theoretische Astronomie ganz richtige Dimensionsbestimmung $M = [L^3 T^{-2}]$ in die allgemeine Mechanik einzuführen. Was wäre weiter damit gewonnen, wenn Hr. Bohn — wozu er die principielle Möglichkeit zugesteht — die Dimensionen aller Begriffe z. B. als Potenzen der Zeit darstellen würde?

Königsberg i. Pr., 18. Januar 1884.

XIV. Ueber die Dimension der magnetischen Masse im electrostatischen absoluten Maasssystem; von Paul Volkmann.

Die Bestimmung der Dimension der magnetischen Masse im electrostatischen absoluten Maasssystem hat durch die an Maxwell's¹⁾ Darstellung geknüpfte Controverse zwischen Helmholtz²⁾ und Clausius³⁾ ein erhöhtes Interesse gewonnen. Vielleicht gewährt die in dieser Notiz gewählte Form der Darstellung einen neuen Gesichtspunkt.

Man spricht heute in der Regel nur von zwei absoluten Maasssystemen in der Electricität, dem electrostatischen und electromagnetischen. Man unterschied früher noch zwischen dem electromagnetischen System (im engeren Sinne), anknüpfend an die Wechselwirkung zwischen Magneten und Strömen — herrührend von W. Weber — und dem electrodynamischen, anknüpfend an die Wechselwirkung von Strömen und herrührend von F. E. Neumann. Da indes beide Systeme, das electromagnetische und electrodynamische, zu denselben Dimensionen führen, hat man sie im weiteren Verlaufe der Wissenschaft nicht mehr getrennt.

Für den vorliegenden Zweck erscheint es wesentlich, diese Systeme wieder zu trennen; ich will aber, um die lästigen Unterschiede der beiden Systeme in Zahlenfactoren (Potenzen von $\sqrt{2}$) zu vermeiden, abweichend von dem Ur-

1) Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism 2.

2) v. Helmholtz, Wied. Ann. 17. p. 42. 1882.

3) Clausius, Wied. Ann. 16. p. 529. 1882; 17. p. 713. 1882.

heber die electrodynamische Stromeinheit derart definiren, dass sie mit der electromagnetischen Stromeinheit quantitativ übereinstimmt.

Als den Ausgangspunkt für die Dimensionsbestimmung in den drei Systemen, dem electrostatischen, electromagnetischen und electrodynamischen, können wir die mechanischen Arbeitswerthen $[ML^2T^{-2}]$ äquivalenten Potentiale wählen:

1) Für das electrostatische System das electrostatische Potential:

$$\sum \frac{ee_1}{r} = \left[\frac{e^2}{L} \right] = [ML^2T^{-2}].$$

2) Für das electromagnetische System das electromagnetische Potential:

$$im \int \frac{do \cos(nr)}{r} = [im] = [ML^2T^{-2}].$$

3) Für das electrodynamische System das electrodynamische Potential:

$$-ii_1 \iint \frac{ds ds_1}{r} \cos \varepsilon = [i^2 L] = [ML^2T^{-2}].$$

Für die Definition der zu Grunde gelegten Einheiten in Werthen liefern eine bequemere Ausdrucksweise die (wenn auch bestrittenen so doch) für diesen Fall gleichwerthigen Elementargesetze:

1) Für das electrostatische System das Coulomb'sche Gesetz:

$$\frac{ee_1}{r^2} = \left[\frac{e^2}{L^2} \right] = [MLT^{-2}].$$

2) Für das electromagnetische System das Biot-Savart'sche Gesetz:

$$\frac{im ds \sin(rs)}{r^2} = [im L^{-1}] = [MLT^{-2}].$$

3) Für das electrodynamische System das Gesetz von Ampère:

$$\frac{ii_1 ds ds_1}{r^2} (2 \cos \varepsilon - 3 \cos \vartheta \cos \vartheta_1) = [i^2] = [MLT^{-2}].$$

In dieser Weise ist zunächst die Dimension des für das System bestehenden Grundbegriffes bestimmt; für das electrostatische System die Electricitätsmenge e , für das electro-

dynamische die Stromstärke i . Für das electromagnetische System verhält es sich anders, dieses System basirt auf zwei Grundbegriffen, der Stromstärke i und der Magnetismusmenge m . Es ergibt sich daraus die Nothwendigkeit, für das electromagnetische System noch weiter das magnetische Potential:

$$\sum \frac{m m_1}{r} = \left[\frac{m^2}{L} \right] = [ML^2 T^{-2}],$$

oder das Coulomb'sche Gesetz für magnetische Massen zu Grunde zu legen:

$$\frac{m m_1}{r^2} = \left[\frac{m^2}{L^2} \right] = [ML T^{-2}].$$

Die Dimensionen aller anderen electrischen Begriffe fließen nun in bekannter Weise aus den Definitionen:

Stromstärke i ist die in der Zeit t einen Querschnitt passirende Electricitätsmenge $e[i] = [e/T]$.

Electromotorische Kraft E eines Stromelementes ds ist die für die Enden von ds bestehende Differenz der electrischen Potentialfunction $[Ee] = [ML^2 T^{-2}]$.

Widerstand ist das Verhältniss aus electromotorischer Kraft und Stromstärke $[W] = [E/i]$.

Noch fehlen die Dimensionsbestimmungen der magnetischen Begriffe für das electrostatische und electrodynamische Maasssystem. Ebenso wie nun das electromagnetische Maasssystem auf zwei Naturgesetzen (resp. zwei Potentialen) basirt werden musste, ergibt sich hier die Nothwendigkeit, das electrostatische und electrodynamische Maasssystem in seiner Vollständigkeit (mit Rücksicht auf die magnetischen Begriffe nämlich) auch auf zwei Naturgesetzen (resp. zwei Potentialen) zu basiren.

Während aber im electromagnetischen Maasssystem die Wahl der beiden Naturgesetze gar nicht in Frage steht, können wir im electrostatischen, wie im electrodynamischen Maasssystem der Einführung der magnetischen Begriffe, sowohl das Coulomb'sche Gesetz für magnetische Massen, wie das Biot-Savart'sche zu Grunde legen. Im electrostatischen Maasssystem hat das erstere v. Helmholtz gethan, das zweite führt zu den von Maxwell gegebenen

Dimensionswerthen. Im electrodynamischen Maasssystem führen beide Gesetze zu denselben Dimensionswerthen:

$$[i^2] = \left[i \frac{m}{L} \right] = \left[\frac{m^2}{L^2} \right].$$

Darauf beruht die Gleichheit der Dimensionswerthe im electromagnetischen und electrodynamischen System und demnach die Berechtigung, als nur von einem System überhaupt zu reden.

Der Unterschied der von Maxwell, v. Helmholtz und Clausius vertretenen Standpunkte lässt sich jetzt in folgender Weise formuliren:

1) Maxwell, v. Helmholtz. Zu einer vollständigen Begründung irgend eines electrischen Maasssystemes erscheinen zwei Naturgesetze geboten.

2) Clausius. Zu einer vollständigen Begründung irgend eines electrischen Maasssystemes genügt ein Naturgesetz und die der Ampère'schen Theorie entnommene Relation $[m] = [iL]$, welche zu den drei Definitionen von i, E, W p 520 hinzutreten hätte.

Der erste Standpunkt entspricht wohl am meisten den bisher bei Aufstellung absoluter Systeme leitend gewesenen Gesichtspunkten. Die electrostatischen Dimensionswerthe für magnetische Massen:

$$[m] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}] \text{ nach v. Helmholtz,}$$

$$[m] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}] \text{ nach Maxwell,}$$

sind dann gleichberechtigt. Von diesem Standpunkte aus hätte man zu sagen, dass die von Clausius für das electrostatische Maasssystem herbeigezogene Relation $[m] = [iL]$ einem Maasssystem entnommen ist, in dem noch andere Beziehungen zwischen Stromstärke und Magnetismus obwalten — Beziehungen, die für das electrostatische Maasssystem nicht maassgebend sind.

Der zweite Standpunkt von Clausius führt zu der Dimension der magnetische Masse:

$$[m] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-2}].$$

Die von mir gewählte Form der Darstellung mag weiter zeigen, dass die Dimensionen in den electricischen Maasssystemen wenig mit Vorstellungen über electricische Phänomene zu thun haben. Die Bedeutung der Dimensionen, die eine mehr formelle, als materielle ist, ist wohl überhaupt bisher vielfach überschätzt.

Königsberg i. Pr., 24. Januar 1884.

XV. *Das G. Kirchhoff'sche Princip und
die Theorie der Reflexion und Brechung an der
Grenze circularpolarisirender Medien;
von W. Voigt.*

Hr. G. Kirchhoff hat in einer Arbeit: „Ueber die Reflexion und Brechung des Lichtes an der Grenze krystallinischer Mittel“¹⁾ ein neues Princip in die Optik eingeführt, welches von allgemeinsten Bedeutung zu werden verspricht. Bekanntlich hatte der Lösung desselben Problems, ausser den gewöhnlich in der Elasticität benutzten Grenzgleichungen für die Verschiebungscomponenten, seinerzeit Hr. F. Neumann²⁾ das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft der Aetherschwingungen als ein „nur auf Grund der Erfahrung anzunehmendes“³⁾ zum Grunde gelegt. Dies Princip hat ausser dem hierin liegenden Nachtheil den anderen ebenfalls schon von Hrn. Neumann hervorgehobenen, dass es nicht in allen Fällen zur Lösung des Problemes führt, z. B. bei der totalen Reflexion durch das andere ersetzt werden musste, dass die auf die Grenze wirkende Moleculardruckcomponente, welche senkrecht zur Einfallsebene liegt, auf beiden Seiten der Grenze gleichen Werth hat.⁴⁾ Ueberdies ist es in jedem

1) G. Kirchhoff, Abh. der Berl. Acad. **73**. 1876. speciell p. 75. Gesammelte Abhandl. p. 368.

2) F. Neumann, Abh. der Berl. Acad. **33**. 1836. p. 1.

3) F. Neumann, l. c. p. 11.

4) F. Neumann, Pogg. Ann. **40**. p. 510. 1837, auch Zech, Pogg. Ann. **109**. p. 76. 1860.