Theorie der von mir studirten Erscheinungen einhüllt, und der Wunsch, einiges Licht auf sie zu werfen, mögen meine Dreistigkeit entschuldigen.

VI. *Ueber die Capillarität;*
von Hrn. W. Wertheim.

(*Compt. rend. T. XLIV, p. 1022.*)

Die Theorie der Capillarität beruht auf der Hypothese, daß das Volum der Flüssigkeit, welche sich über das Niveau erhebt, proportional sey dem Umfang des Querschnitts der starren Wand, welche Krümmung auch der Umfang haben möge. Diese von Laplace aufgestellte Hypothese, welche mit der von Young zusammenfällt, dient als Ausgangspunkt für die Entwicklung aller besonderen Fälle und andererseits für die Erhebung zum Studium der Molecularkräfte. Sie kann daher nicht sorgfältig genug geprüft werden; leider hat sich die Integration der fundamentalen Differentialgleichung nur in einigen besonderen Fällen bewerkstelligen lassen können, und die experimentelle Prüfung ist daher zwischen sehr enge Gränzen eingeschlossen.

Um diese Prüfung auf eine allgemeine Weise vorzunehmen, verfuhr ich wie folgt. Ich begann die asymptotische Curve, die Generatrix der Oberfläche des durch eine Ebene gehobenen Meniscus zu beobachten, und, nachdem für sehr nahe an einander liegende Abscissen die entsprechenden Werthe der Ordinaten über dem Niveau gemessen worden, construirte ich diese Curve durch Punkte und bestimmte experimentell den Flächenraum und die Lage des Schwerpunkts der zwischen dieser Curve und den beiden Axen begriffenen Fläche. Dieselben Bestimmungen machte ich bei den Menisken, die durch eine große Anzahl convexer Cylinder von verschiedenem Durchmesser

gehoben worden waren, und berechnete mittelst des Guldin'schen Theorems, die Volume der durch die Umdrehung dieser Flächen um die Axen ihrer Cylinder erzeugten Körper. Auf gleiche Weise verzeichnete ich die kapillare Fläche der Flüssigkeit, welche zwischen zwei ebenen und in verschiedenen Abständen (2α) befindlichen Ebenen begriffen war; seyen h die Höhe des tiefsten Punktes dieser Curve über dem Niveau, b der Flächenraum des Querschnitts des halben Meniskus und l die Breite einer Ebene, so wird $2l(h\alpha + b)$ das gehobene Volum der Flüssigkeit seyn.

Die Quotienten aller für eine selbe Flüssigkeit und bei derselben Temperatur gefundenen Volume, dividirt durch die entsprechenden Umfänge der starren Körper, müssen unter sich gleich seyn, wenn die Hypothese richtig ist, und sie müssen unterschiedslos die Capillarconstante $\frac{a^2}{2} \sin \varphi$ liefern (wo φ das Complement des Winkels bezeichnet, den das letzte Element der Curve mit der Wand bildet).

Dies Verfahren paßt nicht auf concave Cylinderflächen; man kann dabei nur die Erhebung h des tiefsten Punktes der Fläche beobachten. Dies habe ich für eine große Anzahl Röhren von sehr kleinem und sehr großem Durchmesser gethan; in diesen beiden Gränzfällen ergiebt sich die Constante aus dem einzigen Werthe von h mittelst der bekannten Formeln von Poisson.

Um endlich nicht ganz entblößt zu seyn von Daten über Röhren von mittlerer Weite, liefs ich mehrere aus Zink ziehen, und, nachdem sie inwendig mit Wachs überzogen worden, tauchte ich sie mit einem Ende in eine Schale voll geschmolzenen Waxes, welches in einer etwas höheren Temperatur als die der Schmelzung gehalten wurde. Es fand ein Aufsteigen statt und nach dem Erkalten hatte die innere Säule ihre anfängliche Höhe und der Meniskus seine anfängliche Gestalt sehr nahe behalten, so daß, nachdem die Wand in verdünnter Schwefelsäure aufgelöst worden, ein Wachscylinder übrig blieb, der oben durch jenen

Meniskus und unten durch eine Ebene begränzt war, deren Lage gegen das Niveau zuvor bestimmt worden war. Man maafs hierauf h und bestimmte den Werth von b an einem durch die Axe gehenden verticalen Durchschnitt. Die folgende Tafel enthält die Mittelwerthe aller von mir erhaltenen Resultate.

Volume (Cubikmillimeter) getragen von einem Millimeter Umfange bei 10° bis 15° (das Wachs ausgenommen).

	Destillirtes Wasser	Gesätt. Lö- sung von Ei- senchlorür	Olivcnöl	Wachs	Alkohol	Schwe- feläther
Inn. Durch- messer mm	Enge Röhren					
0,15 bis 1,8	7,537	6,182	3,720	3,507	3,072	2,618
	Mittlere Röhren					
2,104				3,362		
5,246				3,146		
5,510				3,158		
6,244				3,221		
	Weite Röhren					
12 bis 30	<5,8, >5,6	<5, >3,7	3,7	3,366	3,1	
	Eine Ebene					
	5,148	3,264	3,457	3,470	3,169	
Abstand	Zwei parallele Ebenen					
9,740	5,187	3,329	3,779		3,254	2,673
7,930	5,196	3,340	3,623		3,277	2,672
5,344	5,179	3,532	3,952		3,178	2,649
3,940	5,272	3,345	3,833		2,979	2,542
2,640	5,142	3,432	3,899		3,088	2,505
1,332	5,088	3,361	3,927		3,133	2,692
0,882	5,133	3,597	3,807		3,185	2,703
0,394	5,197	3,554	3,776		3,170	2,622
0,236	5,192		3,821		3,272	2,732
Aeusserer Durchmess.	Convexe Cylinder					
34,25	5,071	2,915	3,397		3,021	
22,03	4,819	2,778	3,170	2,926	2,976	
14,92	4,727	2,615	2,778		2,764	
10,09	4,500	2,450	2,794	3,477	2,799	2,296
4,86	3,953	2,187	2,753	2,691	2,730	2,371
3,02	3,800	2,353	2,861	2,555	2,281	2,185
1,648	3,057	2,262	2,451	2,089	1,732	2,470
1,032	1,948	1,912	2,017	2,075	1,642	2,212
0,676	1,988	1,674	1,564	1,790	1,398	
0,332	1,464	0,784	1,218	2,289	0,774	

Aus den Zahlen dieser Tafel lassen sich nachstehende Schlüsse ziehen:

1. *Zwei parallele Ebenen* heben ein constantes Volum, wie auch ihr Abstand seyn möge, selbst wenn dieser unendlich groß ist.

Was das Wasser betrifft, so stimmt die Curve, die ich für eine einzige Ebene gefunden habe, sehr gut überein mit der, die Hr. Hagen beobachtet hat; eben so weichen die Werthe von h zwischen zwei Ebenen wenig ab von denen, die Simon (von Metz) gefunden, nur dafs letzterer Physiker mit Unrecht ein Gesetz auf alle Abstände anwenden wollte, welches die Mathematiker niemals anders als angenähert richtig für sehr kleine Abstände aufgestellt haben.

2. Berechnet aus den mit *engen Röhren* angestellten Versuchen, ist die Constante bei gewissen Flüssigkeiten eben so groß, und bei anderen viel größer als die mittelst zweier Ebenen bestimmte Constante. Es ist Zufall dafs beim Wasser das Verhältniß zwischen diesen beiden Werthen beinahe gleich $\frac{1}{2}\pi$ ist, wie schon Simon bemerkt hat. Dasselbe Verhältniß ist beim Chlorür beinahe 2 und bei unseren übrigen Flüssigkeiten 1.

3. Die *weiten Röhren* geben einen Werth, der zwischen den vorhergehenden Werthen liegt, wenn diese verschieden sind, und der ihnen gleich ist, wenn sie zusammenfallen. Dieß findet beim Alkohol statt, und deshalb hat der einzige Prüfungs-Versuch, auf den sich Laplace und Poisson berufen, ein mit der Formel vollkommen übereinstimmendes Resultat gegeben. Dem aber wäre nicht also gewesen, hätte Gay-Lussac statt des Alkohols Wasser genommen; man begreift auch, weshalb Hr. Frankenheim den Versuch im Widerspruch mit der Formel fand, selbst wenn er sich Röhren von 14 Mllm. innerem Durchmesser bediente ¹⁾.

4. In dem Maasse wie die Radien der *convexen Cylindern* abnehmen, von der Ebene aus, bei der dieser Ra-

1) Pogg. Ann. Bd. LXXII, S. 191.

dus unendlich groß ist, nimmt das gehobene Volum fortwährend ab bei den beiden ersten Flüssigkeiten; bei den übrigen beginnt diese Abnahme bei einer gewissen Krümmungsgränze, wächst allmählich und, wie es scheint, ins Unendliche. Unter den von mir untersuchten Flüssigkeiten zeigt der Aether das constanteste Volum; leider sind nur die Versuche mit ihm weniger genau als die übrigen, trotz der Sorgfalt, die ich getroffen hatte, die Verdampfung während des Versuchs zu verringern. Und jedenfalls ist es nicht die Abwesenheit der Schleimigkeit, der man diese Constanz zuschreiben muß, denn vergleichende Versuche mit reinem Wasser und Gummiwasser haben mir gezeigt, daß die Schleimigkeit wohl den Moment des Eintritts des Gleichgewichts verzögert, aber keinen merklichen Einfluß auf den Endzustand ausübt.

Um diese Thatfachen zu erklären, könnte man versucht seyn, anzunehmen, daß der Contingenzwinkel mit der Krümmung der Wand variire, allein man kann beweisen, daß dem nicht so ist. Betrachten wir nämlich bloß die Menisken des Wassers und des Eisenchlorürs, gehoben von einer Ebene, für welche man schon hätte $\varphi < 90^\circ$. Der Flächenraum des Querschnitts wäre:

$$A = \frac{1}{2} a^2 \sin \varphi$$

und die größte Ordinate

$$H = a \sqrt{2} \sin \frac{1}{2} \varphi > a \sqrt{\sin \varphi}$$

während der Versuch beständig giebt

$$\sqrt{2A} > H.$$

Ich beweise auch, daß für $\varphi = 90^\circ$, die Coordinaten des Schwerpunkts sind:

$$x_1 = \frac{2}{3} H; \quad y_1 = \frac{2}{3} H - \frac{1}{3} \sqrt{2} \cdot H = 0,19525 H$$

in dem Maasse als φ abnimmt entfernt sich der Schwerpunkt von der Ordinatenaxe, während er in Wirklichkeit ihr näher liegt, als er nach dieser Formel liegen würde.

Man muß also eine andere Hypothese zu Hülfe ziehen und wie ich glaube, die veränderliche Dicke der dem starren Körper anhaftenden flüssigen Schicht oder Scheide in

Rechnung nehmen. Auf diese Hypothese kam ich durch eine Reihe von Versuchen, die ich über die Hebung einer Lösung von Eisenchlorür zwischen zwei an den Polen des Ruhmkorff'schen Elektromagnets befestigten parallelen Eisenplatten anstellte; die unteren Enden dieser Platten tauchten in die Lösung, für die man die Werthe von h und b bei verschiedenen Abständen 2α schon kannte. Nun liefs man durch den Apparat einen Strom gehen, den man langsam verstärkte und dessen Intensität man maafs; da sah man diese magnetische Flüssigkeit zwischen den beiden Ebenen sich bis zum Doppelten und Dreifachen ihrer ursprünglichen Höhe erheben und die Oberfläche die dieser neuen Höhe zukommende Krümmung annehmen; allein bei jeder Intensität der Magnetisirung blieb das gehobene Volumen beinahe constant, welchen Abstand auch die Platten haben mochten; mit einem Wort der Vorgang war so, wie wenn die Capillarconstante verdoppelt oder verdreifacht worden wäre. Wir wissen indess durch die Versuche der HH. Brunner und Mousson, dafs die Anziehung der Flüssigkeit auf sich selbst nicht durch die Magnetisirung dieser geändert wird, und andererseits beweist die Kleinheit der Gestaltveränderung, welche die Flüssigkeit erleidet, wenn die Polflächen nicht darin eintauchen, so wie die Thatsache der Unabhängigkeit der Zunahme des gehobenen Volums von dem Abstände der Platten, dafs es sich hier nicht um einen in die Ferne ausgeübten Effect magnetischer Anziehung handelt. Ich glaube also, dafs diese Thatsachen nur durch eine Zunahme der Dicke der anhaftenden Schicht erklärt werden können, eine Zunahme, die sich direct erweisen läfst.

Man begreift übrigens, dafs, da jede Temperaturveränderung diese Dicke verändern kann, der Einflufs der Temperatur sehr abweichen kann von dem, welchen die Theorie bei blofser Berücksichtigung der Ausdehnung der Flüssigkeit vorausgesehen hat.