{d\xi'}{dt} \\ \frac{dy'}{dt} &= \frac{dY'}{dt} + \frac{d\eta'}{dt} \\ \frac{dz'}{dt} &= \frac{d\zeta'}{dt} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

Wenn die rechte Seite der Gleichungen (2) völlig bekannt wäre, so könnte man sie unmittelbar in die Gleichung (1) substituiren, und die Aufgabe wäre gelöst. Da nun aber die Differentialquotienten von ξ' , η' und ζ' bis jetzt noch unbekannte Größen sind, so reducirt sich die Aufgabe darauf diese, wenigstens soweit es die Umstände zulassen durch bekannte Größen auszudrücken.

3.

Das Taylorsche Theorem giebt wenn wir es auf die drei geocentrischen Cometenörter anwenden, für ξ , ξ' und ξ''

$$\begin{aligned}\xi &= \xi' - \tau'' \frac{d\xi'}{dt} + \frac{1}{2} \tau''^2 \frac{d^2\xi'}{dt^2} - \frac{1}{6} \tau''^3 \frac{d^3\xi'}{dt^3} + \frac{1}{24} \tau''^4 \frac{d^4\xi'}{dt^4} - \dots \\ \xi'' &= \xi' + \tau \frac{d\xi'}{dt} + \frac{1}{2} \tau^2 \frac{d^2\xi'}{dt^2} + \frac{1}{6} \tau^3 \frac{d^3\xi'}{dt^3} + \frac{1}{24} \tau^4 \frac{d^4\xi'}{dt^4} + \dots\end{aligned}$$

und ähnliche Gleichungen für die übrigen sechs Coordinaten. Eliminiren wir nun aus den beiden vorstehenden Gleichungen $\frac{d^2\xi'}{dt^2}$ so ergibt sich eine Gleichung woraus hervorgeht:

$$\begin{aligned}\frac{d\xi'}{dt} &= \frac{(\xi'' - \xi') \tau''^2 + (\xi' - \xi) \tau^2}{\tau \tau' \tau''} - \frac{\tau \tau''}{6} \frac{d^3\xi'}{dt^3} \\ &\quad + \frac{\tau \tau''}{24} (\tau'' - \tau) \frac{d^4\xi'}{dt^4} + \dots\end{aligned}$$

und ähnliche Gleichungen werden wir für $\frac{d\eta'}{dt}$ und $\frac{d\zeta'}{dt}$ erhalten. Setzen wir also

$$(3) \dots \begin{cases} \frac{d\xi'}{dt} = \frac{(\xi'' - \xi') \tau''^2 + (\xi' - \xi) \tau^2}{\tau \tau' \tau''} \\ \frac{d\eta'}{dt} = \frac{(\eta'' - \eta') \tau''^2 + (\eta' - \eta) \tau^2}{\tau \tau' \tau''} \\ \frac{d\zeta'}{dt} = \frac{(\zeta'' - \zeta') \tau''^2 + (\zeta' - \zeta) \tau^2}{\tau \tau' \tau''} \end{cases}$$

so haben wir einen Fehler der zweiten Ordnung begangen, und es wird daraus nach der Substitution in (2) und in (1), wenn wir uns keine weiteren Vernachlässigungen erlauben müssen, in r' und daher auch in den Elementen des Cometen ebenfalls ein Fehler zweiter Ordnung erwachsen.

4.

Die geocentrischen Coordinaten des Cometen für den ersten Ort haben folgenden Ausdruck

$$\begin{aligned}\xi &= \rho \cos \alpha \\ \eta &= \rho \sin \alpha \\ \zeta &= \rho \tan b\end{aligned}$$

und eben so die des zweiten und dritten Ortes. Substituiren wir diese Werthe in (3) so erhalten wir, wenn wir

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\xi'}{dt} &= F \rho' \\ \frac{d\eta'}{dt} &= G \rho' \\ \frac{d\zeta'}{dt} &= H \rho' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

machen,

$$\begin{aligned} F &= \frac{\left(\frac{\rho''}{\rho'} \cos a'' - \cos a' \right) \tau''^2 + \left(\cos a' - \frac{\rho}{\rho'} \cos a \right) \tau^2}{\tau \tau' \tau''} \\ G &= \frac{\left(\frac{\rho''}{\rho'} \sin a'' - \sin a' \right) \tau''^2 + \left(\sin a' - \frac{\rho}{\rho'} \sin a \right) \tau^2}{\tau \tau' \tau''} \\ H &= \frac{\left(\frac{\rho''}{\rho'} \tan b'' - \tan b' \right) \tau''^2 + \left(\tan b' - \frac{\rho}{\rho'} \tan b \right) \tau^2}{\tau \tau' \tau''} \end{aligned} \dots (5)$$

Um aus diesen die noch unbekannten Verhältnisse $\frac{\rho''}{\rho'}$ und $\frac{\rho}{\rho'}$ fortzuschaffen, muß die Bedingung einer durch den Mittelpunkt der Sonne gehenden Ebene der Cometenbahn dienen.

5.

Nennen wir die Dreiecksflächen in der Cometenbahn, zwischen dem ersten und zweiten Radius Vector .. n'' , zwischen dem zweiten und dritten ... n und zwischen dem ersten und dritten ... n' , so giebt bekanntlich die Bedingung der durch den Mittelpunkt der Sonne gehenden Ebene, folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} n x - n' x' + n'' x'' &= 0 \\ n y - n' y' + n'' y'' &= 0 \\ n z - n' z' + n'' z'' &= 0 \end{aligned}$$

und es ist nicht nothwendig daß wir in diesen Gleichungen für die Achsen der x und der y dieselben annehmen, die wir bisher gebraucht haben. Wir können sie ganz willkürlich lassen, und ich will daher annehmen daß

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos(\alpha - \alpha) + R \cos(\mathcal{A} - \alpha) \\ y &= \rho \sin(\alpha - \alpha) + R \sin(\mathcal{A} - \alpha) \\ z &= \rho \tan b \\ x' &= \rho' \cos(\alpha' - \alpha) + R' \cos(\mathcal{A}' - \alpha) \\ y' &= \rho' \sin(\alpha' - \alpha) + R' \sin(\mathcal{A}' - \alpha) \\ z' &= \rho' \tan b' \\ x'' &= \rho'' \cos(\alpha'' - \alpha) + R'' \cos(\mathcal{A}'' - \alpha) \\ y'' &= \rho'' \sin(\alpha'' - \alpha) + R'' \sin(\mathcal{A}'' - \alpha) \\ z'' &= \rho'' \tan b'' \end{aligned}$$

wo α ein willkürlicher Winkel ist. Wir könnten selbst mit Beibehaltung der übrigen Werthe, in x , x' und x'' einen andern willkürlichen Winkel β statt α einführen, aber da wir diese Coordinaten nicht brauchen werden, so unterlasse

ich es. Setzen wir nun die obigen Werthe in die zweite und dritte der Bedingungsgleichungen für die Ebene, so bekommen wir

$$\begin{aligned} n(\rho \sin(\alpha - \alpha) + R \sin(A - \alpha)) - n'(\rho' \sin(\alpha' - \alpha) + R' \sin(A' - \alpha)) \\ + n''(\rho'' \sin(\alpha'' - \alpha) + R'' \sin(A'' - \alpha)) = 0 \\ n \rho \tan b - n' \rho' \tan b' + n'' \rho'' \tan b'' = 0 \end{aligned}$$

$$(6) \dots \dots \dots \left\{ \begin{aligned} \rho &= \frac{n' C}{n C'} \rho' + \frac{\tan b''}{C'} (R \sin(A - \alpha) - \frac{n'}{n} R' \sin(A' - \alpha) + \frac{n''}{n} R'' \sin(A'' - \alpha)) \\ \rho'' &= \frac{n' C'}{n'' C} \rho - \frac{\tan b}{C} (\frac{n}{n''} R \sin(A - \alpha) - \frac{n'}{n''} R' \sin(A' - \alpha) + R'' \sin(A'' - \alpha)) \end{aligned} \right.$$

wo zur Abkürzung

$$(7) \dots \left\{ \begin{aligned} C &= \tan b' \sin(\alpha'' - \alpha) - \tan b'' \sin(\alpha' - \alpha) \\ C' &= \tan b \sin(\alpha'' - \alpha) - \tan b'' \sin(\alpha - \alpha) \\ C'' &= \tan b \sin(\alpha' - \alpha) - \tan b' \sin(\alpha - \alpha) \end{aligned} \right.$$

gesetzt ist. Es läßt sich zeigen daß die Gleichungen (6) die allgemeinste Form haben die man der Gleichung zwischen zwei Entfernungen von der Erde geben kann, oder mit andern Worten daß in ihnen alle möglichen Formen, die diese Gleichung annehmen kann, enthalten ist. Den Beweis dieses Satzes, da er uns hier von keinem Nutzen seyn würde, übergehe ich Kürze halber. Es ist bekannt daß die Größen C , C' und C'' von der ersten Ordnung der Zwischenzeiten sind, daß sie unter Umständen so klein werden können daß man sie zur zweiten oder einer noch höheren Ordnung rechnen muß und, daß sie selbst strenge Null werden können. Letztes trifft ein, wenn die beiden in jedem derselben vorkommenden Cometenörter und der Punkt der Ecliptik dessen Länge $= \alpha$ ist, in einem größten Kreise liegen.

6.

Setzen wir nun, um die Verhältnisse $\frac{\rho}{\rho'}$ und $\frac{\rho''}{\rho'}$ in bekannten Größen ausgedrückt zu erhalten, statt der Gleichungen (6)

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{\tau' C}{\tau C'}, \quad \frac{\rho''}{\rho'} = \frac{\tau' C''}{\tau'' C'}$$

und substituiren wir diese Werthe in (5) so ergibt sich nach einer leichten Reduction

$$(8) \dots \left\{ \begin{aligned} F &= \frac{\tau'' C'' \cos \alpha'' - \tau C \cos \alpha + (\tau - \tau'') C' \cos \alpha'}{C' \tau \tau''} \\ G &= \frac{\tau'' C'' \sin \alpha'' - \tau C \sin \alpha + (\tau - \tau'') C' \sin \alpha'}{C' \tau \tau''} \\ H &= \frac{\tau'' C'' \tan b'' - \tau C \tan b + (\tau - \tau'') C' \tan b'}{C' \tau \tau''} \end{aligned} \right.$$

Es ist klar daß wir das Resultat der ersten Bedingungsgleichung aus der ersten der vorstehenden Gleichungen bekommen, wenn wir darin $\alpha + 90^\circ$ oder $\beta + 90^\circ$ statt α substituiren. Schafft man nun aus den vorstehenden Gleichungen nach einander ρ'' und ρ fort, so erhält man

und F , G und H sind durch bekannte Größen ausgedrückt. Substituiren wir nun die Gleichungen (4) des Art. 4 in die Gleichungen (2) so ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= \frac{dX'}{dt} + F \rho' \\ \frac{dy'}{dt} &= \frac{dY'}{dt} + G \rho' \\ \frac{dz'}{dt} &= H \rho' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

und wenn wir diese Werthe in die Gleichung (1) setzen

$$\frac{2}{r'} = \left(\frac{dX'}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dY'}{dt} \right)^2 + 2 \rho' \left(F \frac{dX'}{dt} + G \frac{dY'}{dt} \right) + \rho'^2 (F^2 + G^2 + H^2) \dots (10)$$

Wenn wir diese Gleichung mit der folgenden genugsam bekannten verbinden

$$r'^2 = R^2 + 2 \rho' R' \cos(\alpha' - A') + \sec^2 b' \rho'^2 \dots (11)$$

so ist die Aufgabe gelöst. Die Gleichungen (7) geben nemlich C , C' und C'' , und sodann die Gleichungen (8) F , G und H . Hiemit kann man die Gleichung (10) berechnen, und daraus in Verbindung mit der folgenden r' und ρ' finden. Letztere giebt durch Hülfe der Gleichungen (9) die Differentialquotienten der heliocentrischen Coordinaten des zweiten Ortes, und durch die Gleichungen der Art. 2 und 4 diese Coordinaten selbst. Aus x' , y' , z' , $\frac{dx'}{dt}$, $\frac{dy'}{dt}$ und $\frac{dz'}{dt}$, oder auch durch mancherlei andere Größen kann man die Elemente berechnen.

(Die Fortsetzung folgt.)