GEOMETRIA DELLA CURVA MAGNETICA

EMILIO COMINOTTO,

1. È noto che se il centro I_α d'una circonferenza α (fig. 2) è il punto medio dell'asse magnetico di una calamita elementare giacente nel piano di quella circonferenza, indicando con F l'intensità magnetica in uno qualunque dei suoi punti Q , si ha:

$$(1) \quad F = \frac{M}{R^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta},$$

dove M è il momento magnetico della calamita, R il raggio della circonferenza α , la quale rappresenta un meridiano magnetico della sfera i cui poli magnetici sono le sue intersezioni coll'asse magnetico della calamita, e l'angolo θ il complemento della latitudine λ del punto Q .

Facciamo in (1) $R=1$ ed $M=1$. Si avrà l'equazione

$$\rho = \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$$

in coordinate polari di quella curva che è il luogo dei punti le cui distanze dal centro I_α del meridiano magnetico α di raggio uno, rappresentano le intensità magnetiche nei suoi punti alle latitudini corrispondenti; quando il momento magnetico del magnete elementare posto nel suo centro è eguale ad uno. La chiamerò curva magnetica.

Un procedimento geometrico, che qui esporrò brevemente, ci farà conoscere alcune proprietà geometriche dei punti di questa curva, mediante le quali potremo conseguire la costruzione del segmento rappresentativo l'intensità magnetica cor-

rispondente ad una data latitudine e contemporaneamente l'angolo d'inclinazione magnetica alla medesima latitudine.

2. Si prendano sopra un piano, due triangoli simili ABC , $A'B'C'$ coi vertici omologhi in A e A' , B e B' , C e C' ; e di cui i lati omologhi opposti ad A e A' s'incontrino in un punto I_a ; quelli opposti a B e B' in un punto I_b ; e quelli opposti a C e C' in un punto I_c (fig. 1).

Fig. 1.

La circonferenza α circoscritta al triangolo AI_bI_c passa per A per essere eguali gli angoli A e A' . Analogamente le circonferenze β e γ circoscritte ai triangoli BI_aI_c , CI_aI_b passano rispettivamente per B' e C' .

Le tre circonferenze α , β , γ sono evidentemente i luoghi geometrici dei vertici omologhi ad A e A' , B e B' , C e C' degli infiniti triangoli simili ad ABC , $A'B'C'$, i cui lati omologhi passano rispettivamente per I_a , I_b , I_c .

Per costruire un triangolo qualunque del sistema, si prenda un punto d'una delle circonferenze α , β , γ , per es.: un punto A di α ; e lo si congiunga con uno dei punti I_a , I_b , I_c ,

per es.: I_c . La congiungente AI_c incontra la circonferenza β in un punto B. I due punti A e B sono i due vertici di un triangolo del sistema. Il terzo vertice si trova in quel punto della circonferenza γ in cui la retta che congiunge il punto A al punto I_b con esso giacente nella medesima circonferenza α , incontra la congiungente il punto B col punto I_a con esso giacente nella medesima circonferenza β .

Nel ripetere questa costruzione scegliendo per A un punto K in cui α incontra un'altra volta una delle altre due circonferenze, per es.: β , ci accorgeremo subito che in quel punto vengono a cadere gli altri due B e C; e che per conseguenza le circonferenze α β γ passano tutte per uno stesso punto K.

3. Ciò posto, consideriamo un tal sistema di triangoli nel quale i punti I_a , I_b , I_c si trovino sopra una medesima retta. (fig. 2). I triangoli di tal sistema sono rettangoli.

Fig. 2.

Nell'applicare la regola più sopra riferita per costruire un triangolo del sistema, si prenda il punto A di α coinci-

dente con I_c . Allora la AI_c è tangente in I_c ad α ; il punto B in cui essa taglia β , ed I_c sono vertici di un triangolo del sistema: il terzo vertice C è quel punto di γ in cui la retta che congiunge il punto A, ossia I_c , al punto I_b con esso giacente in α , ossia la retta $I_a I_b I_c$, incontra la congiungente B col punto I_a con esso giacente in β . Ne viene che il vertice C del triangolo in costruzione cada in I_a : esso è il triangolo $I_c B I_a$ inscritto nella circonferenza β , di cui i lati concorrenti in B sono tangenti alle altre due α e γ nei punti I_c e I_a della loro intersezione con β . Dunque le tangenti alle circonferenze α e γ nei loro punti I_c e I_a in comune con β s'incontrano in un punto B di β dando luogo ad un triangolo $I_c B I_a$ inscritto in β e appartenente al sistema.

Analogamente le tangenti alle circonferenze α e β nei loro punti I_b e I_a d'intersezione con γ , s'incontrano in un punto C di γ dando luogo ad un triangolo $I_b I_a C$ inscritto in γ ed appartenente al sistema; e le tangenti alle circonferenze β e γ nei loro punti I_c ed I_b d'intersezione con α s'incontrano in un punto A di α dando luogo ad un triangolo $A I_c I_b$ inscritto in α ed appartenente al sistema.

Consideriamo il caso in cui il punto I_a sia non solo nella stessa retta cogli altri due I_b e I_c , ma anche da essi equidistanti (fig. 2); e prendiamo in considerazione le rette di Pascal rispetto ai triangoli $A I_c I_b$, $B I_a I_c$, $C I_b I_a$ inscritti nelle circonferenze α , β , γ corrispondenti al sistema ora considerato; ricordando che la retta di Pascal rispetto ad un triangolo, è quella che contiene i punti d'incontro dei suoi lati colle tangenti nei rispettivi vertici opposti, alla circonferenza ad esso circoscritta.

La retta di Pascal rispetto al triangolo $A I_c I_b$ è determinata dai punti a ed a' di cui il primo è l'incontro delle rette CI_b , AI_c ; ed il secondo è l'incontro delle rette AI_b , BI_c . La retta di Pascal rispetto al triangolo $B I_a I_c$ è determinata dai punti: b d'incontro delle rette AI_c , BI_a ; e b' d'incontro delle rette BI_c , CI_a . La retta di Pascal rispetto al triangolo $C I_b I_a$ è determinata dai punti: c d'incontro delle rette CI_b , BI_a ; e c' d'incontro delle rette AI_b , CI_a .

Si prendano ora due assi ortogonali concorrenti in I_a , dei quali quello delle y sia la retta I_a, I_b, I_c ; e si riferiscano a questi assi gli elementi che vogliamo prendere in considerazione.

Dalle equazioni delle due rette $\overline{CI_b}, \overline{AI_c}$ ricaveremo le coordinate del loro punto d'incontro α ; da quelle delle rette AI_b, BI_c , le coordinate del loro punto d'incontro α' .

Ricordiamo la nota equazione generale

$$x(y' - y'') - y(x' - x'') - y'x'' + x'y'' = 0$$

della retta congiungente due punti di coordinate $x', y'; x'', y''$.

Sostituendo a queste nell'equazione generale, le coordinate di α ed α' , avremo l'equazione della retta $\overline{\alpha\alpha'}$ congiungente questi punti, ossia l'equazione della retta di Pascal del triangolo AI_cI_b inscritto in α appartenente al sistema considerato.

In modo affatto analogo troveremo le equazioni delle rette di Pascal dei triangoli inscritti nelle altre due circonferenze e appartenenti al sistema.

Esponiamo qui sotto i risultati ottenuti in questo procedimento, formando anzitutto un quadro, nel quale in fianco all'indicazione di ciascuna delle rette considerate è scritta la propria equazione; avendo preso il raggio di α eguale all'unità, e avendo posto:

$$\text{tang}(90 - \widehat{B}) = m_b$$

$$\text{tang}(90 - \widehat{C}) = m_c$$

dove è:

$$\widehat{B} = I_b \widehat{I_c} A = I_a \widehat{B} I_c$$

$$\widehat{C} = I_c \widehat{I_b} A = I_a \widehat{C} I_b$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} \overline{C I_b} ; y &= 1 \\ \overline{A I_c} ; y &= m_b x - 1 \end{aligned} \right\} \text{ pel punto } a \\
 & \left. \begin{aligned} \overline{A I_b} ; y &= -m_c x + 1 \\ \overline{B I_c} ; y &= -1 \end{aligned} \right\} \text{ pel punto } a'; \\
 & \left. \begin{aligned} \overline{A I_c} ; y &= m_b x - 1 \\ \overline{B I_a} ; y &= m_c x \end{aligned} \right\} \text{ pel punto } b \\
 & \left. \begin{aligned} \overline{B I_c} ; y &= -1 \\ \overline{C I_a} ; y &= -m_b x \end{aligned} \right\} \text{ pel punto } b'; \\
 & \left. \begin{aligned} \overline{C I_b} ; y &= 1 \\ \overline{B I_a} ; y &= m_c x \end{aligned} \right\} \text{ pel punto } c \\
 & \left. \begin{aligned} \overline{A I_b} ; y &= -m_c x + 1 \\ \overline{C I_a} ; y &= -m_b x \end{aligned} \right\} \text{ pel punto } c'.
 \end{aligned}$$

Rappresentando le coordinate di questi punti coi simboli X ed Y affetti di indici eguali alle stesse lettere colle quali quei punti furono indicati, avremo le coordinate:

$$\left. \begin{aligned} X_a &= \frac{2}{m_b} \\ Y_a &= 1 \end{aligned} \right\} \text{ di } a; \quad \left. \begin{aligned} X_{a'} &= \frac{2}{m_c} \\ Y_{a'} &= -1 \end{aligned} \right\} \text{ di } a',$$

ricavate dalle due prime coppie di rette.

$$\left. \begin{aligned} X_b &= \frac{1}{m_b - m_c} \\ Y_b &= \frac{m_c}{m_b - m_c} \end{aligned} \right\} \text{ di } b; \quad \left. \begin{aligned} X_{b'} &= \frac{1}{m_b} \\ Y_{b'} &= -1 \end{aligned} \right\} \text{ di } b';$$

ricavate dalle due seconde coppie di rette.

$$\left. \begin{array}{l} X_c = \frac{1}{m_c} \\ Y_c = 1 \end{array} \right\} \text{ di } c; \quad \left. \begin{array}{l} X_{c'} = \frac{1}{m_c - m_b} \\ Y_{c'} = \frac{-m_b}{m_c - m_b} \end{array} \right\} \text{ di } c',$$

ricavate dalle due terze coppie di rette.

Con questi risultati, si sono ottenute le equazioni:

$$\begin{array}{lll} x + (m_b - m_c) y - (m_b + m_c) = 0 & \text{della retta} & \overline{a a'} \\ m_b^2 x - m_c y - (m_b + m_c) = 0 & \text{»} & \overline{b b'} \\ m_c^2 x + m_b y - (m_b + m_c) = 0 & \text{»} & \overline{c c'} \end{array}$$

dove si è tenuto conto dell'eguaglianza

$$m_b \cdot m_c = 1.$$

Il loro determinante si trasforma successivamente nel modo qui sotto indicato

$$\begin{aligned} (m_b + m_c) \begin{vmatrix} 1 & m_b - m_c - 1 \\ m_b^2 & -m_c - 1 \\ m_c^2 & m_b - 1 \end{vmatrix} &= (m_b + m_c) \begin{vmatrix} 0 & m_b - m_c - 1 \\ m_b^2 - m_b m_c & -m_c - 1 \\ m_c^2 - m_b m_c & m_b - 1 \end{vmatrix} = \\ &= (m_b + m_c) (m_b - m_c) \begin{vmatrix} 0 & m_b - m_c - 1 \\ m_b & -m_c - 1 \\ -m_c & m_b - 1 \end{vmatrix} = \\ &= -(m_b + m_c) (m_b - m_c)^2 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ m_b & 1 & 1 \\ -m_c & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0; \end{aligned}$$

avendo

1° raccolto $m_b + m_c$; 2° alla prima colonna aggiunto l'ultima tenendo ancora conto dell'eguaglianza sudetta $m_b m_c = 1$; 3° raccolto $m_b - m_c$; 4° alla seconda colonna aggiunta la

prima, raccolto un'altra volta $m_b - m_c$ e portato fuori il segno negativo dei termini dell'ultima colonna.

Poichè questo determinante è nullo, le tre rette di Pascal passano per uno stesso punto P (fig. 2). A questa conclusione si poteva arrivare anche osservando che i triangoli abc , $a'b'c'$ sono omologici, il cui asse di omologia è la retta dei punti $I_a I_b I_c$ e perciò le rette congiungenti i loro vertici omologhi, che sono appunto le rette di Pascal considerate, concorrono in uno stesso punto P che ne rappresenta il centro di omologia.

Sottraendo fra di loro due qualunque delle suesposte equazioni delle 3 rette di Pascal considerate, ricorrendo opportunamente all'eguaglianza $m_b m_c = 1$, si ottiene sempre la stessa equazione che è la seguente:

$$(1) \quad y = (m_b - m_c)x;$$

la quale perciò ammette una soluzione comune con ciascuna delle equazioni delle tre rette di Pascal suddette, ossia è soddisfatta dalle coordinate del loro punto d'incontro P. Ora, poichè

$$m_b = \tan(90^\circ - \widehat{B}) = \cotg \widehat{B} \text{ e}$$

$$m_c = \tan(90^\circ - \widehat{C}) = \tan \widehat{B};$$

così si ha:

$$\begin{aligned} m_b - m_c &= \cotg \widehat{B} - \tan \widehat{B} = \frac{\cos \widehat{B}}{\sin \widehat{B}} - \frac{\sin \widehat{B}}{\cos \widehat{B}} = \\ &= \frac{\cos^2 \widehat{B} - \sin^2 \widehat{B}}{\sin \widehat{B} \cos \widehat{B}} = 2 \frac{\cos^2 \widehat{B} - \sin^2 \widehat{B}}{2 \sin \widehat{B} \cos \widehat{B}} = \\ &= 2 \frac{\cos 2\widehat{B}}{\sin 2\widehat{B}} = 2 \cotg 2\widehat{B}; \end{aligned}$$

onde la (1) si può scrivere così:

$$(2) \quad y = 2x \cotg 2\widehat{B}.$$

Dividendo questa per $2x$ e quadrando il risultato ottenuto, si ha:

$$\frac{y^2}{4x^2} = \frac{\cos^2 2\widehat{B}}{\sin^2 2\widehat{B}}$$

avendo sostituito a $\cotg 2B$ il rapporto $\frac{\cos 2\widehat{B}}{\sin 2\widehat{B}}$.

Aggiungendo l'unità a ciascun membro di questa equazione e di quella ottenuta invertendone i due membri, si ha rispettivamente:

$$\frac{y^2 + 4x^2}{4x^2} = \frac{\cos^2 2\widehat{B} + \sin^2 2\widehat{B}}{\sin^2 2\widehat{B}} = \frac{1}{\sin^2 2\widehat{B}};$$

$$\frac{4x^2 + y^2}{y^2} = \frac{\sin^2 2\widehat{B} + \cos^2 2\widehat{B}}{\cos^2 2\widehat{B}} = \frac{1}{\cos^2 2\widehat{B}};$$

da cui si ricava:

$$(3) \quad \sin^2 2\widehat{B} = \frac{4x^2}{y^2 + 4x^2}; \quad \cos^2 2\widehat{B} = \frac{y^2}{y^2 + 4x^2}.$$

L'angolo θ che la congiungente l'origine I_a delle coordinate col punto P , ossia il vettore di P , fa coll'asse delle x , è legato alle coordinate di questo punto dalle relazioni:

$$(4) \quad \cos^2 \theta = \frac{x^2}{x^2 + y^2}; \quad \sin^2 \theta = \frac{y^2}{x^2 + y^2}.$$

Dal confronto delle (3) e (4) si ha:

$$(5) \quad \cos^2 \theta = \frac{\sin^2 2\widehat{B}}{1 + 3 \cos^2 2\widehat{B}}; \quad \sin^2 \theta = \frac{4 \cos^2 2\widehat{B}}{1 + 3 \cos^2 2\widehat{B}}.$$

Come s'è visto più sopra, le coordinate di P costituiscono una soluzione comune d'una qualunque delle tre rette di Pascal considerate e la equazione (1). Prendiamo, p. es., la equazione della retta $a a'$ e la (1).

Esse formano un sistema di due equazioni a due incognite, nel quale ad una di esse, per es. quella della retta $a a'$, si può sostituire un'equazione equivalente ottenuta moltiplicandola per $m_b - m_c$. Si avrà così il sistema

$$\begin{aligned}(m_b - m_c) x &= m_b^2 - m_c^2 - (m_b^2 - m_c^2) y \\ (m_b - m_c) x &= y\end{aligned}$$

dove i termini che non contengono x furono trasportati nel secondo membro in ciascuna equazione; il quale sistema è soddisfatto dagli stessi valori delle incognite; della cui ricerca diamo qui i risultati.

$$\begin{aligned}y &= \frac{m_b^2 - m_c^2}{1 + (m_b - m_c)^2} = \frac{(m_b + m_c)(m_b - m_c)}{1 + (m_b - m_c)^2} = \\ &= \frac{4 \cos 2\widehat{B}}{1 + 3 \cos^2 2\widehat{B}} \\ x &= \frac{y}{2 \cotg 2\widehat{B}} = \frac{4 \cos 2\widehat{B}}{1 + 3 \cos^2 2\widehat{B}} \cdot \frac{\text{sen } 2\widehat{B}}{2 \cos 2\widehat{B}} = \frac{2 \text{sen } 2\widehat{B}}{1 + 3 \cos^2 2\widehat{B}}.\end{aligned}$$

Quadrando e sommando, chiamando con ρ il vettore di P, si ricava, tenuto conto delle (4):

$$\rho^2 = x^2 + y^2 = \frac{4}{1 + 3 \cos^2 2\widehat{B}} = \text{sen}^2 \theta + 4 \cos^2 \theta = 1 + 3 \cos^2 \theta$$

da cui si ha:

$$(6) \quad \rho = \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}.$$

Immaginiamo ora di fissare la circonferenza α ed i punti I_a, I_b, I_c del sistema di triangoli rettangoli fin qui considerati; e di spostare il punto K sulla circonferenza α .

Ciascuna delle infinite posizioni K' di K in α darà evidentemente luogo ad un sistema di triangoli rettangoli corrispondente a tre circonferenze delle quali una è sempre α , comune a tutti, e le altre due β' e γ' sono quelle che passano: la 1^a pei punti I_a e I_c ; la 2^a pei punti I_a e I_b ; e tutte e due per K' . Le tre rette di Pascal dei triangoli inscritti nelle circonferenze corrispondenti a ciascuno degli infiniti sistemi come α, β', γ' e ad esso appartenenti, concorrono in un punto P' le cui coordinate polari soddisfano l'equazione (6). Ma questa non è altro che l'equazione della curva magnetica. Dunque la curva magnetica è il luogo delle successive posizioni di P corrispondenti a quelle di K su α che rappresenta il meridiano magnetico.

4. La posizione di A su α determina la posizione di P sulla curva magnetica; all'angolo $P\widehat{I_a}I_b = 90 - \theta = \lambda$ che è la latitudine di Q , punto d'intersezione di α col vettore di P , corrisponde l'angolo $A\widehat{I_a}I_b = 2B$. Fra questi due angoli passa la relazione che si ricava dalla (2) del precedente paragrafo, tenendo presente che il rapporto dell'ordinata all'ascissa del punto P è la $\text{tang } \theta$ o la $\text{cotg } \lambda$; onde si ha:

$$\frac{y}{x} = 2 \cotg 2B = \text{tang } \theta = \cotg \lambda$$

da cui si ricava quest'altra relazione:

$$\text{tang } 2B = 2 \text{ tang } \lambda;$$

la quale dimostra che l'angolo $2B$ altro non è che l'inclinazione magnetica nel punto Q .

Le rette di Pascal dei triangoli rettangoli inscritti nelle corrispondenti circonferenze d'uno dei sistemi suddetti, formano intorno al loro punto d'incontro P , angoli eguali a quelli di un qualunque triangolo del sistema stesso.

Per dimostrare questo teorema, ricordiamo la formula generale

$$\text{tang } \theta = \frac{AB' - A'B}{AA' + BB'}$$

della tangente dell'angolo di due rette nelle equazioni delle quali A e B, A' e B' rappresentano i coefficienti delle coordinate correnti; ed introduciamo in quella formola i valori:

$$A = 1; \quad B = m_b - m_c; \quad A' = m_b^2; \quad B' = -m_c$$

dei coefficienti delle due rette di Pascal $\overline{a a'}$, $\overline{b b'}$. Avremo:

$$\text{tang}(\overline{a a'}, \overline{b b'}) = \frac{-m_c - m_b^2(m_b - m_c)}{m_b^2 - m_c(m_b - m_c)}.$$

Moltiplicando per $-m_c$ e tenendo conto della $m_b m_c = 1$, si ha:

$$-m_c \text{tang}(\overline{a a'}, \overline{b b'}) = \frac{m_c^2 + m_b(m_b - m_c)}{m_b^2 - m_c(m_b - m_c)} = 1$$

da cui si ricava

$$-\text{tang}(\overline{a a'}, \overline{b b'}) = \frac{1}{m_c} = \text{tang} \widehat{C};$$

onde risulta

$$-\text{angolo}(\overline{a a'}, \overline{b b'}) = \widehat{C}.$$

Introducendo nella formola generale della tangente i valori:

$$A = 1; \quad B = m_b - m_c; \quad A' = m_c^2; \quad B' = m_b$$

dei coefficienti delle rette di Pascal $\overline{a a'}$, $\overline{c c'}$, avremo:

$$\text{tang}(\overline{a a'}, \overline{c c'}) = \frac{m_b - m_c^2(m_b - m_c)}{m_c^2 + m_b(m_b - m_c)}.$$

Moltiplicando per m_b e tenendo sempre conto della $m_b m_c = 1$, questa eguaglianza diventa

$$m_b \text{tang}(\overline{a a'}, \overline{c c'}) = \frac{m_b^2 - m_c(m_b - m_c)}{m_c^2 + m_b(m_b - m_c)} = 1$$

onde si ha :

$$\text{tang } (a \bar{a}', c \bar{c}') = \frac{1}{m_b} = \text{tang } \widehat{B};$$

risulta quindi:

$$\text{angolo } (a \bar{a}', c \bar{c}') = \widehat{B}.$$

I due angoli ora ricavati sono di segno contrario perchè da parti opposte della retta $\bar{a} \bar{a}'$.

Introducendo nella formola generale della tangente, i valori

$$A = m_b^2; \quad B = -m_c; \quad A' = m_c^2; \quad B' = m_b,$$

dei coefficienti delle rette di Pascal $b \bar{b}', c \bar{c}'$ si ha :

$$\text{tang } (b \bar{b}', c \bar{c}') = \frac{m_b^3 + m_c^3}{m_b^2 m_c^2 - m_b m_c} = \infty$$

donde risulta

$$\text{angolo } (b \bar{b}', c \bar{c}') = 90^0$$

Ma v'ha di più.

Il raggio vettore ρ del punto P fa colle rette di Pascal considerate gli stessi angoli che queste formano fra di loro.

Per dimostrare questo teorema, basta dimostrare che ρ è perpendicolare ad $a \bar{a}'$.

Difatti la relazione (1) del par. 3, trasformata nella seguente

$$(m_b - m_c) x - y = 0,$$

rappresenta l'equazione di ρ . Introducendo nella formola generale della tangente i valori:

$$A = m_b - m_c; \quad B = -1; \quad A' = 1; \quad B' = m_b - m_c,$$

dei coefficienti dell'equazione di ρ e dell'equazione di $\overline{a a'}$, si ha :

$$\text{tang}(\rho, \overline{a a'}) = \frac{(m_b - m_c)^2 + 1}{(m_b - m_c) - (m_b - m_c)} = \infty ;$$

ne risulta dunque :

$$\text{angolo}(\rho, \overline{a a'}) = 90^\circ.$$

Le proprietà geometriche della curva magnetica ora dimostrate, ci permettono una facile e pronta costruzione del segmento rappresentativo l'intensità magnetica d'un punto Q del meridiano α , di latitudine $\lambda = 90 - \theta$, e contemporaneamente quella dell'angolo d'inclinazione nel medesimo punto.

A tal uopo si conduca la congiungente $\overline{I_a Q}$, e dal suo punto d'incontro M colla tangente geometrica di α in I_b si porti su questa un segmento $\overline{MN} = M I_b$. La retta $\overline{I_a N}$ taglia α in A formando con $\overline{I_a I_b}$ l'angolo 2B d'inclinazione corrispondente alla latitudine λ di Q; e la retta $\overline{I_c A}$ taglia la tangente in I_b di α , nel punto a . Il piede della perpendicolare calata da a sulla $\overline{I_a Q}$ è il punto P appartenente alla curva magnetica la cui distanza da I_a rappresenta l'intensità magnetica nel punto Q.

Per trovare il punto P si può procedere anche in quest'altro modo. Dopo di aver costruito il punto a , si conduca la congiungente $\overline{I_b A}$ fino ad incontrare in a' la tangente in I_c ad α . La retta $\overline{a a'}$ incontra la $\overline{I_a Q}$ nel punto P cercato nel quale è anche ad essa perpendicolare.