ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o. 377.

Ueber die Bestimmung der Libration des Mondes, durch Beobachtungen. (Beschluss.)

Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*.

Wenn man b und l , aus angenommenen Werthen von β , λ , I' und unter der Voraussetzung $N = 180^\circ + n$, so wie ohne Rücksicht auf u , v , w berechnet und unter Δb und Δl die Unterschiede der so erhaltenen Werthe von b und l , von den aus der Beobachtung hervorgegangenen versteht, so ergibt jede Beobachtung die beiden eben entwickelten Gleichungen,

$$\begin{aligned} u &= -\frac{311^{\text{u}}6(1-f)}{1+f0,4727} \sin(M-\Pi) + 41^{\text{u}}5(1-f) \sin(m-\pi) \\ &\quad + a \sin(\nu t + A) \\ \omega \sin I' \cdot \cos(l-n) - \nu \sin(l-n) &= +188^{\text{u}}4f \cos(m-l) \sin(\pi-n) - 97^{\text{u}}9 \sin(m-l) \cos(\pi-n) \\ &\quad + b \sin\{m-l+\mu t+B\} \\ &\quad + c \cos(m-l) \sin(\mu' t + C) - \frac{2c}{\sqrt{f}} \sin(m-l) \cos(\mu' t + C) \\ \omega \sin I' \cdot \sin(l-n) + \nu \cos(l-n) &= -188^{\text{u}}4f \sin(m-l) \sin(\pi-n) - 97^{\text{u}}9 \cos(m-l) \cos(\pi-n) \\ &\quad + b \cos\{m-l+\mu t+B\} \\ &\quad - c \sin(m-l) \sin(\mu' t + C) - \frac{2c}{\sqrt{f}} \cos(m-l) \cos(\mu' t + C) \end{aligned}$$

Die Untersuchung hat, wie hierdurch vor Augen liegt, zehn unbekannte Größen, nämlich $\Delta\beta$, $\Delta\lambda$, ΔI , f , a , A , b , B , c , C . Indessen kann man c und C davon ausschließen, weil die Glieder, in welchen sie enthalten sind, eine so lange Periode besitzen, daß sie sich in dem Laufe einer, einige Jahre lang fortgesetzten Beobachtungsreihe, nicht erheblich ändern, also ihren Einfluß fast genau auf λ und β übertragen, für welche Größen daher, durch zwei solche, aber durch eine lange Zeit voneinander getrennte Beobachtungsreihen, verschiedene Werthe gefunden werden können. Indem nämlich

$$\begin{aligned} \nu &= \sqrt{\left\{ \frac{-2n'm'I'}{i+I'} \right\}} \sqrt{1-f} \\ \mu &= m' - \frac{n'I'}{i+I'}, \\ \mu' &= \frac{-4n'I'}{3(i+I')} \sqrt{f} \end{aligned}$$

sind, so erhält man ihre Zahlenwerthe, durch die Anwendung der im 4^{ten} § angeführten Werthe von m' , n' , i , I' :

$$\begin{aligned} \nu &= 2010^{\text{u}}241 \sqrt{1-f} \\ \mu &= 47477,486 \\ \mu' &= 56,7946 \sqrt{f} \end{aligned}$$

und aus allen zusammen müssen die unbekannten Größen der Aufgabe bestimmt werden.

Indessen müssen für u und die beiden von v und w abhängigen Größen, welche in den letzten Formeln vorkommen, ihre Ausdrücke gesetzt werden, damit man die Bedeutung der einzelnen Theile der Gleichungen besser übersehe. Dem 5^{ten} § zufolge ist:

also die Perioden der in a , b , c multiplicirten Glieder:

$$= \frac{644,7}{\sqrt{1-f}}; \quad 27,297; \quad \frac{22819,1}{\sqrt{f}} \text{ Tage.}$$

Will man, um eine ohngefähre Schätzung der ersten und letzten dieser Perioden zu erhalten, den aus der Untersuchung des Herrn *Nicollet* hervorgegangenen Werth von f , etwa $= \frac{1}{15}$, anwenden, obgleich er nur mit Mißtrauen gegen seine Richtigkeit gegeben wird, so findet man die erste Periode kürzer als 2 Jahre und die letzte $= 242$ Jahren; die zweite ist sehr wenig kürzer als ein Sideralmonat. Da die Dauer der letzten Periode jedenfalls 63 Jahre überschreitet, so geht hervor, daß die Ausschließung der beiden sich darauf beziehenden unbekannten Größen erlaubt ist; zugleich wird wahrscheinlich, daß schon eine 2 bis 3 Jahre lang fortgesetzte Beobachtungsreihe, eine ganze Periode der Größe a umfassen wird. Gelingt es, einen merklichen Werth von a durch die Beobachtungen an den Tag zu legen, so wird die Bestimmung der Dauer seiner Periode, welche man durch fortgesetzte, oder nach langer Zeit wiederholte Beobachtungen erhalten kann, das sicherste Mittel zur genauen Bestimmung von f werden. Die Entfernung $m-l$ der selenocentrischen Länge eines Punktes auf dem Monde, von dem mittleren Orte der Erde, ist sehr nahe beständig und

sehr nahe der selenographischen Länge des Punktes gleich; die Perioden, welche ich eben aufgesucht habe, werden also durch das Hinzukommen dieser GröÙe nicht verändert.

Man würde die Anzahl der unbekannten GröÙen der Untersuchung von 8 auf 4 bringen, wenn man a und b als verschwindend voraussetzen wollte. Dieses hat Herr *Nicollet* wirklich gethan; auch scheinen die Beobachtungen, welche ihm zu Gebote standen, nicht den Grad von Schärfe zu besitzen, welchen sie besitzen müßten, wenn sie die Grundlage einer weiter gehenden Untersuchung hätten werden sollen. Indessen scheint die Annahme, daß die, den ursprünglichen Zustand der Drehung des Mondes andeutenden GröÙen, Anfangs oder später, verschwunden seien, keinen haltbaren Grund zu haben, wenn auch die Unmerklichkeit der ähnlichen, sich auf die Erde beziehenden GröÙen, durch die Beobachtungen bekannt geworden ist. Eine neue, auf kräftigere Beobachtungen gegründete Untersuchung der Libration des Mondes, würde daher, wenn sie diese GröÙen unberücksichtigt ließe, nicht allein von dem ihr erreichbaren Ziele entfernt bleiben, sondern auch keine Sicherheit ihrer übrigen Resultate gewähren und die Gelegenheit unbenutzt lassen, eine an sich sehr interessante Frage über die Beschaffenheit des Weltgebäudes zu beantworten.

7.

Obgleich der Vorzug nicht zweifelhaft sein kann, welchen die in dem Vorhergehenden verfolgte Beobachtungsmethode, vor der bisher, zur Erreichung desselben Zweckes angewand-

Positionswinkel.	Uhrzeit.	Messung.	Uhrzeit.	Messung.	Entfernung $12^h 13' 30''$	
		ⁿ		ⁿ	ⁿ	ⁿ
$27^\circ 0'8$	$11^h 58' 0''$	41,197	$12^h 29' 0''$	78,811	18,807	995,48
55 0,5	12 0 15	42,223	26 45	77,794	17,7855	941,41
82 59,3	2 30	43,484	24 30	76,542	16,529	874,91
110 58,6	4 45	44,687	22 15	75,362	15,3375	811,84
138 59,1	7 0	45,510	20 0	74,522	14,506	767,82
167 0,1	9 15	45,869	17 45	74,142	14,1365	748,27
195 0,7	11 30	45,692	15 30	74,261	14,2845	756,10

Gleich nach dieser vollständigen Beobachtungsreihe machte ich eine zweite ähnliche, in der Absicht, durch die Vergleichung der Resultate beider, zu einem Urtheile über ihre Ueberein-

ten besitzt, so wird doch eine wirkliche Ausführung derselben näher zeigen, was man davon zu erwarten hat. Ich habe sie daher am 31^{sten} März 1839, zur Bestimmung des Ortes des Kraters, welchen die *Beer* und *Müllersche* Mondkarte unter $-5^\circ 15'$ und $-3^\circ 14'$ der selenographischen Länge und Breite angiebt, angewandt. Diesen Krater habe ich vor anderen, der Mitte des Mondes nahe liegenden, gewählt, weil er, selbst im Vollmonde, sehr hell und in scharf begrenzter kreisförmiger Gestalt erscheint, auch durch seine Umgebungen, leicht von anderen ähnlichen Kratern unterschieden werden kann und daher den Beobachter nicht der Gefahr des Verwechselns aussetzt.

Die Beobachtungen sind auf die im 2^{ten} § auseinander gesetzte Art gemacht. Statt der dort vorgeschlagenen Zwischenzeit von 2 Minuten zwischen je zwei aufeinanderfolgenden, habe ich in einer Beobachtungsreihe $2' 15''$, in einer anderen $2' 30''$ genommen; das nothwendige, wiederholte Aufsteigen auf die Treppen an dem großen Königsberger Heliometer erforderte so viel von der Zeit von 2 Minuten, daß ich damit nur mit einiger Uebereilung hätte ausreichen können, während diese Zwischenzeit sicher hinreichend ist, wenn ein Gehülfe das Anschreiben der Beobachtungen, oder einen anderen Theil der Arbeit übernimmt. Ueber die Beobachtungen, welche ich, so wie sie aufgeschrieben wurden, folgen lasse, ist nichts weiter zu bemerken, als daß ich statt der unmittelbar eingestellten Positionswinkel, ihre, durch die von dem Instrumente selbst und seiner Aufstellung herrührenden kleinen Verbesserungen, schon berichtigten Werthe, anführe.

stimmung zu gelangen. Diese zweite Reihe hat folgende Zahlen geliefert:

					$12^h 50' 0''$	
		ⁿ		ⁿ	ⁿ	ⁿ
$27^\circ 0'8$	$12^h 32' 0''$	78,802	$13^h 8' 0''$	41,137	18,8325	996,83
55 0,5	34 30	77,810	5 30	42,138	17,836	944,09
82 59,3	37 0	76,558	3 0	43,412	16,573	877,23
110 58,6	39 30	75,380	0 30	44,611	15,3845	814,32
138 59,1	42 0	74,542	12 58 0	45,467	14,5375	769,49
167 0,1	44 30	74,162	55 30	45,842	14,160	749,51
195 0,7	47 0	74,271	53 0	45,700	14,2855	756,15

Das Barometer stand $336^{\circ}9 - 3^\circ R.$; das äußere Thermometer $18^\circ F.$ Die Reduction der Uhrzeit auf Sternzeit ist

$= -2' 2''$. Die Luft war unruhig, so daß die angewandte Vergrößerung von 150mal, schon unangenehme Unbestimmt-

heiten zeigte; übrigens war die Bissection des Kraters durch den Mondrand, eine Erscheinung, welche, an sich selbst, einer genauen Beobachtung günstig ist.

Ich werde nun die einzelnen Momente der Rechnung, insofern ihre Anführung ein Interesse haben kann, mittheilen. Die Zeiten, für welche die in der letzten Columnne der Beobachtungsverzeichnisse angegebenen Zahlen gelten, sind $12^h 11' 28''$ und $12^h 47' 58''$ Stz., oder $11^h 37' 4'' 9$ und $12^h 13' 29'' 0$ M. Z. Für diese Zeiten ergeben die *Enckeschen* Ephemeriden die Oerter und die Parallaxe des Mondes:

$$\begin{array}{l} \alpha = 207^\circ 8' 6'' 9 \quad | \quad 207^\circ 24' 55'' 1 \\ \delta = -14 28 0,1 \quad | \quad -14 35 35,6 \\ \pi = 53 56,7 \quad | \quad 53 56,77 \end{array}$$

und man findet daraus, verbunden mit der Annahme des Verhältnisses des Erdhalbmessers zum Mondhalbmesser $= 1:0,2725$, die scheinbaren, bei der Berechnung der Beobachtungen in Betracht kommenden Bestimmungen:

$$\begin{array}{l} \alpha' = 207^\circ 21' 29'' 1 \quad | \quad 207^\circ 33' 34'' 8 \\ \delta' = -15 17 47,5 \quad | \quad -15 25 51 6 \\ h = 886'' 15 \quad | \quad 886'' 55 \end{array}$$

Der Einfluss der Strahlenbrechung ist, nach den Formeln § 3:

Erste Reihe.

Positionswinkel.	Entfernung.
$-5,5$	$+2,01$
$-3,7$	$+0,63$
$+1,2$	$+0,30$
$+4,8$	$+1,08$
$+4,0$	$+2,13$
$-0,5$	$+2,53$
$-4,8$	$+1,99$

Zweite Reihe.

Positionswinkel.	Entfernung.
$-4,3$	$+1,94$
$-3,6$	$+0,73$
$+0,2$	$+0,26$
$+3,7$	$+0,77$
$+3,8$	$+1,65$
$+0,4$	$+2,13$
$-3,5$	$+1,82$

und also sind die von der Strahlenbrechung befreiten Positionswinkel und Entfernungen:

$26^\circ 55' 3$	$997'' 49$	$26^\circ 56' 5$	$998'' 77$
$54 56,8$	$942,04$	$54 56,9$	$944,82$
$83 0,5$	$875,21$	$82 59,5$	$877,49$
$111 3,4$	$812,92$	$111 2,3$	$815,09$
$139 3,1$	$769,95$	$139 2,9$	$771,14$
$166 59,6$	$750,80$	$167 0,5$	$751,64$
$194 55,9$	$758,09$	$194 57,2$	$757,97$

Nimmt man:

$$\begin{array}{l} \sigma \cos \pi = -136'' + \Delta\alpha \quad \text{und} \quad = -136'' + \Delta\alpha \\ \sigma \sin \pi = +17'' + \Delta\beta \quad \quad \quad = -15'' + \Delta\beta \end{array}$$

und wendet man die oben berechneten Werthe von h an, so erhält man, aus der ersten Reihe, die Bedingungsgleichungen:

$$\begin{array}{l} -1,10 = +0,849 \Delta\alpha + 0,528 \Delta\beta - \Delta h \\ -0,01 = +0,457 \Delta\alpha + 0,889 \Delta\beta - \Delta h \\ -0,04 = -0,033 \Delta\alpha + 0,999 \Delta\beta - \Delta h \\ +0,23 = -0,483 \Delta\alpha + 0,876 \Delta\beta - \Delta h \\ -0,95 = -0,809 \Delta\alpha + 0,588 \Delta\beta - \Delta h \\ -1,10 = -0,978 \Delta\alpha + 0,210 \Delta\beta - \Delta h \\ -0,46 = -0,980 \Delta\alpha - 0,201 \Delta\beta - \Delta h \end{array}$$

und aus der zweiten Reihe:

$$\begin{array}{l} -0,95 = +0,850 \Delta\alpha + 0,527 \Delta\beta - \Delta h \\ -0,59 = +0,458 \Delta\alpha + 0,889 \Delta\beta - \Delta h \\ +0,14 = -0,033 \Delta\alpha + 0,999 \Delta\beta - \Delta h \\ +0,26 = -0,484 \Delta\alpha + 0,875 \Delta\beta - \Delta h \\ -0,55 = -0,810 \Delta\alpha + 0,587 \Delta\beta - \Delta h \\ -1,13 = -0,978 \Delta\alpha + 0,202 \Delta\beta - \Delta h \\ -0,33 = -0,979 \Delta\alpha - 0,204 \Delta\beta - \Delta h \end{array}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen, nach der Methode der kleinsten Quadrate, ergibt:

$$\begin{array}{l} \Delta\alpha \dots \quad | \quad -0'' 142 \quad | \quad -0'' 287 \\ \Delta\beta \dots \quad | \quad +0,708 \quad | \quad +0,682 \\ \Delta h \dots \quad | \quad +0,923 \quad | \quad +0,910 \end{array}$$

und durch die Substitution dieser Werthe wird den Gleichungen Genüge geleistet, bis auf:

$$\begin{array}{l} -0'' 44 \quad | \quad -0'' 15 \\ +0,35 \quad | \quad -0,15 \\ +0,17 \quad | \quad +0,36 \\ +0,46 \quad | \quad +0,43 \\ -0,56 \quad | \quad -0,27 \\ -0,46 \quad | \quad -0,64 \\ +0,47 \quad | \quad +0,44 \end{array}$$

Man hat also:

$$\begin{array}{l} \sigma \cos \pi \dots \quad | \quad -136'' 142 \quad | \quad -136'' 287 \\ \sigma \sin \pi \dots \quad | \quad +17,708 \quad | \quad +15,682 \end{array}$$

und ferner, indem man die angenommenen Werthe des Mondhalbmessers um das Mittel beider gefundenen Werthe von $\Delta h (= +0'' 917)$ verbessert,

$$\begin{array}{l} \pi \dots \dots \quad | \quad 172^\circ 35' 21'' \quad | \quad 173^\circ 26' 10'' \\ S \dots \dots \quad | \quad 8 54 11,9 \quad | \quad 8 53 33,1 \\ S - \sigma \dots \quad | \quad 8 51 54,6 \quad | \quad 8 51 15,9 \end{array}$$

Aus der Verbindung dieser Bestimmungen mit den oben angegebenen scheinbaren Oertern des Mondes erhält man endlich die selenocentrische Bestimmung des beobachteten Kraters:

$$\begin{array}{l} \text{Geradaufsteigung } a = 26^\circ 12' 42'' 2 \quad | \quad 26^\circ 32' 40'' 9 \\ \text{Abweichung} \dots d = +6 30 10,7 \quad | \quad +6 37 57,7 \\ \text{Länge} \dots \dots l = 26 39 56,3 \quad | \quad 27 1 18,6 \\ \text{Breite} \dots \dots b = -4 3 43,8 \quad | \quad -4 3 33,4 \end{array}$$

Dieses sind also die Resultate der beiden Beobachtungsreihen. So lange sie nur abgesondert von späteren vorhanden sind, hat es kein Interesse, die Bedingungsgleichungen aufzusuchen, welche die gefundenen Werthe von l und b mit den Constanten in Verbindung setzen, von welchen die Kenntniss der Libration des Mondes abhängt. Will man aber, unter Vernachlässigung aller periodischen Glieder der Ausdrücke der Drehungselemente des Mondes, und unter der Annahme der Neigung seines Aequators $= 1^\circ 28' 45''$, die selenographische Bestimmung des beobachteten Craters daraus ableiten, so wird man sie:

$$\begin{array}{l} \text{Länge} \dots \quad | \quad -5^\circ 4' 31'' 4 \quad | \quad -5^\circ 3' 9'' 6 \\ \text{Breite} \dots \quad | \quad -3 16 2,1 \quad | \quad -3 15 23,8 \end{array}$$

finden. Hierbei sind die mittlere Länge des Mondes und seines aufsteigenden Knotens, beide mit Inbegriff der Säcular-

gleichungen und von dem scheinbaren Nachtgleichenpunkte angezählt:

Länge.....	211° 49' 15" 3	212° 9' 14" 1
Knoten.....	354 12 1,2	354 11 56,4

angenommen.

Insofern man ein Urtheil über den Erfolg, welchen diese Beobachtungsmethode verspricht, auf nur zwei Beobachtungsreihen gründen will, kann es nur sehr günstig ausfallen. Die beiden Bestimmungen des selenographischen Ortes des Kraters, stimmen bis auf 1' 22" 8 in Länge und 38" 3 in Breite überein, welcher Unterschied, von der Erde aus, noch nicht 0" 4 groß erscheint. Die beiden Bestimmungen des Halbmessers des Mondes stimmen so gut wie völlig überein. Endlich ist die Schärfe, womit man die Bissection des Kraters durch den Mondrand beurtheilen kann, wenn übrigens die Umstände nicht ungünstig sind und der Krater sich nicht an einem sehr rauhen Theile des Randes befindet, so groß, daß der Erfolg, so wie er sich durch die Vergleichung der 7 Momente jeder Beobachtungsreihe, oben gezeigt hat, keinesweges als die Wir-

kung eines günstigen Zufalles erscheint. Ich zweifle auch nicht, daß diese Methode eine der erfolgreichsten sein würde, wenn es auf die mikrometrische Messung des Mondes abgesehen wäre.

Die angeführten Beobachtungen sind zwar mit einem Heliometer gemacht, welches größer ist, als anderen Beobachtern bis jetzt zu Gebote stehende ähnliche Instrumente; allein ich glaube, daß sein Vorzug vor den, seit langer Zeit so häufig vorhandenen, kleineren Fraunhoferschen Instrumenten derselben Art, in Beziehung auf diese Beobachtungen, nicht sehr groß ist; und ferner, daß die ungünstige Beschaffenheit der Luft, welche bei den angeführten Beobachtungen stattfand, den Vortheil auf Seiten des größeren Instruments so sehr vermindert hat, daß kleinere, unter günstigen Umständen, nicht weniger leisten werden. Ich bin also der Meinung, daß die gewünschte Kenntniß der Libration des Mondes, auch durch kleinere Fraunhofersche Heliometer, verhältnißmäßig leicht zu erlangen sein wird.

Bessel.

Schreiben des Herrn Professors Argelander an den Herausgeber.

Bonn 1839. März 27.

Als einstweiliger Beobachtungsplatz ist mir ein kleiner Pavillon auf dem sogenannten alten Zoll eingeräumt (Astron. Nachr. Bd. X. p. 184). Die Polhöhe dieses Punctes habe ich aus einer Menge mit einem Ertelschen astronomischen Theodolithen gemessener Meridianhöhen mehrerer nördlich und südlich vom Zenith culminirenden Sterne zu 50° 44' 8" 6 bestimmt, also sehr nahe mit der Münchowschen 6" 8 und der geodätischen 7" 7 über-

einstimmend (s. a. a. O.). Für die Länge nehme ich einstweilen die geodätische Bestimmung 19° 5' 5" östlich von Paris an; zur nähern Ermittlung derselben werden vielleicht die bisher hier beobachteten Sternbedeckungen dienen können; wir haben deren, seit ich im Stande bin, eine genaue Zeitbestimmung zu machen, die folgenden erhalten:

1838 Nov. 25.	Eintritt eines Sterns	7.8 ^m	50° vom Nordhorne	4 ^h 50'	MZ.		
		6 ^m	ganz nahe d. Nordhorne	8		L 0' 0	K + 0' 3
Dec. 21.		9 ^m	30° vom Südhorne	7 0 57" 4		L + 3,6	K + 5,6
		9 ^m	75° vom Nordhorne	7 10 56,4			
		9 ^m	mitten in den Mond	7 32 29,3		K	

es ist der südliche von 2 Sternen, nahe auf demselben Declinationskreise, 4' von einander.

1838 Dec. 22.	Eintritt	h ³ Aquarii	um 6 ^h 21' 19" 35 MZ.	K - 0' 4
		h ⁴ —	7 13 12,8	K + 0,6

L ist Herr Magister Lundahl aus Finnland, K. Herr Kysaeus, zwei eifrige Zuhörer von mir, die auch die Zeitbestimmungen durch Sternhöhen am Ertelschen Theodolithen und Baumannschen Kreise gemacht haben.

Den Eintritt von h³ Aquarii hat auch Herr Pfarrer Hülsmann in Elberfeld beobachtet um 6^h 21' 54" 5 MZ. Elberfeld, und berechnet hieraus Bonn westlich von Elberfeld um 9" 95 - 0" 022 Δα + 0,045 Δδ. Zur Längenbestimmung von Elberfeld selbst hat derselbe seine in N. 362 der Astr. Nachr. mitgetheilten Sternbedeckungen umgerechnet, und noch die

eben angeführte und die Bedeckung von ψ Arietis, Eintritt Decbr. 26. 5^h 31' 35" 9 MZ., hinzugefügt; mit den genauesten bis jetzt bekannten Sternörter findet er Elberfeld von Berlin, aus

1838 Jan. 8.	ε Tauri	24' 57" 8 + 1,709 Δα	- 0,407 Δδ
Febr. 4.	P. V. 136	43,7 + 1,660	+ 0,450
— 7.	λ Cancr.	64,5 + 1,427	- 1,937
Dec. 22.	h ³ Aquarii	56,4 + 0,977	+ 1,825
— 26.	ψ Arietis	52,2 + 0,950	+ 1,989

oder im Mittel mit Vernachlässigung von Δα und Δδ Elberfeld von Berlin - 24' 54" 9. Die Bedeckung von ψ Arietis ist auch in Breslau beobachtet, und Herr Hülsmann berechnet daraus