III. Ueber die Erscheinungen und Gesetze der elliptischen Polarisation bei Einwirkung der Metalle auf das Licht;

von David Brewster.

(*Philosoph. Transact. f. 1830. pt. II. p. 287.*)

Seit der Begründung der Polarisationslehre haben die Metalle in ihrem Verhalten zum Licht eine lästige Anomalie dargeboten. Malus erster Angabe gemäß, bringen sie durchaus keine Wirkung hervor; allein mittelst einer andern Beobachtungsart habe ich das von Metallflächen reflectirte Licht in so weit verändert gefunden, daß es nach dem Durchgange durch dünne Krystallblättchen die complementären Farben des polarisirten Lichtes zeigt. Durch eine andere Reihe von Versuchen, vor der meinigen angestellt, kam Malus zu dem Schluß, der Unterschied zwischen durchsichtigen und metallischen Körpern bestehe darin, daß die ersteren alles nach einer Ebene polarisirte Licht brächen, und alles nach einer andern Ebene polarisirte Licht zurückwürfen; wogegen metallische Körper das nach beiden Ebenen polarisirte Licht reflectirten.

Nachdem ich an durchsichtigen Körpern die Eigenschaft entdeckt hatte, daß sie das Licht durch mehrmalige Reflexion unter Winkeln polarisiren, bei denen eine einzige Reflexion keine wahrnehmbare Wirkung hervorbringt *), beschloß ich, diese Erfahrung auf die Untersuchung der Metalle anzuwenden. Am 7. Febr. 1815, als ich zuerst den Versuch machte, entdeckte ich die sonderbare Thatsache, daß Silber und Gold einen polarisirten Strahl durch successive Reflexionen in complementaire Farben zertheilten. Da diese Erscheinung ein wei-

*) *Philosoph. Transact. 1815, p. 142.*

tes Feld der Untersuchung zu eröffnen schien, so schickte ich mich an, sie bei allen metallischen Körpern, die ich mir verschaffen konnte, zu verfolgen; allein Amtsgeschäfte hinderten mich länger als einen Monat irgend etwas von Bedeutung in der Sache zu thun.

Am 6. März 1815 empfing ich einen Brief von Hrn. Biot, eine Geschäftssache betreffend; ich antwortete an demselben Tage, und theilte ihm darin zugleich die erwähnte Entdeckung mit *). Unmittelbar darauf empfing ich zwei Paare ausgezeichnet schöner Silberplatten, polirt das eine durch Schleifen, das andere durch Hämmern, ferner zwei Paare Goldplatten, eines von Juweliergold, das andere von feinem Gold, nebst Platten von Stahl, Platin, Palladium, Kupfer, Messing und Spiegelmetall. Mit Hülfe dieser Platten erhielt ich, außer anderen Ergebnissen, deren Anführung hier überflüssig seyn würde, das Resultat, daß eine Metallfläche durch einzige Reflexion dieselbe Wirkung auf polarisirtes Licht ausübt, wie ein krystallisirter Körper von einer gewissen Dicke.

Hr. Biot scheint, sogleich nach empfangener Nachricht von meiner Entdeckung, an dieselbe Untersuchung gegangen zu seyn. Begünstigt durch die Mülse eines Akademikers und den herrlichen Apparat, den ihm das Institut verliehen hatte, erhielt er viele der Resultate, zu denen ich gelangt war, und andere, auf welche ich keinen Anspruch hatte. Am 29. März sandte er mir durch den Dr. Wollaston einen offenen Brief, welcher einen Abriss seiner Versuche enthielt, und zugleich die Hoffnung aussprach, daß diese mir bei meinen Untersuchungen von Nutzen seyn würden.

Ogleich dieser Ausspruch mich glauben liefs, daß ich das Vorrecht der ersten Bekanntmachung meiner eige-

*) In der *Geschichte der Optik* (*Edinb. Encyclopaedia, Vol. XV. p. 493. Note*) ist angegeben, daß ich diese Entdeckung an demselben Tage, an dem ich sie machte, Hrn. Biot mittheilte. Diefs ist ein Irrthum; es geschah erst einen Monat hernach.

nen Entdeckung geniefsen sollte, so traf ich doch die Vorsicht, alle meine Aufsätze über den Gegenstand von dem Schatzknecht der Königlichen Gesellschaft in Edinburgh signiren zu lassen, und ging darauf mit neuem Eifer an die weitere Untersuchung des Gegenstandes. Bald erfuhr ich indess von Hrn. Biot, dafs er gemeint sey, den Gegenstand in seinem *Traité de Physique* abzuhandeln; und obgleich ich gegen eine solche Verletzung der Höflichkeit Vorstellungen machte, so hatte ich doch die Kränkung, die Entdeckung, auf welche ich vielleicht zu vielen Werth legte, zuerst in einem fremden Werk bekannt gemacht zu sehen.

Ich hoffe, die Gesellschaft wird diese Details entschuldigen, als eine nothwendige Apologie für die so lang verschobene Erfüllung des mehr als einmal in ihren *Transactions* gemachten Versprechens, ihr einen Bericht von diesen Versuchen mitzutheilen *). Die angegebenen Gründe wurden in der Folge durch neue Untersuchungen verstärkt; denn diese warfen nicht nur anfänglich grofse Zweifel auf die von Hrn. Biot und mir gefafste Ansicht über den Gegenstand, sondern überzeugten mich endlich von der Voreiligkeit unserer Verallgemeinerungen. Das Studium von Hrn. Fresnel's feinen Entdeckungen über die Circularpolarisation befähigte mich noch weiter in die Untersuchung einzugehen, und da ich diese

*) In einem Briefe vom 28. Juli 1815 theilte ich Sir Joseph Banks einen Abrifs dieser und anderer Versuche mit, ihn dabei ersuchend, das Manuscript als einen Beleg meiner Ansprüche in seinem Gewahr zu behalten. Sir Joseph erfüllte diese Bitte; als ich aber etwa zwei Jahre später das Manuscript zu sehen wünschte, dachte er, es wäre zur Publication bestimmt gewesen, und legte es ohne mein Wissen der Königl. Gesellschaft vor. Dem gemäß wurde es am 23. Jan. 1817 unter dem Titel eines Abrisses von Versuchen über das Licht vorgelesen und für den Druck bestimmt. Als der Probebogen mir zur Correctur übersandt wurde, verlangte ich, dafs der Aufsatz vernichtet werde, da er nicht zur Publication bestimmt sey.

kürzlich wiederum vornahm, so glaube ich gegenwärtig im Stande zu seyn, der Gesellschaft eine genügende Darstellung zu geben von den sonderbaren Erscheinungen, welche bei Einwirkung der Metalle auf das Licht zum Vorschein kommen.

I. Von der Wirkung der Metalle auf gewöhnliches Licht.

Wenn man einen Strahl gewöhnlichen Lichts, welcher unter verschiedenen Winkeln von einer Metallfläche reflectirt worden ist, mit einem Kalkspath-Rhomboëder untersucht, so bemerkt man an einem der Bilder eine Schwächung des Lichts, wie wenn eine Portion des einfallenden Strahls nach der Reflexionsebene polarisirt wäre. Diefs kommt noch deutlicher zum Vorschein, wenn man das System polarisirter Ringe untersucht, welches sich mittelst des von Metallen reflectirten Lichtes um die Axen von Krystallen bildet. Hätte das Licht keine Veränderung durch die Reflexion erlitten, oder wäre es von dem Metall in gleichen Mengen nach rechtwinklichen Ebenen polarisirt und zurückgeworfen, so würden die Ringe ganz unsichtbar gewesen seyn, während man sie doch mit Leichtigkeit in dem von allen Metallen reflectirten Lichte wahrnimmt. Bei einer Incidenz von etwa 74° sind sie am deutlichsten zu sehen; bei größeren oder geringeren Incidenzen werden sie schwächer. Am schärfsten begränzt erscheinen sie in dem von Bleiglanz und metallischem Blei reflectirten Lichte; am undeutlichsten dagegen im Lichte, welches von Silber und Gold reflectirt wird. Man sieht diels aus der folgenden Tafel, in welcher die Metalle in die Ordnung gestellt sind, in welcher sie die Ringe am hellsten zeigen, in welcher sie also die größte Lichtmenge nach der Reflexionsebene polarisiren.

Bleiglanz	Wismuth
Blei	Quecksilber
Glanzkobalt (<i>Gray Co-</i> <i>balt</i>)	Kupfer
Speiskobalt (<i>Arsenical Co-</i> <i>balt</i>)	Weißblech (<i>Tine plate</i>)
Schwefelkies	Messing
Antimon	Korn-Zinn
Stahl	Juwelier-Gold
Zink	Feines Gold
Spiegelmetall	Gemeines Silber
Platin	Reines Silber.

Wenn wir nun von jedem dieser Metalle zwei Platten nehmen und das mehr als einmal reflectirte Licht untersuchen, so finden wir, daß die Lichtmenge, welche nach der Reflexionsebene polarisirt wird, bei jedem Metalle mit der Zahl der Reflexionen zunimmt, und daß bei mehreren Metallen der gesammte einfallende Strahl vollständig polarisirt ist.

Wenn der leuchtende Gegenstand eine in zehn Fuß Entfernung aufgestellte Wachskerze ist, polarisirt eine Stahlplatte das gesammte Licht nach acht Reflexionen unter Winkeln zwischen 60° und 80° ; bei Winkeln über 80° und unter 60° ist eine größere Zahl von Reflexionen erforderlich. Beim Bleiglanz, Blei, Kobalt und Antimon polarisirt eine weit geringere Zahl von Reflexionen den gesammten Strahl; dagegen ist bei reinem und sehr polirtem Silber eine sehr große Zahl von Reflexionen erforderlich. Das vom Silber reflectirte Licht wird bei jeder Reflexion röther, was eine vermehrte Absorption oder Dispersion der weniger brechbaren Strahlen andeutet.

Beim Gebrauche von gewöhnlichem Lichte würde man vergeblich hoffen, das Gesetz zu entdecken, nach welchem die Polarisation des einfallenden Strahls von

den verschiedenen Metallen bewirkt wird. Eine andere Art der Untersuchung führt uns indess zu dem mathematischen Gesetz, das uns genau berechnen läßt, welcher Antheil von dem unter gewissen Winkeln und mehr als einmal reflectirten Strahle polarisirt wird.

II. Von der Wirkung der Metalle auf polarisirtes Licht.

Wenn ein Strahl polarisirten Lichts mit einer polirten Metallfläche, die sich rund um den Strahl drehen läßt, aufgefangen wird, so zeigt der reflectirte Strahl keine Modification (ausgenommen, daß anscheinend eine Lichtportion nach der Reflexionsebene polarisirt ist), sobald die Einfallsebene unter 0° , 90° , 180° und 270° gegen die ursprüngliche Polarisationssebene geneigt ist. Allein bei jedem anderen Azimuth der Einfallsebene findet man an dem reflectirten Strahl eine merkwürdige Veränderung, welche zunimmt, so wie das Azimuth jener Ebene von 0° zu 45° , von 90° zu 135° , von 180° zu 225° , von 270° zu 315° übergeht. Bei den Azimuthen 45° , 135° , 225° und 315° ist die Wirkung ein Maximum, und sie nimmt allmählig ab von 45° zu 90° , von 135° zu 180° , von 225° zu 270° , und von 315° zu 360° .

Um die Natur dieser Veränderung zu erforschen, werden wir annehmen, die Reflexionsebene des Metalls neige unter -45° (oder von der Linken) gegen die ursprüngliche Reflexionsebene. In dieser Lage fange eine stark polirte Stahlplatte einen polarisirten Strahl von gewöhnlicher Stärke auf. Bei den Incidenzen 89° , 88° und 87° , erleidet dieser fast keine Veränderung von Seiten des Metalls. Leicht sehen wir indess, daß die Polarisationssebene von der Rechten zur Linken gedreht worden ist, genau wie es von einer durchsichtigen Fläche geschehen würde. In gleicher Weise wird bei allen Einfallswinkeln von 0° bis zu etwa 40° keine entschiedene Wirkung hervorgebracht, ausgenommen die Drehung der Polarisations-ebene.

ebene. Bei Winkeln kleiner als 87° beginnt die Veränderung aufzutreten; sie erreicht ihr Maximum bei etwa 75° , und nimmt bis zu 40° allmählig ab. Mittelst eines Kalkspath-Rhomboëders ist leicht zu ersehen, daß eine große Portion des ursprünglichen Lichtbündels, so wie die Incidenz von 75° zu 0° abnahm, seine Polarisations-ebene von $+45^\circ$ nach 0° gedreht hat.

In der That, mißt man die Drehung des Hauptschnitts dieses Rhomboëders, sobald der ungewöhnliche Strahl ein Minimum ist bei verschiedenen Einfallswinkeln, so finden wir sie entsprechend: $45^\circ - \varphi$. φ wird berechnet nach der Formel $\tan \varphi = \frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')}$, wo $\frac{\sin i}{\sin i'} = 3,732$ der Refraktionsindex des Stahls ist. Den Werth von φ wird man beinahe gleich finden bei 87° und 40° , was zeigt, warum bei Licht von gewöhnlicher Stärke die besagte Veränderung gerade bei diesen beiden Winkeln zu beginnen anfängt.

Da die physische Wirkung der Metallfläche bei 75° ein Maximum ist, so wollen wir nun den Charakter des bei diesem Winkel reflectirten Strahls untersuchen.

1) Der so reflectirte Strahl ist nicht polarisirt, weil er während einer Umdrehung des Kalkspath-Rhomboëders nicht verschwindet.

2) Er besteht auch nicht aus gewöhnlichem Licht, weil er, wenn man ihn noch einmal unter 75° von einer anderen Stahlplatte reflectiren läßt, wiederum nach Einer Ebene polarisirt ist.

Um die Natur dieses Strahls zu entdecken, lasse man ihn durch ein Kalkspath-Rhomboëder parallel mit dessen Axe hindurchgehen. Das System von Ringen ist, wie es Taf. III. Fig. 2. zeigt, fast genau eben so verändert, wie wenn ein dünnes Krystallblättchen, welches das Blau der ersten Ordnung polarisirt, das System gekreuzt hätte. Nehmen wir statt des Kalkspaths Gypsblättchen die verschiedene Farben geben, so finden wir, daß diese

Farben zunehmen, je nachdem die Wirkung des Metalls von gleicher oder entgegengesetzter Art mit der des Krystalles ist.

Durch diesen Versuch wurde ich zu der Meinung geführt, die Metalle wirkten wie Krystallplatten auf das Licht, und als ich fand, daß die Farben bei einer mehrmaligen Reflexion nicht nur besser, sondern auch reiner hervortraten, so war es natürlich, wie ich, und Hr. Biot nach mir gethan, zu schliessen, daß jede Reflexion einer vermehrten Dicke des Krystallblättchens entspreche.

Um die Unrichtigkeit dieses Schlusses zu zeigen, lasse man einen im Azimuthe $+45^\circ$ polarisirten Strahl zweimal von Stahl unter Winkeln von 75° reflectiren. In diesem Falle müßte die zweite Reflexion die von der ersten erzeugte Farbe verdoppeln, wenn die Farben die der Krystallblättchen wären. Das Resultat jedoch ist: daß das gesammte Licht, statt aus zwei rechtwinklich polarisirten Strahlen zu bestehen, nach einer einzigen Ebene polarisirt ist. Hr. Biot übergeht diese Schwierigkeit, indem er die von zwei Reflexionen erzeugte Farbe als das Weiß erster Ordnung betrachtet, welches, da seine complementäre Farbe Schwarz ist, die einzige Farbe ist, deren Licht sämmtlich nach *einer* Ebene polarisirt ist. Hätte er indefs, das vier-, sechs- oder achtmal bei 75° reflectirte Licht untersucht, so würde er es sämmtlich nach *einer* Ebene polarisirt gefunden haben, was durchaus unverträglich ist mit der Annahme, die Farben stiegen mit der Zahl der Reflexionen in die Höhe. Daß die Farbe nicht das Weiß der ersten Ordnung sey, kann leicht erwiesen werden, wenn man es längs der Axe durch ein Kalkspath-Rhomboëder gehen läßt; denn man findet, daß, statt eine Erhöhung der Farbe zu bewirken, die zweite Reflexion vielmehr die Wirkung der ersten völlig zerstört, und den Strahl wiederum auf gewöhnlich polarisirtes Licht zurückführt. Alles dieß ergibt sich aus der Vollkommenheit des durch den Kalkspath sichtbaren Ring-Systems. Un-

tersucht man in gleicher Weise das Licht, welches irgend eine Anzahl von Reflexionen zwischen den Platten erlitten hat, so findet man leicht, daß die Wirkung niemals ein Farbenviertel in Newton's Skale überschreitet.

Nachdem ich hiedurch ermittelt hatte, daß das im Azimuthe $+45^\circ$ polarisirte Licht, welches unter dem Winkel des Polarisationsmaximums von Metallen zurückgeworfen wird, weder gewöhnliches, noch polarisirtes Licht ist, eben so wenig wie solches, das durch dünne Kry stallblättchen gegangen ist, faßte ich die Idee, daß es dem circular- polarisirten Lichte ähnlich sey, jener merkwürdigen Art von Licht, welche sich so verhält, wie wenn sie bei ihrem Durchgange durch gewisse besondere Media eine Kreisbewegung erlitten hätte.

Nach Hrn. Fresnel's schöner Entdeckung wird ein im Azimuthe $+45^\circ$ polarisirter Lichtstrahl circular polarisirt, wenn er von Glas zwei totale Reflexionen unter dem Winkel $54^\circ,5$ erleidet; und wenn man einen solchen Strahl noch zweimal unter demselben Winkel reflectiren läßt, wird er in den Zustand eines im Azimuth -45° gegen die Reflexionsebene polarisirten Lichts zurückgeführt, in welchem Azimuthe auch die zweite Reflexionsebene gegen die erste liege. In gleicher Weise werde ich zeigen, daß ein $+45^\circ$ polarisirter Lichtstrahl durch einmalige Reflexion unter dem Winkel des Polarisationsmaximums von Metallen und gewissen Erzen, eine analoge Polarisation erhält, d. h. eine bisher unbekannte Polarisation, die zwischen der circularen und geradlinigen Polarisation liegt.

Es werde ein $+45^\circ$ polarisirter Strahl unter 75° von Stahl reflectirt, und um diesen Strahl eine zweite Stahlplatte gedreht. Bei den Azimuthen 45° , 135° , 225° und 315° mit der ursprünglichen Polarisationsebene, d. h. wenn die beiden Reflexionsebenen entweder parallel mit oder senkrecht auf einander sind, wird der reflectirte Strahl bei der Incidenz 75° in polarisirtes Licht zurück-

geführt. In den Azimuthen 0° und 180° geschieht diese Wiederherstellung bei der Incidenz 80° ; in den Azimuthen 90° und 270° findet sie bei der Incidenz 70° statt, und bei allen dazwischenliegenden Azimuthen tritt sie auch bei intermediären Incidenzen ein. Der von Stahl reflectirte Lichtstrahl, obschon er im Allgemeinen die Eigenschaften eines circular-polarisirten Strahls besitzt, weicht von diesem doch durch den merkwürdigen Umstand ab, daß er zu seiner Zurückführung in polarisirtes Licht verschiedene Einfallswinkel in verschiedenen Azimuthen verlangt.

Bei der Circular-Polarisation, wie wir gesehen, besitzt der Strahl ringsum gleiche Eigenschaften, und die Reflexionswinkel, bei denen er in polarisirtes Licht zurückgeführt wird, sind sämmtlich in allen Azimuthen gleich, wie die Radien eines Kreises, der um den Strahl beschrieben wird. Der Ausdruck Circular-Polarisation ist also, ohne alle theoretische Beziehung, aus dieser und andern Thatsachen experimentell zweckmäfsig begründet. Eben so können wir, ohne uns auf die Annahme elliptischer Vibrationen, erzeugt durch die Interferenz zweier geradlinigen Vibrationen ungleicher Amplitude, einzulassen, den neuen Erscheinungen den Namen der elliptischen Polarisation ertheilen, weil die Reflexionswinkel, bei denen diese Lichtart in polarisirtes Licht zurückgeführt wird, durch den veränderlichen Radius einer Ellipse dargestellt werden können.

Bei der Circular-Polarisation macht die Polarisations-ebene des wiederhergestellten Strahls *) immer den Winkel 45° mit der Ebene des zweiten Reflexionssystems. Bei der elliptischen Polarisation ist die Verschiedenheit beträchtlich. Die Neigung der Polarisations-ebene des wiederhergestellten Strahls ist gleichfalls *Minus*, doch immer kleiner als 45° , wie es aus folgender Tafel hervorgeht.

*) d. h. des wiederum geradlinig oder eigentlich polarisirten Strahls.

	Wieder- herstellungs- Winkel.		Wieder- herstellungs- Winkel.
Totale Reflexionen	45° 0'	Wismuth	21° 0'
Reines Silber	39 48	Spiegel-Metall	21 0
Gewöhnliches Silber	36 0	Zink	19 10
Feines Gold	35 0	Stahl	17 0
Juwelier-Gold	33 0	Schwefelkies	14 0
Kornzinn (<i>Grain tin</i>)	33 0	Antimon	16 5
Messing	32 0	Speiskobalt	13 0
Weißbl. (<i>Tin plate</i>)	31 0	Glanz kobalt	12 30
Kupfer	29 0	Blei	11 0
Quecksilber	26 0	Bleiglanz	2 0
Platin	22 0	Eisenglanz	0 0

Die Substanzen stehen in dieser Tafel offenbar in umgekehrter Ordnung, nach der sie das meiste Licht nach der Reflexionsebene polarisiren.

An die Spitze der Tafel habe ich die Neigung des bei totalen Reflexionen wiederhergestellten Strahls gestellt, welche 45° beträgt, und an das Ende: die beim Eisenglanz, welche 0° ist, um so den Uebergang der elliptischen Polarisation einerseits in die circulare und andererseits in die geradlinige Polarisation zu zeigen.

Bei diesen Versuchen war der ursprüngliche Strahl gegen die Reflexionsebene nach dem Azimuth +45° polarisirt. Verringert man indess diesen Winkel, so nähert sich die Polarisationsebene des wiederhergestellten Strahls der Reflexionsebene, und endlich bei 0° fällt sie mit ihr zusammen. Vergrößert man dagegen das Azimuth, so entfernt sich die Polarisationsebene des wiederhergestellten Strahls von der Reflexionsebene, und, wenn jenes 90° wird, bilden die beiden Ebenen den Winkel 180°.

Die folgenden Versuche wurden mit Platten von reinem Silber gemacht; die Inclination φ war 39° 48', wenn die Neigung x der Polarisationsebene 45° betrug.

Neigung x der ursprünglichen Polarisations-ebene gegen die Reflexions-ebene.

Neigung φ der Polarisations-ebene des wiederhergestellten Strahls gegen die Reflexions-ebene.

	Beobachtet.	Berechnet.
$+90^\circ$	$-90^\circ 0'$	$-90^\circ 0'$
85	84 36	84 0
75	74 10	72 10
65	63 51	60 46
55	52 18	49 57
45	$\vartheta=39$ 48	39 48
35	32 23	30 28
25	23 10	21 14
15	13 16	12 35
5	4 40	4 10
0	0 0	0 0

Nennt man ϑ den Werth von φ für $x=45$, so kann man diese Beobachtungen durch die Formel $\tan \varphi = \tan \vartheta \cdot \tan x$ darstellen, und die wirkliche Veränderung R in der Lage der Polarisations-ebene wird seyn $R=x+\varphi$.

Ist φ gegeben hat, man $\tan x = \frac{\tan \varphi}{\tan \vartheta}$, und wenn $\varphi=45^\circ$, also $\tan \varphi=1$ ist, wird $\cot x = \tan \vartheta$, und $x=90^\circ - \vartheta$.

Da ein im Azimuthe $+45^\circ$ polarisirtes Licht durch eine Reflexion von Stahl unter 75° elliptisch polarisirt, und durch eine zweite Reflexion unter 75° zu einem nach dem Azimuthe -17° polarisirten Lichte zurückgeführt wird, so ist klar, dafs eine dritte Reflexion unter 75° dasselbe abermals elliptisch polarisirt, und eine vierte Reflexion unter 75° dasselbe wieder auf Licht, polarisirt nach dem Azimuth $+\varphi$, zurückführt, wo φ kleiner als 17° ist, und durch die obige Formel gegeben wird. Bei einer gröfseren Zahl von Reflexionen treten diese Erscheinungen folgendermassen auf:

No. d. Reflexionen von Stahl unter d. Incidenz 75° .	Beschaffenheit des reflectirten Lichts.	Neigung der Polarisationsebene.	
		Beobacht.	Berechn.
1.	Elliptisch polarisirt		
2.	Wieder geradlinig polarisirt:	$-17^\circ 0'$	-17°
3.	Elliptisch polarisirt		
4.	Wieder geradlinig polarisirt:	$+ 5 10$	$+ 5 22'$
5.	Elliptisch polarisirt		
6.	Wieder geradlinig polarisirt:	$- 2 0$	$- 1 38$
7.	Elliptisch polarisirt		
8.	Wieder geradlinig polarisirt:	$0 0$	$+ 0 30$
9.	Elliptisch polarisirt		
10.	Wieder geradlinig polarisirt:	$0 0$	$- 0 9$
11.	Elliptisch polarisirt		
12.	Wieder geradlinig polarisirt:	$0 0$	$+ 0 3$

Hieraus folgt, dafs das Licht bei jeder ungeraden Zahl von Reflexionen unter dem Winkel des Polarisationsmaximums elliptisch polarisirt, und bei jeder geraden Zahl von Reflexionen auf ein nach einer einzigen Ebene polarisirtes Licht zurückgeführt wird. Bei der Circular-Polarisation ist die Neigung φ dieser Ebene immer $\mp 45^\circ$, selbst nach funfzig Reflexionen, wovon ich mich durch directe Versuche überzeugt habe. Bei der elliptischen Polarisation jedoch nimmt die Neigung mit jeder Wiederherstellung ab, und beim Stahl wird sie so nach acht Reflexionen fast auf 0° reducirt, wo dann das gesammte Licht nach der Polarisationsebene polarisirt ist. Die elliptische Polarisation nimmt also stufenweise ab, und geht zuletzt in die geradlinige über.

Der Werth von φ , wie er in der vorhergehenden Tafel gegeben ist, und folglich die Anzahl von Reflexionen, nach welcher er sich 0° nähert, kann durch die Formel:

$$\text{tang } \varphi = \text{tang } \vartheta \cdot \text{tang } x$$

hergeleitet werden.

Nach der ersten Reflexion ist $x = +45^\circ$, und φ , oder die Neigung der Polarisationsebene des durch die zweite Reflexion wieder geradlinig polarisirten Strahls,

ist $= -17^\circ$, wie es der Versuch giebt. Das Licht also, welches die dritte Reflexion erleidet, und dadurch elliptisch polarisirt wird, ist nicht, wie ursprünglich $+45^\circ$ polarisirt, sondern nur -17° ; und wenn es demnach nach der vierten Reflexion wieder geradlinig polarisirt ist, muß der Werth von φ ein solcher seyn, daß er einer Gleichheit der Werthe von x und ϑ , die beide $=17^\circ$ sind, entspricht. Folglich wird die Formel:

$$\text{tang } \varphi = \text{tang}^2 x \text{ oder } \text{tang } \varphi = \text{tang}^n x,$$

worin n die Zahl der Paare von Reflexionen bezeichnet, oder die halbe Anzahl der Reflexionen, welche der wieder geradlinig polarisirte Strahl erlitten hat. Auf diese Weise ist die letzte Columnne der vorhergehenden Tafel berechnet. Dieselbe Formel repräsentirt auch, wie sie es thun muß, die Erscheinungen an den Grenzen der elliptischen Polarisation.

Bei der Circular-Polarisation, wo die Polarisationsebene des wiederhergestellten Strahls im Azimuthe 45° liegt, haben wir

$$x = 45^\circ; \text{ tang } x = 1$$

und

$$\text{tang } \varphi = \text{tang}^n x = 1$$

oder

$$\varphi = 45^\circ$$

nach jeder auch wie großen Zahl von Reflexionen.

Bei der geradlinigen Polarisation, wo $x = 0^\circ$, haben wir auf ähnliche Weise $\varphi = 0^\circ$, d. h. der Strahl ist nach der Polarisationsebene polarisirt.

Die obige Formel paßt auf jede Reihe von Reflexionen unter irgend einem Winkel, sobald der Werth von φ für das erste Glied der Reihe bekannt ist. Der Werth von φ für zwei Reflexionen, das erste Glied der Hauptreihe, kann nur durch den Versuch bestimmt werden, und ist in der vorhergehenden Tafel für mehrere Metalle gegeben. Doch können wir aus ihm den Werth von φ für das erste Glied irgend einer anderen Reihe auf folgende Weise bestimmen, vorausgesetzt, daß sie eine ge-

rade Zahl von Reflexionen einschliesse. Es sey x die Neigung nach zwei Reflexionen beim Winkel des Polarisationsmaximum, und φ der Werth von x nach irgend einer Zahl $2n$ von Reflexionen, so haben wir:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{\operatorname{tang} x + \operatorname{tang}^n x}{2} \dots\dots\dots (A)$$

wo $\operatorname{tang}^n x$ der Werth von φ beim Winkel des Polarisationsmaximums nach $2n$ Reflexionen ist. Da aber auch eine ungerade Zahl von Reflexionen in der Hauptreihe vorkommen kann, so ist die obige Regel auf diesen Fall nicht mehr anwendbar.

Folgende Tafel zeigt die Uebereinstimmung der Formel mit der Erfahrung.

Silber.

Zahl der Reflexionen.	Werth von n .	Einfallswinkel.	Neigung der Polarisations- ebene.	
			Beobachtet.	Berechnet.
2	1	73° 0'	39° 48'	39° 48'
4	2	82 30	37 45	37 22
6	3	85 6	35 0	35. 22

Stahl.

2	1	75 0	17 0	17 0
4	2	83 30	11 30	11 17
6	3	85 45	9 30	9 30

Wenn die Reihe mit einer ungeraden oder gebrochenen Zahl von Reflexionen beginnt, müssen wir durch die vorhergehende Formel den Werth von φ für die unmittelbar darüberliegende gerade Zahl bestimmen. Nennt man ν die ungerade oder gebrochene Zahl von Reflexionen, und N die unmittelbar über ν liegende gerade Zahl von Reflexionen, φ die durch die Formel (A) gegebene Neigung nach N Reflexionen, und φ' die verlangte Neigung, so haben wir:

$$\tan \varphi' = \tan x - \left[\nu - 2 \left(\frac{\tan x - \tan \varphi}{N - 2} \right) \right] \dots (B)$$

Die Richtigkeit dieser Formel ergibt sich aus der folgenden Tafel:

Silber.

Zahl d. Reflexionen. Einfallswinkel. Neigung der Polarisations-ebene.

		Beobachtet.	Berechnet.
3	79° 40'	38° 28'	38° 33'
5	77 13	33 10	33 36
5	84 5	26 0	26 24

Stahl.

3	77 37	13 15	14 11
5	84 38	10 30	10 23

Dieselben Resultate erhält man bei Winkeln von gleicher Phase unter dem Winkel des Polarisationsmaximums.

Diese letzte Formel paßt auch auf eine gerade Anzahl von Reflexionen; allein für eine gerade Anzahl giebt sie nicht genau dieselben Resultate wie die Formel (A). Der Unterschied fällt indefs weit innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler. Für vier Reflexionen z. B. ist die Neigung beim Silber nach der Formel (A) 37° 22', nach der Formel (B) dagegen 37° 34', der Unterschied also nur 12 Minuten.

In der Circular-Polarisation schwankt also die Polarisations-ebene des wiederum geradlinig polarisirten Lichts bei den successiven Reflexionen beständig mit der unveränderlichen Amplitude von +45° nach -45° um die Reflexions-ebene; während bei der elliptischen Polarisation dieselbe Ebene in einer fortwährend abnehmenden und zuletzt in der Reflexionsebene verschwindenden Amplitude oscillirt.

Beim Stahl, wie wir gesehen, ist die Polarisation sehr elliptisch, und die Schwingungsweite der Polaris-

tionsebene des wieder geradlinig polarisirten Lichts wird rasch auf Null gebracht; allein beim Silber, wo die Polarisation sich sehr der circularen nähert, nimmt die Amplitude der Oscillationen sehr langsam ab, wie die folgende Tafel zeigt:

No. d. Reflexionen von Silber unter 73° Incidenz.	Beschaffenheit des reflectirten Lichts.	φ oder Neigung der Polarisationssebene.	
		Beobacht.	Berechn.
1.	Elliptisch polarisirt		
2.	Wieder geradlinig polarisirt	—38° 15'	—38° 15'
3.	Elliptisch polarisirt		
4.	Wieder geradlinig polarisirt	+31 15	+31 52
5.	Elliptisch polarisirt		
6.	Wieder geradlinig polarisirt	—26 0	—26 6
12.	Wieder geradlinig polarisirt		+13 30
18.	Wieder geradlinig polarisirt		— 6 42
36.	Wieder geradlinig polarisirt		+ 0 47

Wegen der starken Dispersivkraft des Silbers fand ich es schwierig, mit weißem Lichte den Vergleich weiter zu treiben. Die Farben machten eine genaue Bestimmung der Polarisationssebene unmöglich.

Die vorhergehenden Resultate liefern die deutlichste Erklärung von den Erscheinungen, welche Stahl und Silber bei der Reflexion des gewöhnlichen Lichtes zeigen. Da das gewöhnliche Licht zweien gleichen nach $+45^\circ$ und -45° polarisirten Strahlen ähnlich ist, und da der Stahl die Polarisationssebenen zweier solcher Strahlen in Parallelismus mit der Reflexionsebene bringt, so muß das gewöhnliche Licht nach acht Reflexionen gänzlich nach der Reflexionsebene polarisirt seyn. Eben so sehen wir, weshalb das Silber nicht dieselbe Wirkung hervorbringt, weil nach acht Reflexionen die beiden Polarisationssebenen der Strahlen um 42° gegen einander neigen, so daß sie einen partiell polarisirten Strahl bilden.

Dieselben Resultate liefern uns auch eine Methode, zu berechnen, wie viel polarisirtes Licht in irgend einem

gewöhnlichen Lichtstrahl enthalten sey, der von Metallen reflectirt wird, unter Winkeln, bei denen die elliptische Polarisation in die geradlinige zurückgeführt wird. Um diese Portion für Stahl, nach zwei Reflexionen bei 75° , zu bestimmen, müssen wir erwägen, daß ein nach dem Azimuthe $+45^\circ$ polarisirter Strahl nach zwei Reflexionen in ein nach dem Azimuthe -17° polarisirtes Licht verwandelt ist, und eben so ein -45° polarisirter Strahl in einem $+17^\circ$ polarisirten. Ein Bündel gewöhnlichen Lichts wird also, nach zwei Reflexionen, aus zwei Strahlen, einen $+17^\circ$ und einem -17° polarisirten, von gleicher Intensität bestehen, und mithin sich in demselben Zustand befinden, wie gewöhnliches Licht, welches entweder unter 45° oder 68° von einer Glasfläche reflectirt worden ist. In der Formel *)

$$Q = 1 - 2 \sin^2 \varphi$$

haben wir also:

$$\varphi = 17^\circ \text{ und } Q = 0,829.$$

Bis hieher haben wir die elliptische Polarisation nur als beim Winkel des Polarisationsmaximums hervorgebracht betrachtet. Sie kann jedoch bei einer hinlänglichen Zahl von Reflexionen bei jedem gegebenen Winkel unter oder über dem Winkel des Polarisationsmaximums hervorgebracht werden, wie aus folgender Tafel hervorgeht, worin die angeführten Reflexionen von zwei parallelen Stahlplatten bewirkt wurden.

*) Man sehe meinen Aufsatz: Ueber das Gesetz der partiellen Polarisation des Lichts durch Reflexion. (In diesen Ann. Bd. 95. S. 269.)

No. der Reflexionen von Stahl, bei denen die elliptische Polarisation bewirkt wurde.	No. der Reflexionen, bei denen der Strahl wieder in einen ge- radlinig polarisirten verwandelt wurde.	Einfallswinkel.	
		Berechnet.	Beobachtet
3 , 9 , 15 u. s. w.	6, 12, 18 u. s. w.	85° 45'	86° 0'
2½, 7½, 12½ u. s. w.	5, 10, 15 u. s. w.	84 38	84 0
2 , 6 , 10 u. s. w.	4, 8, 12 u. s. w.	83 30	82 20
1½, 4½, 7½ u. s. w.	3, 6, 9 u. s. w.	79 39	73 0
1 , 3 , 5 u. s. w.	2, 4, 6 u. s. w.	75 0	75 0
1½, 4½, 7½ u. s. w.	3, 6, 9 u. s. w.	68 53	67 40
2 , 6 , 10 u. s. w.	4, 8, 12 u. s. w.	60 2	60 20
2½, 7½, 12½ u. s. w.	5, 10, 15 u. s. w.	56 5	56 25
3 , 9 , 15 u. s. w.	6, 12, 18 u. s. w.	51 24	52 20

Die Zahlen der dritten Columnne sind nach der folgenden Methode berechnet. Die Beziehung der vorhergenannten Erscheinungen zu dem Winkel des Polarisationsmaximums ist klar; und wenn wir die Natur der Formel

$$\tan \varphi = \frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')}$$

betrachten, so sehen wir, daß die Winkel, bei denen die geradlinige Polarisation des ursprünglichen Strahls zerstört wird, in Beziehung stehen zu der von der reflectierenden Fläche hervorgebrachten Drehung der Polarisationsebene. Und wirklich die Winkel der dritten Columnne, bei denen unter und über 75° ähnliche Wirkungen hervorgebracht werden, sind diejenigen, für welche φ gleiche Werthe hat. Dieß ist eine sehr wichtige Relation; sie setzt uns in den Stand, die Phase P der beiden ungleichen Portionen entgegengesetzt polarisirten Lichts zu bestimmen, durch deren Interferenz die elliptische Polarisation hervorgebracht wird.

Sie mag ausgedrückt werden durch:

$$P = 2R.$$

Allein:

$$R = 45^\circ - \varphi.$$

Mithin:

$$P = 45^\circ - 2\varphi$$

$$\text{tang } \varphi = \frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')}$$

Auf diese Weise erhalten wir die folgenden Resultate:

No. der Reflexionen für d. elliptische Polarisation.	Einfallswinkel auf Silber.	Einfallswinkel auf Stahl.	φ oder Neigung der Polarisations-ebene.	R oder Drehung der Polarisations-ebene.	P oder Phase.
3	85° 6'	85° 45'	30° 0'	15° 0'	30° = $\frac{1}{3}$ 90°
2 $\frac{1}{2}$	83 49	84 38	26 15	18 45	37 $\frac{1}{2}$ = $\frac{5}{12}$ 90
2	82 30	83 30	22 30	22 30	45 = $\frac{1}{2}$ 90
1 $\frac{1}{2}$	78 8	79 39	11 15	33 45	67 $\frac{1}{2}$ = $\frac{3}{4}$ 90
1	73 0	75 0	0 0	45 0	90 = $\frac{1}{1}$ 90
1 $\frac{1}{2}$	66 25	68 53	11 15	33 45	67 $\frac{1}{2}$ = $\frac{3}{4}$ 90
2	57 16	60 2	22 20	22 30	45 = $\frac{1}{2}$ 90
2 $\frac{1}{4}$	53 17	56 5	26 15	18 45	37 $\frac{1}{2}$ = $\frac{5}{12}$ 90
3	48 38	51 24	30 0	15 0	30 = 90

Bei den Resultaten der beiden vorhergehenden Tafeln, wo die Zahl der Reflexionen eine ganze ist, ist leicht einzusehen, wie ein elliptisch polarisirter Strahl seinen Lauf zu folgen beginnt, und wie er seine geradlinige Polarisation wieder erlangt durch dieselbe Zahl von Reflexionen, durch welche er sie verloren hat. Doch ist es interessant zu bemerken, dass, wenn die Zahl der Reflexionen $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ ist, der Strahl seine elliptische Polarisation in der Mitte zwischen der zweiten und dritten Reflexion erhalten haben muss, d. h. wenn er seine grösste Tiefe in der Metallfläche erreicht hat. Dann beginnt er seine geradlinige Polarisation wieder anzunehmen, wie zu Ende der 3ten, 5ten und 7ten Reflexion. Der Stillstandspunkt, bei dem die umgekehrte Wirkung anfängt, kann durch Veränderung einiger der Reflexionswinkel oder durch Combination von Metallplatten mit verschiedener Polarisationskraft in verschiedene Tiefe unter der Oberfläche versetzt werden.

Eben diese sonderbare Eigenschaft zeigt sich bei totalen Reflexionen, da ich gefunden habe, daß die Circular-Polarisation bei $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ u. s. w. Reflexionen erzeugt werden kann.

Bisher untersuchten wir hauptsächlich die Phänomene, wenn die Reflexionen entweder sämmtlich über oder sämmtlich unter dem Winkel des Polarisationsmaximums geschehen. Wir wollen nun den Fall untersuchen, wo eine Reflexion über, und die andere unter jenem Winkel bewirkt wurden.

Wenn ein nach dem Azimuth $+45^\circ$ polarisirter Strahl unter dem Winkel 85° oder 54° einmal von Stahl reflectirt worden ist, so hat er partiell den Zustand der elliptischen Polarisation erlangt, in solchem Grade, daß drei fernere Reflexionen unter demselben Winkel diesen Zustand vollständig machen. Wenn aber ein Strahl, welcher durch *eine* Reflexion bei 85° partiell elliptisch polarisirt ist, eine zweite Reflexion bei 54° erleidet, so erlangt derselbe keine elliptische Polarisation weiter, sondern nimmt wieder geradlinige Polarisation an. Die nämlichen Erscheinungen finden bei folgenden Winkeln statt.

Winkel der partiellen elliptischen Polarisation.	Werthe von φ .	Winkel bei Wiederannahme geradliniger Polarisation.	Werthe von φ .
1 Reflex. bei $87^\circ\frac{1}{2}$	$36^\circ\ 5'$	1 Reflex. bei 41°	$36^\circ\ 11'$
- - 85	27 28	- - 54	28 0
- - 80	12 12	- - 68	12 36
- - 77	5 24	- - 72	5 59
- - 75	0 0	- - 75	0 0

Beim Vergleiche dieser Winkel mit denen der vorhergehenden Tafel ist klar, daß sie einander entsprechen, und daß es diejenigen sind, bei welchen gleiche Phasen oder Drehungen bewirkt werden.

Die Wirkung zweier Reflexionen unter Winkeln

gleicher Phase auf die Neigung I der Polarisations-ebene ersieht man aus folgender Tafel:

				Neigung I der Polarisations-ebene.	
				Beobachtet.	Berechnet.
I Reflex. bei 90° und I bei 0°				45	$45^\circ 0'$
- - $87\frac{1}{2}$ - - 41				—	30 0
- - 85 - - 54				26	26 5
- - 80 - - 68				19	20 8
- - 77 - - 72				18	17 2
- - 75 - - 75				17	17 0

Die letzte Columnne dieser Tafel ist berechnet nach der Formel:

$$I = \tan \varphi (45^\circ - i) + i, \quad . \quad . \quad *)$$

wo $i = 17^\circ$ ist, oder gleich der Inclination nach zwei Reflexionen beim Winkel des Polarisationsmaximums.

Bis so weit haben wir die Erscheinungen nur für den Fall betrachtet, daß die auf einander folgenden Reflexionen in zusammenfallenden Ebenen geschehen. Die Untersuchung wird verwickelter und das Resultat interessanter, wenn die Ebene der zweiten Reflexion in irgend einem Azimuth liegt gegen die Ebene der ersten Reflexion, durch welche der Strahl entweder ganz oder theilweise elliptisch polarisirt worden ist.

Es sey ein Strahl durch *eine* Reflexion von Stahl bei 75° elliptisch polarisirt, und es seyen die Azimuthe gezählt von der Ebene dieser Reflexion. Wir haben bereits gesehen, daß eine zweite Reflexion bei 75° in den Azimuthen 0° und 180° dem Strahle die geradlinige Polarisation wieder giebt. Wenn wir aber die Ebene der zweiten Reflexion in das Azimuth 45° oder 225° drehen, ist der Winkel zur Wiederherstellung der geradlinigen Polarisation nicht mehr 75° , sondern 78° . Bei den Azimuthen 90° und 270° ist er wieder 75° , bei den

Azi-

*) Sicher sind hier Druckfehler vorhanden.

Azimuthen 135° und 315° ist er aber nur 68° , so daß er also von 68° bis 78° schwankt.

Folgende Tafel zeigt die beobachteten und berechneten Einfallswinkel zur Wiederherstellung der geradlinigen Polarisation in verschiedenen Azimuthen.

Azimuthe, von der Ebene der ersten Reflex. gerechnet.	Winkel d. Wiederherstellung d. geradlinigen Polarisation beim Stahl.	Complement des Winkels der Wiederherstellung oder Radien der Ellipse.	
		Beobachtet.	Berechnet.
0° und 180	75°	15°	$14^\circ,9$
$22\frac{1}{2} - 202\frac{1}{2}$	77	13	12 ,7
45 - 225	78	12	12
$67\frac{1}{2} - 247\frac{1}{2}$	$77\frac{3}{4}$	$12\frac{1}{4}$	12 ,7
90 - 270	75	15	14 ,9
$112\frac{1}{2} - 292\frac{1}{2}$	70	20	19
135 - 315	68	22	22
$157\frac{1}{2} - 337\frac{1}{2}$	70	20	19
180 - 360	75	15	14 ,9

Die Radien in den beiden letzten Columnen sind offenbar die einer der Ellipse nahe kommenden Curve, deren große Axe um 45° rechts, und deren kleine Axe um 45° links von der Ebene der ersten Reflexion liegt. Die große Halbaxe ist 22° , die kleine 12° . Nennt man also x den variablen Radius der Ellipse, a die große und b die kleine Halbaxe, so wie ϑ das Azimuth, gerechnet von der kleinen Axe, so haben wir:

$$x = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \cos^2 \vartheta + b^2 \sin^2 \vartheta}}$$

Worin, wenn

$$\vartheta = 45^\circ, 135^\circ \text{ u. s. w.}$$

ist:

$$\sin^2 \vartheta = \cos^2 \vartheta = \frac{1}{2} \text{ und } x = \frac{ab}{\sqrt{\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2}}.$$

Durch Berechnung der Werthe von x , die den Azimuthe entsprechen, erhält man:

muthen in der Tafel entsprechen, erhalten wir die Zahlen der letzten Columnne, welche den beobachteten Zahlen so nahe kommen, daß ohne Zweifel die Beobachtungen durch eine Ellipse dargestellt werden können.

Stellen wir denselben Versuch bei 73° mit einer Silberplatte an, so werden wir mit Erstaunen sehen, daß der Winkel der Wiederherstellung der geradlinigen Polarisation gleich ist in allen Azimuthen, d. h. daß die Ellipse in einen Kreis übergegangen ist. Es findet indeß eine schwache Abweichung statt, die eben hinreicht zu zeigen, daß der Kreis etwas länglich ist, allein um wie viel konnte ich nicht messen.

Dieses Resultat entspringt daraus, daß die elliptische Polarisation des Silbers beinahe circular ist. Nennt man β den Azimuthalwinkel der Polarisationsebene bei Wiederherstellung der geradlinigen Polarisation nach zwei Reflexionen, so hat man für das Verhältniß $a:b$, das der großen und kleinen Axe der Ellipse, den Ausdruck:

$$a : b = \sin 2\beta : \text{radius.}$$

Beim Stahl, wo $\beta = 17^\circ$, also $2\beta = 34^\circ$, haben wir $a : b = 0,559 : 1 = 12 : 21 \frac{1}{2}$, wenig abweichend von $12 : 22$, dem wirklichen Verhältniß.

Beim Silber, wo $\beta = 39^\circ 48'$, ist $a : b = 0,9835 : 1 = 17 : 17 \frac{1}{4}$.

Bei der Circular-Polarisation, wo $\beta = 45^\circ$, ist $a : b = 1 : 1$, was einen Kreis giebt.

Bei der geradlinigen Polarisation, wo $\beta = 0$, ist $a : b = 0 : 1$, und dieses giebt eine gerade Linie.

Es wird nun ein interessanter Gegenstand der Untersuchung, die Form und Lage der Ellipse zu ermitteln, für den Fall, daß der Einfallswinkel an der ersten Fläche größer oder kleiner ist, als der Winkel des Polarisationsmaximums.

Die folgenden Versuche wurden mit Silber, für das der Winkel des Polarisationsmaximums 73° ist, bei den Einfallswinkeln 80° und 68° angestellt.

Silber. — Einfallswinkel an der ersten Platte 80° .

Azimuth zur Rechten.	Complement des wiederherstellenden Einfallswinkels an der zweiten Platte.	Azimuth zur Linken.	Complement d. wiederherstellenden Einfallswinkels an der zweiten Platte.
0°	$28^\circ 2'$	0°	$28^\circ 2'$
$11\frac{1}{4}$	26 35	$11\frac{1}{4}$	24 40
$22\frac{1}{2}$	25 20	$22\frac{1}{2}$	21 0
$33\frac{3}{4}$	21 13	$33\frac{3}{4}$	16 40
45	18 20	45	14 35
$56\frac{1}{4}$	14 20	$56\frac{1}{4}$	11 10
$67\frac{1}{2}$	11 32	$67\frac{1}{2}$	10 0
$78\frac{3}{4}$	10 15	$78\frac{3}{4}$	10 0
90	10 0	90	10 0

Silber. — Einfallswinkel an der ersten Platte 68° .

0°	13°	0°	13°
$11\frac{1}{4}$	14	$11\frac{1}{4}$	13
$22\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	$22\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$
$33\frac{3}{4}$	16	$33\frac{3}{4}$	14
45	17	45	$14\frac{1}{2}$
$56\frac{1}{4}$	19	$56\frac{1}{4}$	$15\frac{1}{2}$
$67\frac{1}{2}$	20	$67\frac{1}{2}$	$16\frac{1}{2}$
$78\frac{3}{4}$	20	$78\frac{3}{4}$	18
90	20	90	20

In der ersten Versuchsreihe verhalten sich die Halbachsen der Ellipse wie $10^\circ : 28^\circ$, und die grössere dieser Axe liegt im Azimuthe 0° und 180° oder in der Ebene der ersten Reflexion.

In der zweiten Reihe ist das Verhältniss dieser Axen wie 13° zu 20° , und die grosse Axe liegt im Azimuthe 90° und 270° oder senkrecht gegen die Ebene der ersten Reflexion. In beiden Reihen herrscht indess rechts vom Azimuthe 0° eine Unsymmetrie in der Curve, da sie sich hier ausbiegt, wodurch sich zeigt, dass in beiden Reihen die grosse Axe etwas rechts vom Azimuthe 0° liegt.

Hieraus erhellt, dass beim Silber, dessen elliptische

Polarisation fast circular ist, die grofse Axe der Ellipse, welche die Winkel der Wiederherstellung regulirt, für alle Winkel gröfser als 73° , der Winkel des Polarisationsmaximums, in der Ebene der ersten Reflexion liegt. Von einem Kreise ab wird die Ellipse immer länger, bis sie, bei der Grenze 90° Incidenz, wo die kleine Axe 0° und die grofse 90° wird, in eine gerade Linie übergeht. Für Einfallswinkel kleiner als 73° hat die Ellipse ihre Axe senkrecht gegen die erste Reflexionsebene liegen, und sie nimmt von einem Kreise ab allmählig an Ellipticität zu, bis zu der Grenze 0° Incidenz, wo sie, indem die kleine Axe 0° , und die grofse 90° wird, wieder in eine gerade Linie übergeht.

Der eigenthümliche Charakter der elliptischen Polarisation zeigt sich auf eine andere Weise und mit besonderem Interesse in der veränderlichen Lage der Ellipsen, welche die Wiederherstellungswinkel auf Stahl reguliren.

Wir haben bereits gesehen, dafs die Curve, welche beim Silber für den Winkel des Polarisationsmaximums kreisförmig erscheint, beim Stahl eine Ellipse von den Halbaxen 12° und 22° ist, von denen die grofse Axe den Winkel 45° rechter Hand mit dem Azimuthe 0° macht.

Die folgende Tafel zeigt, wie die Erscheinungen sich mit Einfallswinkeln, gröfser und kleiner als der Winkel des Polarisationsmaximums, verändern.

Stahl. — Einfallswinkel 80°.

Azimuth rechts.	Complement des wiederherstellenden Einfallswinkels an der zweiten Platte.	Azimuth links.	Complement d. wiederherstellenden Einfallswinkels an der zweiten Platte.
0°	23°	0°	23°
11 $\frac{1}{4}$	25	11 $\frac{1}{4}$	20
22 $\frac{1}{2}$	26	22 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{3}$
33 $\frac{3}{4}$	24	33 $\frac{3}{4}$	13
45	20 $\frac{1}{2}$	45	11 $\frac{1}{2}$
56 $\frac{1}{4}$	18	56 $\frac{1}{4}$	10
67 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{3}$	67 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$
78 $\frac{3}{4}$	11	78 $\frac{3}{4}$	9 $\frac{3}{4}$
90	10	90	10

Stahl. — Einfallswinkel 68°.

0°	11	0°	11°
11 $\frac{1}{4}$	24	11 $\frac{1}{4}$	10
22 $\frac{1}{2}$	24 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{1}{2}$	9
33 $\frac{3}{4}$	25 $\frac{1}{2}$	33 $\frac{3}{4}$	9 $\frac{3}{4}$
45	26 $\frac{1}{3}$	45	11 $\frac{1}{2}$
56 $\frac{1}{4}$	25 $\frac{1}{3}$	56 $\frac{1}{4}$	15
67 $\frac{1}{2}$	20	67 $\frac{1}{2}$	18
78 $\frac{3}{4}$	21	78 $\frac{3}{4}$	20
90	22	90	22

Vergleicht man diese Resultate mit denen, welche mit Stahl bei 75° erhalten wurden, so wie mit den beim Uebergange der Ellipse in eine gerade Linie angestellten Beobachtungen, so ergeben sich die folgenden Resultate:

Einfallswinkel an d. ersten Stahlplatte.	Verhältn. der Halbachsen der Ellipse.	Charakter der Curven.	Azimuth der großen Axe der Ellipse.
0°	0° : 90°	Gerade Linie	90° u. 270°
68	9 : 26	Ellipse	zwisch. 45 u. 56 rechts
75	12 : 22	Ellipse	45 rechts
80	9 $\frac{1}{2}$: 26	Ellipse	22 $\frac{1}{2}$ rechts
90	0 : 90	Gerade Linie	0

Hieraus ist klar, daß die grofse Axe der Ellipse im Azimuthe $45^\circ \mp \varphi R$ rechts vom Azimuthe 0° liegt, wo φ sich durch die Formel ergibt:

$$\text{tang } \varphi = \frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')}.$$

Bei den Incidenzen 68° und 80° ist eine Abweichung von einigem Belange vorhanden, doch liegt sie bei Anwendung von gewöhnlichem Lichte schwerlich außerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler. Bei starkem Lichte wird die Uebereinstimmung ohne Zweifel vollkommen seyn.

Am besten bestimmt man die Lage der grofsen Axe, wenn man die zweite Platte unter solchen Winkel gegen den von der ersten Platte herkommenden Strahl stellt, daß er zwei bis drei Grad gröfser ist als der Winkel, bei dem die geradlinige Polarisation im Azimuthe 0° wieder hergestellt wird. Dreht man dann die zweite Platte um den Strahl in alle Azimuthe, von 0° bis 90° , des rechts liegenden, die grofse Axe enthaltenden Quadranten, so muß sie in zwei Azimuthe gelangen, wo die Wiederherstellung der geradlinigen Polarisation bei gleichen Einfallswinkeln stattfindet. Die Complementary (zu 90°) dieser beiden Einfallswinkel werden zwei gleiche Radien der Ellipse seyn, und folglich wird das Azimuth, welches in der Mitte jener beiden Azimuthe liegt, das der grofsen Axe der Ellipse seyn. Durch Vergrößerung des Einfallswinkels an der zweiten Platte, werden auf eben die Weise zwei andere Azimuthe mit gleichen Radien der Ellipse erhalten, und so kann man, wenn es nöthig ist, einen Einfallswinkel bekommen, wo die beiden Radien mit der grofsen Axe zusammenfallen.

Nachdem hiedurch die Lage der Ellipse gegeben ist, können wir sie für alle Einfallswinkel bestimmen. Nennt man x den Einfallswinkel an der ersten Platte, so werden wir vier Punkte in der Ellipse haben, wie folgt. Der Radius in den Azimuthen 90° und 270° ist immer

$90^\circ - x$, und der Radius in den Azimuthen 0° und 180° ist das Complement desjenigen Einfallswinkels, bei welchem φ in der letzten Gleichung denselben Werth hat wie der Winkel x . Hiedurch ist denn auch die Gestalt der Ellipse gegeben.

Bei diesen Versuchen war der ursprüngliche Strahl immer nach dem Azimuthe $+45^\circ$ polarisirt. Verändert die Polarisationsebene dieses Strahls ihre Lage, so thut es auch die des wiederhergestellten Strahls, wie bereits erwähnt wurde; es bleibt indeß noch zu untersuchen, welche Veränderung der Wiederherstellungswinkel *) erleidet. Die in den Azimuthen 0° , 90° , 180° und 270° liegenden Wiederherstellungswinkel oder Radian der Ellipse werden, bei allen Einfallswinkeln **), durch eine Verschiebung der ursprünglichen Polarisationsebene nicht verändert; allein bei allen intermediären Azimuthen der zweiten Platte nehmen die Wiederherstellungswinkel ab, wenn die ursprüngliche Polarisationsebene von 45° nach 0° hingehet, und sie nehmen zu, wenn diese von 45° nach 90° gedreht wird. Folgende Tafel zeigt den Fortgang der Veränderung, wenn die Azimuthe der zweiten Reflexion $+45^\circ$ und -45° sind.

*) D. h. der Einfallswinkel an der zweiten Platte, bei dem der Strahl wieder geradlinig polarisirt zurückgeworfen wird. (P)

**) An der ersten Platte.

S t a h l.

Neigung der ursprünglichen Polarisations- ebene.	Azimuth der zweiten Reflexion $+45^\circ$ rechts.		Azimuth der zweiten Reflexion -45° links.	
	Beobacht.	Berechn.	Beobacht.	Berechn.
0°	0°	$0^\circ \ 0'$	1°	$0^\circ \ 0'$
5	2	2 4	2	1 0
10	4	3 46	$3\frac{1}{2}$	2 3
15	6	5 43	$4\frac{1}{2}$	3 7
20	$8\frac{1}{2}$	7 50	6	4 14
25	11	9 54	6	5 26
30	13	12 11	7	6 43
35	15	14 40	8	8 6
40	18	17 25	$9\frac{1}{2}$	9 41
45	$20\frac{1}{2}$	20 30	$11\frac{1}{2}$	11 30

Diese Beobachtungen werden dargestellt durch die Formel:

$$\tan \vartheta = \tan a \cdot \tan x,$$

wo a der Wiederherstellungswinkel für den Fall, daß ϑ , die Neigung der ursprünglichen Polarisationsebene, 45° ist.

Von 45° zu 90° habe ich die Werthe von ϑ nicht gegeben, weil es, selbst bei starkem Lichte, schwierig ist den Anfang des Verschwindens zu beobachten. Bei 90° ist die Wirkung der ersten Platte Null, so daß bei dieser Grenze der Wiederherstellungswinkel derjenige ist, bei welchem die elliptische Polarisation wegen Kleinheit des Einfallswinkels nicht mehr sichtbar ist, welcher Winkel mit der Intensität des angewandten Lichts variirt.

Bisher haben wir nur die von zwei gleichartigen Metallplatten hervorgebrachten Erscheinungen betrachtet. Sind die Metalle ungleicher Art, das eine Silber, das andere Stahl, so ist, wie ich gefunden, bei dem mittleren Winkel des Polarisationsmaximums 74° die Neigung der Ebene des wieder zur geradlinigen Polarisation hergestellten Strahls $28^\circ 30'$. Allein $28^\circ 30' = \frac{1}{2}(39^\circ 48' + 17^\circ)$;

die Neigung ist also hier das Mittel zwischen der beim Silber und der beim Stahl. Durch vier Reflexionen bei 74° wurde die Inclination auf 14° reducirt, durch vier Reflexionen bei etwa 83° und 58° dagegen nur auf $21\frac{1}{2}^\circ$, was beinahe gleich ist $\frac{1}{2}(28^\circ 30' + 14^\circ)$, gemäß der Formel S. 233. Durch eine solche Combination ungleichartiger Metalle kann man demnach elliptische Polarisationen von allen Stärkegraden zwischen denen der gleichartigen Metalle hervorbringen.

Da die Circular-Polarisation der totalen Reflexion der Grenzfall der elliptischen Polarisation ist, so wird es wichtig, den innigen Zusammenhang und die fast vollkommene Aehnlichkeit beider durch Versuche nachzuweisen. Durch Reflexionen von Metallflächen combinirt mit totalen Reflexionen mußte dies auf einmal klar werden. Ich fand allgemein, daß eine Circular-Polarisation von beliebiger Stärke, wie sie durch eine oder mehrere Reflexionen vom Glas hervorgebracht wird, immer durch eine oder mehrere Reflexionen von Metallen auf die geradlinige Polarisation zurückgeführt werden kann, vorausgesetzt, daß die letzteren sämmtlich bei Winkeln kleiner als der des Polarisationsmaximums geschehen, und die Ebenen beider Klassen von Reflexionen parallel liegen.

Da dieses durch die ganze Reihe totaler Reflexionen von 41° bis 90° stattfindet, so folgt, daß die totale Reflexion darin von der Reflexion von Metallen verschieden ist, daß sie nicht zwei entgegengesetzte Arten von Circular-Polarisation erzeugt, wie die zwei entgegengesetzten Arten von elliptischer Polarisation, welche bei den Metallen an beiden Seiten des Winkels des Polarisationsmaximums stattfinden. Allein ungeachtet dies hat die circulare wie die elliptische Polarisation ein Maximum bei etwa 50° , von dem ab sie nach 41° Incidenz rasch, und auf der andern Seite nach 90° Incidenz langsam bis Null abnimmt.

Wenn eine Reflexion von Stahl combinirt wurde

mit zwei totalen Reflexionen von Glas bei $54\frac{1}{2}^{\circ}$, so betrug die Neigung der Polarisationssebene des wieder geradlinig polarisirten Strahls $30^{\circ}\frac{1}{2}$, das arithmetische Mittel zwischen 45° , dem Werthe dieser Neigung bei der totalen Reflexion, und 17° , dem Werthe derselben beim Stahl, denn $\frac{1}{2}(45^{\circ} + 17) = 31$. Mit Silber betrug die Neigung $42\frac{1}{2}^{\circ}$ und $\frac{1}{2}(45^{\circ} + 39^{\circ} 48') = 42^{\circ} 24'$.

Fängt man den circular polarisirten Strahl in verschiedenen Azimuthen mit einer Metallplatte auf, so findet man, daß im Azimuthe 90° die Circular-Polarisation durch eine Reflexion von Metall bei oberhalb 80° compensirt wird. Verringert man dieß Azimuth allmählig bis 0° , so nimmt der Compensationswinkel auch ab; bei Stahl geht er durch 75° , und er vermindert sich bis zu einer Zahl, die abhängig ist von dem Einfallswinkel, bei welchem die totale Reflexion bewerkstelligt wurde. Wir werden dadurch in Stand gesetzt, die Erscheinungen der Circular-Polarisation vermittelst der Metalle zu studiren, und Resultate zu erhalten, welche zu erlangen durch andere Methoden außerordentlich schwer, wenn nicht gar ganz unmöglich seyn würde. Dieser Gegenstand bietet indeß ein zu weites Feld dar, als daß er gelegentlich behandelt werden könnte.

III. Ueber die complementären Farben, welche bei successiven Reflexionen von polirten Metallflächen erzeugt werden.

Ich habe bereits im Allgemeinen von den Farbenerscheinungen der successiven Reflexionen gesprochen, und gezeigt, daß die dabei hervorgebrachten Farben keineswegs mit den der Krystallblättchen gleich sind, da sie durch successive Reflexionen nicht in der Skale in die Höhe steigen.

Bei meinen früheren Versuchen über totale und Mc-

tall-Reflexionen, betrachtete ich beide Klassen von Erscheinungen *mutatis mutandis* als völlig gleich, und bei Mittheilung dieser Resultate an den Dr. Young wies ich auf die Uebereinstimmung derselben mit seinen theoretischen Ansichten hin. Dr. Young führte im Artikel *Chromatics, Suppl. Encyclop. Britt. p. 157.* diese Versuche auf folgende Weise an. .

»Dr. Brewster has also shown that the total reflexion of light within a denser medium, and the brilliant reflexion at the surfaces of some of the metals, are capable of exhibiting some of the appearances of colour as if the light concerned were divided into two portions, the one partially reflected in the first instance, the other beginning to be refracted, and caused to return by the continued operation of the same power. The original interval appears to be extremely minute, but is capable of being increased by a repetition of similar reflexions as well as obliquity of incidence.«

In einem Briefe, welchen ich unter dem 25. März 1816 von diesem ausgezeichneten Physiker bekam, modificirt er einen Einwurf, den er mir früher gemacht, auf meine Meinung, daß die Erscheinungen herrührten von der Interferenz des in die Oberfläche eingedrungenen Lichts mit dem partiell reflectirten, folgendermassen:

»The light which you suppose to have entered a little way into a reflecting surface, in the case of total reflexion, is singularly circumstanced with regard to the objection I mentioned in my last letter. I did not like the idea of supposing a surface of any kind to contain a finit space: but, in fact, if your theory should be confirmed, this objection might be greatly diminished by the consideration, that the thickness of the surface would still like an infinitesimale of a different order from the interval corresponding to its apparent

effect, being the versed sine of a curve of which that small interval is the arc and possibly in a circle of curvature not very minute.«

Bei Fortsetzung meiner Versuche über diesen Gegenstand fand ich, daß die Farben der totalen Reflexion durch mehrmalige Wiederholung dieser Reflexion nicht in der Skale in die Höhe steigen; und da sie die Farben krystallisirter Körper modificiren, indem sie ihnen eine gewisse Portion einer Farbe hinzufügen oder von ihnen entnehmen, so machte ich zu Ende des Jahres 1816 in dem *Journal of the Royal Institution* (Vol. III. p. 213.) bekannt, »daß ich durch mehrmalige Anwendung der polarisirenden Kraft eine neue Art beweglicher Polarisation entdeckt habe, bei welcher die complementären Farben niemals über das Weiß (das bläuliche Weiß) der ersten Ordnung stiegen.« Ich bestimmte auf dem Wege des Versuchs die Winkel, bei denen diese Farbe successiv hervorgebracht und zerstört wurde, und so entdeckte ich einige der Haupteigenschaften der totalen Reflexion, bevor, wie ich glaubte, Hr. Fresnel irgend einen Versuch über diesen Gegenstand gemacht hatte. Er ist es jedoch welcher ausgemittelt hat, daß die neue Art von Polarisation die Circular-Polarisation sey, und es ist unmöglich von dem bei dieser Untersuchung an den Tag gelegten Talent und Scharfsinn hoch genug zu sprechen.

Diese Ansicht über die Erscheinungen der totalen Reflexion stießen die Meinungen um, welche ich in Bezug auf die Wirkung der Metalle gehegt hatte, und dadurch wurde ich bewogen, meine über diesen Gegenstand angestellten, aber noch nicht bekannt gemachten Versuche wieder vorzunehmen und zu erweitern.

Um die Wirkung einer einzelnen Metallfläche auszumitteln, nahm ich eine krystallisirte Glasplatte, deren centrale Farbe das bläuliche Weiß der ersten Ordnung, und

die positiv wie schwefelsaurer Kalk war. Der ursprüngliche Strahl war nach dem Azimuthe $+45^\circ$ polarisirt, und die Stahlplatte lag horizontal. Dieser Strahl wurde unter einer Incidenz von nahe 90° aufgefangen, und der Hauptschnitt des analysirenden Prisma's lag in der Ebene $+45^\circ$, während die Glasplatte ihrer Länge nach senkrecht gegen die Ebene $+45^\circ$ oder den Hauptschnitt des Prisma's befestigt war, so dafs sie sich längs derselben bewegen konnte

Bei der Incidenz 88° vom Metall wurde die Wirkung der Glasplatte zerstört, wenn man den Hauptschnitt des analysirenden Prisma's von $+45^\circ$ nach $+38^\circ$ drehte.

Dieselbe Wirkung wurde bei der Incidenz $83\frac{1}{2}^\circ$ hervorgebracht, wenn man jenen Hauptschnitt in die Ebene $+22\frac{1}{2}^\circ$ drehte.

Beim Winkel 75° , d. h. beim Winkel des Polarisationsmaximums fand die Compensation statt, wenn die Axe des Krystalls um 45° gedreht worden war.

Eben so trat bei dem Winkel 60° die Compensation ein, wenn man die Axe des Krystalls um $45^\circ + 22\frac{1}{2}^\circ$ oder in die Ebene $-22\frac{1}{2}^\circ$ gedreht hatte.

Bei dem Einfallswinkel 40° geschah die Compensation, wenn die Axe des Krystalls um $45^\circ + 37^\circ$ oder in die Ebene -37° gedreht worden war. Dieselben Resultate wurden erhalten, wenn das Licht vor seinem Durchgang durch den Krystall auf das Metall fiel.

Hieraus folgt, dafs die Wirkung des aequivalenten Krystalls, welcher in das Azimuthe 45° gegen die ursprüngliche Polarisationsebene gestellt ist, beim Winkel des Polarisationsmaximums durch die Wirkung der Metallfläche compensirt wird, während, bei gröfseren Einfallswinkeln, die Compensation in Azimuthen kleiner als 45° , und, bei geringeren Einfallswinkeln, in Azimuthen gröfser als 45° stattfindet.

Wenn die Reflexion von dem Metall in einer ge-

gen den Meridian senkrechten Ebene geschieht, wird die entgegengesetzte Wirkung hervorgebracht.

Die Winkel, bei denen in den vorhergehenden Versuchen die Compensation stattfindet, sind offenbar solche, daß, wenn man R den Drehungswinkel der Krystallaxe nennt, dieser immer zu dem Einfallswinkel i die Relation hat:

$$\text{tang}(45^\circ - R) = \frac{\cos(i + i')}{\cos(i - i')}.$$

Hiedurch werden wir zu dem wichtigen Schluß geführt, daß der in das Metall eindringende Lichtbündel die Polarisationsveränderungen des partiell reflectirten Lichtbündels befolgt, welcher durch dasselbe Gesetz wie in durchsichtigen Körpern regulirt wird.

Es wurde nun interessant zu untersuchen, welche Veränderung in der Lage der Polarisationsebene des wieder hergestellten Strahls durch die vereinte Wirkung eines Metalls und eines aequivalenten Krystalls hervorgebracht werde. Folgende Tafel enthält die Resultate mit verschiedenen Metallen beim Winkel des Polarisationsmaximums.

Metall.	Lage d. Polarisationsebene.	Bewirkte Drehung.
Reines Silber	+ 42	3
Kupfer	+ 36 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$
Quecksilber	+ 35	10
Platin	+ 34	11
Spiegelmetall	+ 32	13
Stahl	+ 30 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$
Blei	+ 26	19
Bleiglanz	+ 17 $\frac{1}{2}$	27 $\frac{1}{2}$

Diese Metalle befolgen in ihrer Wirkung auf die Polarisationsebene dieselbe Ordnung, welche sie in der Tafel, S. 229., einnehmen, obgleich, was die wirklich in

beiden Fällen bewirkte Drehung betrifft, die Ordnung umgekehrt ist.

Die vorstehende Tafel zeigt auf eine sehr belehrende Weise den Unterschied zwischen der Wirkung einer Metallfläche und eines entsprechenden Krystallblättchens. Wenn zwei Metallflächen gemeinschaftlich wirken, wird die Polarisationssebene des wieder hergestellten Strahls ohne Ausnahme jenseit der Reflexionsebene geworfen; ist dagegen ein Krystallblättchen mit einer Metallfläche combinirt, so erreicht jene Ebene niemals die Reflexionsebene; im ersten Falle hat die Polarisationssebene eine negative Lage, im letzteren eine positive. So wird die Polarisationssebene des ursprünglich nach dem Azimuthe $+45^\circ$ polarisirten Strahls durch zwei Reflexionen von Silber bei 73° in das Azimuth $-39^\circ 48'$ gebracht, wogegen, wenn die zweite Reflexion von einer Krystallschicht geschieht, die Ebene nur in das Azimuth $+42^\circ$ gedreht wird.

Um das Gesetz der Wirkung der Metalle für verschiedene Einfallswinkel und eine verschiedene Zahl von Reflexionen zu bestimmen, stellte ich zwischen dem Auge und dem Metall, hier Silber, eine Kalkspathplatte auf, welche ihr einaxiges Ring-System zeigte.

Der modificirende Einfluss des Metalls auf die Ringe war bei 73° ein Maximum, wie es Tafel III. Figur 2. zeigt, gerade wie wenn sie von einem positiven Krystallblättchen gekreuzt worden wären, welches das blasse Bläulich-Weiß der ersten Ordnung polarisirt, und welches mit seiner Axe im Azimuthe $+45^\circ$ liegt, d. h. in dem, welches den rechten Winkel zwischen den Polarisationssebenen der beiden vom Metalle polarisirten Lichtbündel halbirt. Der Einfluss des Metalls, oder die Farbe, welche es polarisirt, nimmt allmählig ab von 73° bis zu 90° , wo sie verschwindet, und wo also die Ringe ihre Symmetrie und ihre Farben wie-

der annehmen. Bei dieser Grenze liegt die Axe des aequivalenten Krystallblättchens in der Linie AB (Taf. III. Fig. 3.), welche noch den Winkel zwischen den Ebenen der beiden rechtwinklich polarisirten Strahlen halbirt. In Fig. 3. sind die Ringe nicht in ihrer eigentlichen Gestalt abgebildet, sondern genau so, wie die Metalle bei einer Incidenz von 86° oder 87° auf sie einzuwirken anfangen. Bei Incidenzen von 73° bis zu 0° findet die entgegengesetzte Wirkung statt, und bei 0° nehmen die Ringe ihre Symmetrie wieder an. Die Axe des aequivalenten Krystallblättchens liegt jetzt vertical und halbirt den Winkel zwischen den Ebenen der beiden rechtwinklich polarisirten Strahlen. Die Gestalt der Ringe, ehe sie ihre Symmetrie wieder annehmen, ist in Taf. III. Fig. 4. abgebildet.

Bei allen intermediären Einfallswinkeln nimmt die Axe AB eine intermediäre Lage ein. Nennt man A die Neigung der Axe gegen die Reflexionsebene, so haben wir

$$A = \varphi + 45^\circ,$$

wo φ positiv ist von 90° bis 73° , und negativ von 73° bis 0° .

Die Intensität der, wenn man so sagen darf, metallischen Farbe, oder der positiven aequivalenten Platte T wird seyn:

$$T = \frac{1}{2} \frac{P}{90} = \frac{2R}{360} = \left(\frac{45^\circ - \varphi}{180} \right).$$

Hieraus ersehen wir das Irrthümliche des bisher aufgestellten Satzes, daß eine Vermehrung der Incidenz, gerechnet vom Perpendikel, gleiche Wirkung hervorbringe, wie eine Vermehrung der Dicke bei dünnen Krystallblättchen.

Wenn die Ringe combinirt sind mit zwei Reflexionen von Silber bei 73° , oder von Stahl bei 75° , so erleiden sie nicht die geringste Veränderung, sobald der Hauptschnitt des Prisma's für das Silber in das Azimuth

— $39^{\circ} 48'$ und für den Stahl in das Azimuth — 17° gestellt wird. Durch zwei Reflexionen zwischen 73° oder 75° und 90° wird jedoch eine Wirkung auf die Ringe hervorgebracht, welche beim Silber von 73° bis $82^{\circ} 30'$ allmählig zunimmt und von $82^{\circ} 30'$ bis 90° abnimmt. Bei $82^{\circ} 30'$ ist die Wirkung dieselbe wie nach einer einzigen Reflexion bei 73° . Denn da vier Reflexionen bei $82^{\circ} 30'$ die elliptische Polarisation des Strahls in eine geradlinige verwandeln, so müssen zwei Reflexionen bei demselben Winkel eine vollständige elliptische Polarisation hervorbringen. Bei Winkeln zwischen $82^{\circ} 30'$ und 90° ist der Lichtbündel nur partiell elliptisch polarisirt; wogegen derselbe von $82^{\circ} 30'$ bis 73° mehr als elliptisch polarisirt ist, indem die Wiederherstellung zur geradlinigen Polarisation während der zweiten Reflexion begonnen hat. Um also die Phase für irgend einen Winkel zwischen 82° und $90^{\circ} 30'$ zu bestimmen, müssen wir die Summe der Phasen für jede Reflexion, oder $2P$ nehmen. Zwischen $82^{\circ} 30'$ und 73° müssen wir dagegen den Ueberschufs der Summe beider Phasen über 90° , oder $90^{\circ} - 2P$ nehmen. In beiden Fällen hat der Lichtbündel eine partielle elliptische Polarisation erlitten, in dem ersten durch die Summe der Wirkungen beider Reflexionen, in dem letzteren, durch ihre unaufgehobenen Wirkungen. Genau dieselben Wirkungen finden statt zwischen 73° und $57^{\circ} 16'$, dem andern Minimum, wie zwischen 73° und $82^{\circ} \frac{1}{2}^{\circ}$; und zwischen $57^{\circ} 16'$ und 90° , wie zwischen $82^{\circ} \frac{1}{2}^{\circ}$ und 90° .

Für drei Reflexionen giebt es zwei Wiederherstellungspunkte oder Knoten, nämlich bei $78^{\circ} 8'$ und $66^{\circ} 35'$; die Maxima liegen bei $85^{\circ} 6'$, 73° und $48^{\circ} 38'$, und bei jedem derselben ist die Phase 90° . Bei 73° verwandelt die zweite Reflexion die von der ersten Reflexion erzeugte elliptische Polarisation in eine geradlinige, und die dritte Reflexion bringt wieder elliptische Polarisation

hervor. Bei $85^{\circ} 6'$ und $48^{\circ} 38'$ bewirken sechs Reflexionen eine Wiederherstellung zur geradlinigen Polarisation, und folglich müssen drei Reflexionen den Strahl elliptisch polarisirt haben mit einer Phase von 90° . Von $85^{\circ} 6'$ bis 90° und von $48^{\circ} 38'$ bis 0° ist der Lichtbündel nur partiell elliptisch polarisirt, und die Phase bei jedem dazwischen liegenden Winkel ist $3P$. Bei jedem Winkel zwischen $48^{\circ} 38'$ und $85^{\circ} 6'$ ist die Phase $(2 \times 90) - 3P$.

Ist n die Zahl der Reflexionen, so wird im Allgemeinen die Phase zwischen 90° und dem nächsten Minimum, und zwischen 0° und dem nächsten Maximum seyn: nP , während sie bei allen andern Einfallswinkeln seyn wird $(n - 1) 90 - nP$.

Um eine allgemeine Uebersicht von der Zahl der Wiederherstellungspunkte und von andern nach mehrmaliger Reflexion eintretenden Erscheinungen zu geben, habe ich die folgenden Tafeln entworfen.

T a f e l I.

Anzahl der Reflexionen von Silber, bei welcher elliptisch polarisiertes Licht zu geradlinig polarisiertem wieder hergestellt wird, nebst den entsprechenden Einfallswinkeln und der Lage der wiederhergestellten Polarisationsebene in Bezug auf die Reflexionsebene, berechnet für 20 Reflexionen.

(Für Winkel kleiner als der des Polarisationsmaximums.)

Anzahl der Reflexionen.	Ganze Multipla.	Wiederherstellungswinkel.	Anzahl der Reflexionen.	Ganze Multipla.	Wiederherstellungswinkel.
— 2	+ 4 — 6 + 8 — 10 + 12 — 14 + 16 — 18 + 20	71° 0'	3 $\frac{2}{3}$	+ 19	58° 15'
2 $\frac{1}{2}$	+ 19	71 42	— 4	+ 8 — 12 + 16 — 20	57 16
2 $\frac{3}{4}$	+ 17	71 32	4 $\frac{1}{4}$	+ 17	55 54
2 $\frac{1}{2}$	+ 15	71 23	4 $\frac{1}{2}$	+ 13	55 29
2 $\frac{1}{4}$	— 13	71 8	4 $\frac{3}{4}$	— 9 + 18	54 42
2 $\frac{1}{8}$	+ 11	70 48	4 $\frac{1}{2}$	— 14	53 54
2 $\frac{1}{16}$	— 20	70 34	4 $\frac{3}{4}$	— 19	53 31
2 $\frac{1}{32}$	— 9 + 18	70 17	5	+ 10 + 15 + 20	52 27
2 $\frac{1}{64}$	— 16	69 53	5 $\frac{1}{2}$	— 16	51 5
2 $\frac{1}{128}$	+ 7 + 14	69 29	5 $\frac{1}{4}$	— 11	50 27
2 $\frac{1}{256}$	— 19	69 3	5 $\frac{3}{4}$	— 17	49 49
2 $\frac{1}{512}$	— 12	68 59	6	+ 12 — 18	48 38
2 $\frac{1}{1024}$	— 17	68 33	— 6 $\frac{1}{2}$	+ 19	47 23
2 $\frac{1}{2048}$	— 5 + 10 — 15 + 20	67 54	6 $\frac{1}{4}$	— 13	46 57
2 $\frac{1}{4096}$	— 18	67 14	6 $\frac{3}{4}$	— 20	46 32
2 $\frac{1}{8192}$	+ 13	66 58	7	+ 14	45 35
2 $\frac{1}{16384}$	— 8 + 16	66 25	7 $\frac{1}{2}$	— 15	44 13
2 $\frac{1}{32768}$	+ 19	66 0	8	+ 16	43 0
2 $\frac{1}{65536}$	— 11	65 45	— 8 $\frac{1}{2}$	+ 17	41 52
2 $\frac{1}{131072}$	— 14	65 23	9	+ 18	40 51
2 $\frac{1}{262144}$	+ 17	65 9	9 $\frac{1}{2}$	— 19	39 51
2 $\frac{1}{524288}$	— 20	65 0	— 10	+ 20	39 0
2 $\frac{1}{1048576}$	+ 6 + 9 + 12 + 15 + 18	63 43	— 11		37 15
2 $\frac{1}{2097152}$	— 19	62 29	+ 12		35 50
2 $\frac{1}{4194304}$	— 16	62 15	— 13		34 33
2 $\frac{1}{8388608}$	— 13	61 55	— 14		32 30
2 $\frac{1}{16777216}$	— 10	61 20	+ 15		32 15
2 $\frac{1}{33554432}$	— 17	60 53	— 16		31 17
2 $\frac{1}{67108864}$	— 7 + 14	60 15	+ 17		30 30
2 $\frac{1}{134217728}$	— 18	59 38	— 18		29 42
2 $\frac{1}{268435456}$	+ 11	59 13	+ 19		28 56
2 $\frac{1}{536870912}$	— 15	58 42	— 20		28 10

T a f e l I I.

Anzahl der Reflexionen von Silber, bei welcher elliptisch polarisirtes Licht zu geradlinig polarisirtem wieder hergestellt wird, nebst den entsprechenden Einfallswinkeln und der Lage der wieder hergestellten Reflexionsebene in Bezug auf die Reflexionsebene, berechnet für 20 Reflexionen.

(Für Winkel größer als der des Polarisationsmaximums.)

Anzahl der Reflexionen	Gleiche Multipla.	Wiederherstellungswinkel.	Anzahl der Reflexionen.	Ganze Multipla.	Wiederherstellungswinkel.
— 2	+ 4 — 6 + 8 — 10 + 12 — 14 + 16 — 18 — 20	73° 0'	3 $\frac{4}{3}$	— 19	82° 8'
2 $\frac{1}{4}$	— 19	74 9	— 4	+ 8 — 12 + 16 — 20	82 30
2 $\frac{1}{2}$	+ 17	74 18	4 $\frac{1}{4}$	+ 17	82 58
2 $\frac{3}{4}$	— 15	74 28	4 $\frac{1}{2}$	— 13	83 16
2 $\frac{1}{2}$	+ 13	74 44	4 $\frac{3}{4}$	+ 9 — 18	83 23
2 $\frac{1}{2}$	— 11	75 0	4 $\frac{5}{8}$	— 14	83 38
2 $\frac{3}{8}$	— 20	75 12	4 $\frac{3}{4}$	+ 19	83 45
2 $\frac{1}{2}$	+ 9 + 18	75 26	— 5	+ 10 — 15 + 20	84 5
2 $\frac{3}{8}$	— 16	75 43	5 $\frac{1}{2}$	— 16	84 27
2 $\frac{1}{2}$	— 7 + 14	76 2	5 $\frac{1}{4}$	+ 11	84 38
2 $\frac{3}{8}$	+ 19	76 19	5 $\frac{1}{2}$	— 17	84 48
2 $\frac{1}{2}$	— 12	76 33	— 6	+ 12 — 18	85 6
2 $\frac{3}{8}$	+ 17	76 44	6 $\frac{1}{4}$	— 19	85 22
2 $\frac{1}{2}$	+ 5 + 10 + 15 + 20	77 13	6 $\frac{1}{2}$	+ 13	85 30
2 $\frac{3}{8}$	— 18	77 38	6 $\frac{3}{4}$	— 20	85 36
2 $\frac{1}{2}$	— 13	77 48	— 7	+ 14	85 49
2 $\frac{3}{8}$	— 8 + 16	78 38	7 $\frac{1}{2}$	+ 15	86 7
2 $\frac{1}{2}$	— 19	78 23	— 8	+ 16	86 21
2 $\frac{3}{8}$	+ 11	78 33	8 $\frac{1}{4}$	+ 17	86 35
2 $\frac{1}{2}$	— 14	78 47	— 9	+ 18	86 46
2 $\frac{3}{8}$	+ 17	78 57	9 $\frac{1}{2}$	+ 19	86 56
2 $\frac{1}{2}$	— 20	79 4	— 10	+ 20	87 5
— 3	+ 6 — 9 + 12 — 15 + 18	79 40	— 11		87 20
3 $\frac{1}{2}$	+ 19	80 37	— 12		87 35
3 $\frac{1}{4}$	— 16	80 24	— 13		87 46
3 $\frac{3}{4}$	+ 13	80 34	— 14		87 56
3 $\frac{1}{2}$	— 10 + 20	80 50	— 15		88 4
3 $\frac{3}{4}$	— 17	81 2	— 16		88 11
3 $\frac{1}{2}$	+ 7 + 14	81 19	— 17		88 18
3 $\frac{3}{4}$	— 18	81 35	— 18		88 24
3 $\frac{1}{2}$	— 11	81 45	— 19		88 28
3 $\frac{3}{4}$	+ 15	81 57	— 20		88 33

Die erste Columnne der vorhergehenden Tafeln giebt die kleinste Anzahl von Reflexionen, bei der ein elliptisch polarisirter Strahl bei dem in der dritten Columnne enthaltenen Winkel wieder in einen geradlinig polarisirten Strahl verwandelt wird. Bei der halben Anzahl dieser Reflexionen wird das Licht also elliptisch polarisirt bei demselben Winkel. So z. B. wird ein Strahl nach drei Reflexionen bei $63^{\circ} 43'$ oder $79^{\circ} 40'$ in einen geradlinig polarisirten verwandelt; folglich ist er, bei jenen Winkeln, nach $1\frac{1}{2}$ Reflexionen elliptisch polarisirt. Dies ist leicht zu verstehen, wenn die Zahl der Reflexionen eine ganze ist; allein es erfordert eine Erläuterung, wenn die Zahl zum Theil eine gebrochene ist. Es ist bereits S. 238. angegeben, daß die elliptische Polarisation durch irgend eine Bruchzahl von Reflexion vervollständigt werden kann; da sie nun vom Momente ihrer Vervollständigung an wieder in die geradlinige Polarisation überzugehen anfängt, und nach jener solchen Wiederherstellung abermals in die elliptische zurückgeht, so können die Wiederherstellungspunkte in der Mitte einer Reflexion liegen; und obgleich wir nicht zu untersuchen vermögen, was an diesen Punkten vorgeht, so muß die Wirkung doch zum Vorschein kommen, wenn die in der ersten Columnne enthaltene Bruchzahl von Reflexionen so oft wiederholt wird, daß sie eine ganze Zahl wird. So wird ein Strahl, der durch $1\frac{1}{3}$ Reflexionen elliptisch polarisirt ist, durch $2\frac{2}{3}$ Reflexionen bei demselben Winkel zu einem geradlinig polarisirten zurückgeführt. Dasselbe geschieht auch durch $2\frac{2}{3} \times 2 = 5\frac{1}{3}$ und durch $2\frac{2}{3} \times 3 = 8$ Reflexionen, in welchem Falle seine Zurückführung zur geradlinigen Polarisation bei der achten Reflexion unter demselben Winkel sichtbar wird, eben so auch bei der 16ten und 24sten, u. s. w. In diesem Falle wird die Phase P seyn $\frac{90^{\circ}}{1\frac{1}{3}} = 67\frac{1}{2}^{\circ}$, $R = 33^{\circ} 45'$ und $\varphi = 11^{\circ} 15'$, woraus wir folgern, die Einfallswinkel seyen $63^{\circ} 43'$

und $79^{\circ} 40'$. Um die Existenz jener Wiederherstellungspunkte zu ermitteln, machte ich den Versuch bei fünf und sieben Reflexionen, als den Multiplis von $2\frac{1}{2}$ und $2\frac{2}{3}$, und ich fand die Winkel für fünf Reflexionen gleich 68° , und für sieben Reflexionen gleich 70° , anstatt $67^{\circ} 54'$ und $69^{\circ} 29'$, wie sie sich aus der Formel ergeben.

Die Zahlen der zweiten Columnne mit den Zeichen $+$ und $-$ sind die ganzen Multipla der Zahlen in der ersten Columnne, und sie zeigen die Anzahl der Reflexionen, bis zu zwanzig, bei welcher elliptisch polarisirtes Licht wieder in geradlinig polarisirtes verwandelt wird. Das Zeichen $+$ zeigt, daß die Polarisationssebene des wieder geradlinig polarisirten Strahls zur Rechten, und das Zeichen $-$, daß sie zur Linken der Reflexionsebene liegt. Um diese Zeichen zu bestimmen, müssen wir erwägen, daß sie in demselben Quadranten nothwendig abwechseln. Nun sind bei 73° , dem Winkel des Polarisationsmaximums, die Zeichen: $-2, +4, -6, +8, -10, +12$ u. s. w., und ich habe auch gefunden, daß alle ungeraden (*integer*) Zahlen der ersten Columnne in Tafel I. das $+$ oder positive Zeichen haben, wie $+3, +5, +7, +9$ u. s. w., und alle geraden Zahlen das $-$ oder negative Zeichen, wie $-4, -6, -8, -10$ u. s. w., dagegen in der Tafel II. alle ganzen Zahlen, gerade wie ungerade, negativ sind, wie $-3, -4, -5, -6$ u. s. w. Geht man demnach von diesen Punkten aus und beachtet die Abwechslung der Zeichen, so ist es leicht, für irgend eine Anzahl von Reflexionen, sie sey nun ein Multiplum von einer ganzen oder gemischten Zahl, die richtigen Zeichen zu bestimmen.

Zur Erläuterung dieser Tafel habe ich ihre Resultate bis zu sechs Reflexionen in Taf. III. Fig. 5. bildlich dargestellt. Die concentrischen Bögen I I, II II u. s. w. stellen den Quadranten der Incidenz für eine, zwei u. s. w. Reflexionen dar; B ist der Punkt der Incidenz 90° , und C der der Incidenz 0° , der Punkt D oder die Linie AD

ist der Punkt oder die Linie des Polarisationsmaximums, für Silber z. B. 73° ; durch die Punkte 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w. sind die Punkte oder Knoten, und durch deren Abstände von *C* die Winkel der Wiederherstellung angedeutet. Die Ovale zwischen den Punkten 1, 2, 3 u. s. w. sind gezogen, um eine Idee zu geben von der Intensität der elliptischen Polarisation, die ihre Minima bei den Punkten 1, 2, 3 u. s. w. und ihre Maxima bei den dazwischen liegenden Punkten hat. Die Punkte des Maximums der Intensität halbiren die Ovale nicht, oder haben nicht gleiche Abstände von den Minimis 1, 2 u. s. w.; vielmehr ist ihre Relation zu diesen von der Art, daß das Maximum für n Reflexionen das Minimum ist für $2n$ Reflexionen, die demselben Winkel entsprechen. So ist das Maximum für *eine* Reflexion, z. B. bei 73° , das Minimum für zwei Reflexionen; und die Maxima für zwei Reflexionen, z. B. bei $82^\circ 30'$ und $63^\circ 43'$, sind die Minima für vier Reflexionen. Das Maximum kann direct gefunden werden durch Berechnung des Einfallswinkels, welcher einer zwischen zwei das Maximum einschließenden Minimis liegenden Phase entspricht.

Nachdem ich so die verschiedenen Punkte des Quadranten bestimmt habe, bei welchen die elliptische Polarisation erzeugt, und bei welchen sie zerstört wird, nach irgend einer Anzahl von Reflexionen, werde ich untersuchen, wodurch die lebhaften complementären Farben entstehen, welche diese Phänomene begleiten.

Da bei jedem durchsichtigen Körper der Winkel des Polarisationsmaximums einen besonderen Werth besitzt, welcher von dem Refraktionsindex jeder Farbe des Spectrums abhängig ist, und da die elliptische Polarisation bei dem Winkel des Polarisationsmaximums hervorgebracht wird, so ist es natürlich anzunehmen, daß dieser Winkel für jeden Farbenstrahl ein anderer sey. Daß dieß der Fall sey, kann leicht erwiesen werden, wenn man bei homogenem Lichte die Wiederherstellungswinkel

nach zwei Reflexionen mißt. Beim Silber beträgt der Winkelunterschied für rothes und blaues Sonnenlicht etwa 5° ; so dafs, wenn der Winkel des Polarisationsmaximums für die mittleren gelben Strahlen 73° ist, er für die blauen $70\frac{1}{2}^\circ$, und für die rothen $75\frac{1}{2}^\circ$ seyn wird. Wenn wir demnach einen Bündel weissen Lichts, der zweimal bei $70\frac{1}{2}^\circ$ reflectirt worden ist, untersuchen, und den Hauptschnitt des analysirenden Prisma's dabei in das Azimuth $—39^\circ 48'$ stellen, so verschwinden die blauen Strahlen, und die rothen bleiben sichtbar. In gleicher Weise verschwinden die rothen bei dem Winkel $75^\circ 30'$ und das complementäre Blau wird sichtbar; wogegen beim Winkel 73° das Gelb verschwindet, und Blau und Roth zusammen sichtbar werden, diefs- und jenseits der Stelle, wo das Gelb verschwunden ist. Bei Einfallswinkeln gröfser als $75\frac{1}{2}^\circ$ und kleiner als $70\frac{1}{2}^\circ$, und auch bei dazwischenliegenden Winkeln wird das Blau oder das Roth in dem Bündel vorherrschen, das Blau bei allen Winkeln gröfser als 73° , und das Roth bei allen Winkeln kleiner als 73° . Und gerade so sind die Erscheinungen, wie aus folgender Tafel hervorgeht.

Einfallswinkel bei
den beiden
Reflexionen.

Farben bei gewöhnlichem Lichte.

63°	Sehr blasses Gelb, bei geringeren Incidenzen weifser werdend.
64	Blasses Gelb.
65	Blasses Saffran-Gelb.
66	Saffran-Gelb.
67	Blässeres Orange-Gelb.
68	Orange-Gelb.
69	Röthliches Orange.
70	Ziegelroth.
70 $\frac{1}{2}$	Zinnoberroth.
71	Scharlach.
72	Helles Nelkenroth.

Einfallswinkel
bei den beiden
Reflexionen.

Farben bei gewöhnlichem Lichte.

73°	Dunkles Nelkenroth.
74	Dunkles China-Blau.
75	Indigo.
75 $\frac{1}{2}$	Reines Hellblau.
76	Blasseres Blau.
77	Weißliches Blau.
78	Bläuliches Weiß, bei größeren Winkeln weiß werdend.

Aus dem bereits Angeführten ist ersichtlich, daß bei homogenem gelbem Lichte der Strahl nicht verschwindet, wenn er von 73°, wo er verschwindet, übergeht zu 90° und 0°, wo er abermals verschwindet; allein die Intensität des ungewöhnlichen Strahls im analysirenden Rhomboëder wächst, von 0° bis zur Hälfte des reflectirten Lichts, von 73° einerseits bis 82 $\frac{1}{2}$ °, andererseits bis 57° 16', und nimmt von diesen Punkten ab bis nach 90° und 0°. Dasselbe gilt für die rothen und blauen Strahlen; die ersteren haben das Maximum ihrer Intensität bei einem Winkel größer als 82° $\frac{1}{2}$ und größer als 57° 16'; die letzteren bei einem Winkel kleiner als 82° $\frac{1}{2}$ und kleiner als 57° 16'.

Um die Erscheinungen bei homogenem Lichte auszumitteln, nehme man an, das polarisirte gelbe Licht erleide vier Reflexionen von Silber, und bedenke, was in dem Ovale 2, 3 des Quadranten IV, IV, Fig. 5. Taf. III., vorgehen würde. Bei dem Knoten 2, oder bei 73°, ist die Neigung der Polarisationssebene des wieder hergestellten Strahls +31° 52', und beim Knoten 3, oder bei 82° 30', ist sie -37° 22', der Punkt des Maximums zwischen 2 und 3 liegt bei 78° 8'. Stellen wir, für den Einfallswinkel 73°, den Hauptschnitt des analysirenden Prisma's in die Ebene +31° 52', so wird der ungewöhnliche Strahl verschwinden, und das Licht geht in das ge-

wöhnliche Bild über; dasselbe geschieht, wenn wir ihn, für den Einfallswinkel $82^{\circ} 30'$, in die Ebene $-37^{\circ} 22'$ stellen. Bei 74° wird eine geringe Portion des Lichts in das ungewöhnliche Bild übergehen, und diese Portion nimmt allmählig zu bis $78^{\circ} 8'$, wenn der Hauptschnitt des Prisma's dabei allmählig von $+31^{\circ} 52'$ nach 0° gedreht worden ist, wie auf S. 225. gesagt worden. Das gewöhnliche und ungewöhnliche Bild nähern sich nun fast der Gleichheit, und nach demselben Gesetze variirt ihre Intensität beim Uebergange von 78° nach $82^{\circ} 30'$, wo dann die Axe des Prisma's in die Ebene $-37^{\circ} 22'$ gekommen ist. Genau dieselben Erscheinungen finden beim rothen und blauen Lichte statt, nur liegen die Punkte des Minimums (der Wiederherstellung geradliniger Polarisation) und das Maximum der elliptischen Polarisation bei verschiedenem Einfallswinkel, so daß die Räume zwischen den Minimis verschiedene Längen haben in den verschiedenen Farbenstrahlen. Diese Räume oder Ovale werden also über einander greifen, wie es Fig. 6. Taf. III. verdeutlichen wird, wo sie neben einander abgebildet sind; r, r' ist das rothe Oval, y, y' das gelbe, v, v' das violette; die Punkte r, y, v, r', y', v' sind die Minima oder Knoten, und a, b, c die Maxima. Werden diese Ovale, wie beim weißen Lichte, über einander liegend gesehen, so wird die Farbe des ungewöhnlichen Bildes weiß seyn, weniger die drei Lichtquantitäten, welche aus dem ungewöhnlichen Bilde verschwunden sind. Bei der durch den Knoten des rothen Ovals gehenden Linie mn wird das Roth verschwunden seyn, und die übrigbleibende Mischung von Gelb und Violett wird einen grünlichblauen Lichtbündel bilden, dessen Blau gegen a hin abnimmt, nelkenroth wird, und gegen ts hin roth, in Folge der Lichtportion des andern oberhalb r liegenden rothen Ovals, welches nun in den ungewöhnlichen Strahl übergeht. Bei o und p , wo das Violett verschwindet, wird die Mischung von Gelb und Roth einen orangefarbenen Strahl bilden,

welcher bei σ und σ' am röthesten ist, und gegen α hin in's Weißliche fällt. Bei der Linie st verschwindet das Gelb, und quer durch den oberen Theil der Lichtscheibe wird ein Ueberschuß von Roth, und quer durch den unteren Theil ein Ueberschuß von Blau vorhanden seyn. Diefß ist der Fall bei einer geraden Anzahl von Reflexionen; bei einer ungeraden liegt das Blau oberhalb und das Roth unterhalb.

Beim weißen Lichte variiren die Farbenerscheinungen sehr stark mit der Zahl der Reflexionen, sowohl was die Tiefe der Farben als was die Schnelligkeit ihres Wechsels betrifft. Um die Natur dieser Veränderungen zu untersuchen, wollen wir betrachten, was bei 2, 4, 6, 8, 10 Reflexionen von Silber in den oberhalb neben 73° , dem Winkel des Polarisationsmaximums, liegenden Ovalen vorgeht. Folgende Zahlen reguliren die Erscheinungen.

Taf. III. Fig. 7.	Zahl der Re- flexio- nen.	Art der Reflexionen.	Gränzen der Ovale.	Länge der Ovale.	φ oder Neigung der Polari- sations- ebene.
<i>ab</i>	2	Erste der Reihe	$73^\circ - 90^\circ$	0' 17° 0'	$39^\circ 48'$
<i>cd</i>	4	Erste der Reihe	$73 - 82$	30 9 30	37 22
<i>ef</i>	6	Multiplum v. 3	$73 - 79$	40 6 40	32 25
<i>gh</i>	8	Multiplum v. $2\frac{2}{3}$	$73 - 78$	8 5 8	27 53
<i>mn</i>	10	Multiplum v. $2\frac{1}{2}$	$73 - 77$	13 4 13	24 16

Zur Erläuterung dieser Tafel diene die Fig. 7. Taf. III. Es geht daselbst AB durch die Incidenz 90° und CD durch die 73° ; die Punkte m, g, e, c, a entsprechen folgwiese den Einfallswinkeln $77^\circ 13', 78^\circ 8', 79^\circ 40'$ und $82^\circ 30'$, oder denen, bei welchen der Strahl nach 10, 8, 6 und 4 Reflexionen wiederum geradlinig polarisirt wird. Die krummlinigen Räume ab, cd, ef, gh und mn sind die bereits erwähnten Ovale; ihre Breite entspricht der Intensität des ungewöhnlichen Strahls, welche bei den Knoten a, c, e, g, m und b, d, f, h, n ein

Minimum ist, und etwa in der Mitte der Ovale ihr Maximum erreicht.

Wenn das vom Silber reflectirte Bild eine Scheibe weissen Lichts von gegebener Gröfse ist, so zeigt sich nach zwei Reflexionen bei 73° oder an dem Punkte b das ungewöhnliche Bild oben roth und unten blau, sobald der Hauptschnitt des analysirenden Prisma's in der Ebene $-39^\circ 48'$ liegt; doch werden diese Farben nur sehr schwach seyn, da die Scheibe nur einen kleinen Theil vom Oval ab einnimmt. In der That kann die Scheibe so klein gemacht werden, dafs das ungewöhnliche Bild gänzlich aus diesem Oval verschwindet. In diesem Falle wird das gewöhnliche Bild weifs, da alles reflectirte Licht in dasselbe übergeht. Bei vier Reflexionen ist das Oval cd etwas mehr als halb so grofs wie ab , und folglich wird das Licht viel schneller variiren vom d zu dem Maximum. Wenn der Hauptschnitt des analysirenden Prisma's in der Ebene $-37^\circ 22'$ liegt, so wird das ungewöhnliche Bild bei c oben roth und unten blau gefärbt seyn; und wenn der Schnitt in der Ebene $+31^\circ 52'$ liegt, so zeigt sich das ungewöhnliche Bild bei d auf ähnliche Weise gefärbt. Die Farben sind hier weit lebhafter als in dem Falle zweier Reflexionen, und folglich wird das ungewöhnliche Bild nicht verschwinden. Die Folge hievon ist: dafs das gewöhnliche Bild nicht so weifs wie zuvor ist, sondern gelb, weil eine beträchtliche Menge des rothen und blauen Lichts in dem ungewöhnlichen Bilde geblieben ist.

So wie die Zahl der Reflexionen zunimmt und die Ovale e, f, g, h u. s. w. abnehmen, nimmt die Scheibe eine gröfsere Portion von dem ganzen Oval ein, und die rothen und blauen Farbenbänder werden immer lebhafter, und rücken immer mehr gegen einander nach der Mitte der Scheibe hin. Folglich bleibt eine gröfsere Quantität vom blauen und rothen Lichte aus dem gewöhnlichen

Bilde fort, welches dadurch immer gelber und gelber wird, und zuletzt einen Stich in's Grünliche bekommt.

Um die Lage des Hauptschnitts vom analysirenden Prisma zu bestimmen, wenn das ungewöhnliche Bild ein Minimum ist für irgend einen Einfallswinkel α und für irgend eine Zahl von Reflexionen, seyen ψ, χ die Neigungen der Polarisationsebene des wieder hergestellten Strahls bei den Knoten a, b ; ferner seyen m, n die Neigungen oder die Werthe von φ in der Formel $\tan \varphi = \frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')}$ für die Einfallswinkel bei den Knoten; x sey die Neigung φ für die Incidenz α .

Nun ist klar, daß an dem einen Knoten, wenn das ungewöhnliche Bild ein Minimum ist, der Hauptschnitt des analysirenden Prisma's die Lage $+\psi$ einnimmt, von da allmählig in 0° und endlich in $-\chi$ übergeht, sich also um $\psi + \chi$ dreht, während die Inclination φ sich um die Gröfse $m - n$ verändert. Nennt man also I die Neigung des Hauptschnitts gegen die Ebene $+\varphi$ beim Einfallswinkel α , so haben wir $m - n : \psi + \chi = m - x : I$, mithin:

$$I = \psi + \chi \left(\frac{m - x}{m - n} \right).$$

Wenn $x = n$ ist $I = \psi + \chi$.

Wenn $x = \frac{m+n}{2}$, $\frac{m-x}{m-n} = \frac{1}{2}$ ist $I = \psi + \frac{1}{2}\chi$.

Wenn die Knoten des Ovals zu beiden Seiten des Winkels des Polarisationsmaximums liegen, was nur in dem mittleren Oval bei 3, 5, 7 u. s. w. Reflexionen geschieht, so haben m und n entgegengesetzte Zeichen, und folglich ist dann ihre Differenz: $m + n$, und da in diesem Falle $m = n$ ist, so wird die Formel: $I = \psi + \chi \left(\frac{m - x}{2m} \right)$.

Es ist unmöglich, die relativen Intensitäten des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Bildes für jeden beliebigen Winkel α zu bestimmen, weil dieß nothwendig

von den relativen Intensitäten der Bündel abhängt, durch deren Interferenz die elliptische Polarisation erzeugt wird. Beim Silber kommen diese Lichtbündel der Gleichheit nahe; allein bei Stahl und anderen Metallen sind sie sehr ungleich.

Nachdem ich gezeigt habe, wie die Phänomene der elliptischen Polarisation zu bestimmen sind, für jeden Einfallswinkel, für jede Zahl von Reflexionen und für jeden homogenen Farbenstrahl, will ich diesen Aufsatz mit einigen Bemerkungen über eine sehr merkwürdige Anomalie beschließen, die sich im Laufe dieser Untersuchung dargeboten hat.

Die beschriebenen Erscheinungen zeigen sehr deutlich, daß der Winkel des Maximums der durch *eine* Reflexion erzeugten elliptischen Polarisation oder der Winkel der nach zwei gleichwinklichen Reflexionen wieder hergestellten geradlinigen Polarisation, der Winkel des Polarisationsmaximums des Metalles, folglich dessen Tangente der Refraktionsindex ist, wie es folgende Tafel zeigt *):

Win-

*) Diese Tafel zeigt deutlich, daß der Refraktionsindex der Metalle nicht aus deren Reflexionskraft abgeleitet werden kann. Denn das Silber, welches alle anderen Metalle an Reflexionskraft übertrifft, steht ihnen an Refraktionskraft weit nach. Hr. Herschel hat den Unterschied zwischen den nach diesen zwei Methoden bestimmten Refraktionsindizes für das Quecksilber angegeben; durch die Reflexionskraft bestimmt, findet er ihn $= 5,829$, und durch den Polarisationswinkel $= 4,16$. Für Stahl findet er den Index $= 2,85$. Erwägen wir, daß Metalle das in ihre Substanz eingedrungene Licht reflectiren, so muß klar seyn, daß die von ihnen reflectirte Lichtmenge eine Function ist nicht nur von ihrer Brechkraft sondern auch von ihrer Durchsichtigkeit, welche letztere proportional seyn wird der Intensität des reflectirten Strahls, der in das Metall eingedrungen war. In dies der Fall, wird die Durchsichtigkeit proportional seyn der Neigung der Polarisationsebene des Strahls, der nach zwei Reflexionen beim Winkel des Polarisationsmaximums wieder geradlinig polarisirt

	Winkel des Polarisationsmaximums.	Refraktionsindex.
Kornzinn	78° 30'	4,915
Quecksilber	78 27	4,893
Bleiglanz	78 10	4,773
Schwefelkies	77 30	4,511
Glanzkobalt	76 56	4,309
Spiegelmetall	76 0	4,011
Antimon, geschmolzen	75 25	3,844
Stahl	75 0	3,732
Wismuth	74 50	3,689
Reines Silber	73 0	3,271
Zink	72 30	3,172
Weißblech, gehämmert	70 50	2,879
Juwelier-Gold	70 45	2,864

Dieser Schluß steht mit keiner der Erscheinungen in Widerspruch, sobald wir diese Zahlen nur auf die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit beziehen. Gebrauchen wir aber homogenes Licht, so stoßen wir auf eine seltsame Anomalie. Da nämlich beim Silber der Winkel des Maximums der elliptischen Polarisation für rothes Licht 75° 30' und für blaues Licht 70° 30' ist, so hat man:

	Refraktionsindex	Winkel.
Refraktionsindex für rothes Licht	3,866	75° 30'
- - - den mittleren Strahl	3,271	73 0
- - - blaues Licht	2,824	70 30

Die Ordnung der Brechbarkeit ist also umgekehrt.

Die vollkommene Aehnlichkeit zwischen der Wirkung der Metalle und der totalen Reflexion an den Hinterflächen durchsichtiger Körper versprach diese Schwierigkeit aufzuheben. Ich untersuchte demnach Fresnel's

ist, und die Metalle werden hinsichtlich ihrer Durchsichtigkeit die in Tafel, S. 229., angegebene Reihe einnehmen. Man sehe Hrn. Herschel's *Treatise on Light*, §. 594., 845.

Formeln für die totale Reflexion, welche die Phase P durch den Ausdruck giebt:

$$\cos P = \frac{2m^2 \sin^4 i - (m^2 + 1) \sin^2 i + 1}{m^2 + 1 \sin^2 i - 1}.$$

Aus dieser Formel folgt, wenn $m=1,51$ und $i=54^\circ 37'$, daß $P=45^\circ$ ist für eine Reflexion, und folglich für zwei Reflexionen $2P=90^\circ$. Wenn m zunimmt, wie es beim blauen Licht geschieht, so wird die Phase $=45^\circ$ seyn bei einem Einfallswinkel größer als $54^\circ 37'$, d. h. die Circularpolarisation tritt beim blauen Lichte bei einem größeren Einfallswinkel ein als beim rothen Lichte; gerade umgekehrt, was bei den Metallen stattfindet. Stellt man jedoch den Versuch mit der totalen Reflexion an, so findet man, daß die blauen Strahlen durch zwei Reflexionen bei einem geringeren Winkel als die rothen Strahlen circular polarisirt werden, und so nähern sich beide Klassen von Erscheinungen selbst in Bezug auf diese sonderbare Anomalie. Um nun Fresnel's Formel auf homogenes Licht von verschiedener Farbe anwendbar zu machen, sey m der Refraktionsindex für den homogenen Strahl, und d die Differenz zwischen ihm und dem mittleren Index. Dann wird die Formel für die Phase P :

$$\cos P = \frac{2(m \pm d)^2 \sin^4 i - [(m \pm d)^2 + 1] \sin^2 i + 1}{[(m \pm d)^2 + 1] \sin^2 i + 1},$$

worin das Zeichen $+$ für die rothen oder schwächst brechbaren, und $-$ für die blauen oder stärkst brechbaren Strahlen gilt.

Aus demselben Grunde müssen wir, wenn wir die Phasen eines elliptisch polarisirten homogenen Strahls nach der Formel

$$\tan \varphi = \frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')}$$

berechnen wollen, i' durch die Formel $\sin i' = \frac{\sin i}{m \pm d}$ bestimmen, wo das Zeichen $+$ für die rothen oder wenigst brechbaren, und $-$ für die blauen oder meist brechbaren Strahlen gebraucht wird.

Da die theoretischen Beobachtungen, auf welche Hr. Fresnel seine Formel gegründet haben soll *), ihm nicht die obige Anomalie darbot, so ist es mir nicht möglich, eine Erklärung dafür aufzusuchen. Es muß indess erwähnt werden, daß der Winkel des Polarisationsmaximum oder $\text{tang} \frac{1}{m}$ an der Hinterfläche der Körper nothwendig kleiner ist für die wenigst brechbaren Strahlen als für die mittleren, wovon das Umgekehrte gerade an der Vorderfläche stattfindet. Da nun die Gränze der totalen Reflexion, deren Sinus $\frac{1}{m}$ ist, oder da die Sphäre der Circularpolarisation früher für die wenigst als für die meist brechbaren Strahlen anfängt, so möchte man vermuthen, daß der Winkel des Maximums der Circularpolarisation für diese Strahlen kleiner ist, als ich ihn gefunden habe.

Obgleich wir die Natur der Kräfte, durch welche die beiden entgegengesetzt polarisirten Strahlen von den Metallen reflectirt werden, nicht kennen, so wirken sie doch genau eben so wie die Hinterflächen durchsichtiger Körper bei Hervorbringung totaler Reflexion. Von der senkrechten Incidenz ausgegangen, fangen die wenigst brechbaren Strahlen eher an die doppelte Reflexion zu erleiden als die mittleren, und sie erreichen auch früher das Maximum der elliptischen Polarisation.

Die von Fresnel gegebene Theorie der elliptischen Vibrationen umfaßt ohne Zweifel auch die Erscheinungen der elliptischen Polarisation, und sobald die Wirkung der Metalle gründlicher untersucht seyn wird, dürfen wir erwarten, die hier betrachteten Erscheinungen auf ihre wahre Ursache zurückführen zu können.

*) Ich kenne Fresnel's Formel nur durch den Abriss, den Hr. Herschel von ihr gegeben hat.