Ueber die Aufgabe, alle Elemente einer q -gliedrigen Gruppe
binärer Formen zu construiren, wenn q dieser Formen
gegeben sind.

Von

H. THIEME in Posen.

Die Herren Lindemann*), Schlesinger**) und Meyer***) haben auf Grund algebraischer Untersuchungen Lösungen der Aufgabe gegeben, aus q binären Formen n . O. alle Elemente der durch diese q Formen bestimmten linearen Gruppe geometrisch zu construiren. Diesen Arbeiten gegenüber ist es für die Leser dieser Zeitschrift vielleicht von Interesse, wenn ich auf eine wohl wenig bekannt gewordene von mir 1879 veröffentlichte Lösung derselben Aufgabe verweise, die nebenbei den Vorzug hat, von jeder algebraischen Grundlage frei zu sein.

Vom algebraischen Standpunkte aus ist das Problem, aus q binären Formen die Elemente der durch sie bestimmten linearen Mannigfaltigkeit zu finden, als gelöst zu betrachten, da dasselbe auf die Lösung einer Reihe von linearen Gleichungen zurückgeführt ist. Indessen dürfte eine directe Verwerthung derselben zur constructiven Lösung des Problems wohl sehr unübersichtliche Resultate liefern. Die Herren Lindemann, Schlesinger und Meyer suchen deshalb eine anschaulichere Lösung zu erhalten, indem sie die betreffenden Constructionen für die Punkte rationaler Curven im ternären, quaternären Gebiete oder in höheren linearen Mannigfaltigkeiten ausführen; dabei erfährt die Geometrie dieser Gebiete selbst neue und interessante Bereicherungen.

Meine Lösung der Aufgabe geht von wesentlich anderen Gesichtspunkten aus und benutzt durchaus andere Methoden. In der Abhandlung „die Definition der geometrischen Gebilde durch Construction ihrer Polarsysteme“ (†) habe ich mit Benutzung des Schlusses von n

*) Math. Ann. Bd. XXIII, p. 111 ff.

**) Math. Ann. XXII, p. 520 ff.

***) Apolarität und rationale Curven. (Tübingen, Fuchs, 1883).

†) Schlämilch, Ztschft. f. Math. u. Phys. XXIV, p. 221 u. 276.

auf $(n + 1)$ in der Construction der Systeme erster Polaren eine Grundlage für die Behandlung der Flächen $(n + 1)$. O. gegeben unter der alleinigen Voraussetzung, dass die entsprechenden Fragen für Flächen n . O. schon gelöst sind, wie dies ja auch für $n = 2$ der Fall ist. Unter dieser Voraussetzung habe ich dort der Reihe nach construirt eine einzelne Fläche $(n + 1)$. O. (§ 1), dann aus 2 Flächen $(n + 1)$. O. das durch sie bestimmte Büschel (§ 2), aus 3 Flächen das durch sie bestimmte Bündel (§ 3), aus 4 Flächen das durch sie bestimmte Gebüsch und allgemein aus $(r + 1)$ gegebenen Flächen die durch sie bestimmte lineare r -fache Mannigfaltigkeit von Flächen $(n + 1)$. O. (§ 4).

Die dort durchgeführten Constructionen und Schlüsse gelten, wie ich das in der Einleitung der Arbeit betont und in späteren Theilen der Arbeit benutzt habe, ganz genau in derselben Weise für Flächen, für ebene Curven und für binäre Formen. Für binäre Formen vereinfacht sich die Sache noch, und man braucht nur einen Theil der durchgeführten Betrachtungen und zwar, wie ich für etwaige Leser meiner Arbeit angebe, § 1 bis S. 223 Z. 9, § 2 bis S. 228 Z. 7, § 3 und § 4. Man hat in diesen Abschnitten nur stets statt Fläche binäre Form zu setzen, sonst nichts zu ändern.

Die angegebenen Constructionen bieten die Möglichkeit, binäre Formen beliebigen Grades unabhängig von Algebra und der Geometrie höherer Dimensionen zu definiren und zu behandeln. Die a. a. O. gegebene Definition binärer Formen und beliebiger Mannigfaltigkeiten derselben ist nicht etwa eine blosse Nominaldefinition, sondern, wie wohl schon die kurze Skizze zeigt, eine wirkliche Construction derselben. Sie benutzt nirgends ein algebraisches Princip und baut die Construction der Formen $(n + 1)$. O. auf der der Formen n . O. auf. Da die Construction quadratischer Formen eine gelöste Aufgabe ist, so kann man successive sowohl einzelne Formen als auch beliebige lineare Mannigfaltigkeiten von Formen 3., 4., . . . , n . Grades construiren.

Dies beeinträchtigt natürlich nicht den Werth der auf algebraischer Grundlage ruhenden Lösungen der vorliegenden Aufgabe. Für Formen höheren Grades würde sich meine Lösung bei der wirklichen Ausführung immer noch sehr unübersichtlich gestalten, und es ist deshalb jede neue Behandlung des Problems mit Freude zu begrüßen.

Posen, im Januar 1884.