ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o 3015.

Zur Bestimmung der Aberrations-Constante aus Meridian-Zenithdistanzen unabhängig von den Schwankungen der Polhöhe.

Von F. Küstner.

Die Meridian-Zenithdistanzen $\varphi - \delta$ von Sternen, welche in der Nähe des Zenith culminiren, lassen sich bekanntlich auf verschiedene Weise mit sehr grosser Schärfe messen; die Einflüsse der Refraction und der Biegung sind hier am kleinsten und man kann insbesondere auch den Messungen einen rein differentiellen und mikrometrischen Charakter ertheilen. Derartige Beobachtungen, nach den verschiedensten Methoden und mit mannigfaltigen Instrumenten angestellt, sind deshalb auch schon seit der Entdeckung der jährlichen Aberration, zu welcher Bradley gleichfalls durch sie gelangt ist, als besonders geeignet zur Bestimmung der wichtigen Constante derselben betrachtet worden, und so beruht auch — es ist kaum nöthig daran zu erinnern — der fundamentale Struve'sche Werth 20".445, welcher nun bereits seit fünfzig Jahren fast ausnahmslos allen astronomischen Berechnungen zu Grunde gelegt wird, auf den Beobachtung der Meridian-Zenithdistanzen von sieben Pulkowaer Zenithsternen.

Die Werthe $\varphi - \delta$ werden nun aber von dem vollen Betrage der Polhöhenchwankung beeinflusst. Von der Periode und der Amplitude dieser wissen wir bis jetzt noch wenig; beide scheinen veränderlicher oder zusammengesetzter Art zu sein. Es lässt sich jedoch an Hand der hierzu brauchbaren Beobachtungsreihen und mit Rücksicht auf die Ergebnisse, zu denen die Theorie der Rotation unter gewissen einfachen und ungezwungenen Annahmen gelangt (vgl. Radau Bull. astr. VII p. 352)*), schon jetzt mit ziemlicher Sicherheit behaupten, dass die Periode namentlich der grossen Schwankungen, welche etwa eine halbe Bogensekunde zu betragen scheinen, nicht allzusehr von der Euler'schen Periode von 305 Tagen oder auch von einem Jahre verschieden sein kann (die Aenderung der Polhöhe um $\frac{1}{2}''$ vollzieht sich dann also zwischen den Extremen in ca. 5 bis 6 Monaten), und wahrscheinlich durch ein Zusammenwirken dieser beiden Perioden bedingt ist.

Eine solche annähernd im Laufe eines Jahres sich vollziehende Schwankung muss aber auf die Bestimmung der jährlichen Aberration aus Meridian-Zenithdistanzen von dem grössten Einfluss sein, und dass sie hierbei nicht länger unbeachtet bleiben darf, ist eine Forderung, welcher sich auch derjenige nicht entziehen kann, welcher noch immer die beobachteten Aenderungen der Polhöhe nur für scheinbare halten und durch anhaltende, mit der Jahreszeit systematisch wechselnde Störungen der Refraction, oder auf

sonst irgend welche Weise zu erklären suchen möchte. Die Ursache der Erscheinung, deren deutliches Hervortreten gerade in nicht am wenigsten scharfen Reihen keinesfalls bestritten werden kann, bliebe in dieser Hinsicht ja ziemlich gleichgültig.

Die Veränderlichkeit der Polhöhe nöthigt uns nun aber keineswegs auf die Methode der Aberrationsbestimmung aus Werthen $\varphi - \delta$ der Zenithsterne, welche gerade bezüglich der zu befürchtenden gesetzmässigen Refractionsstörungen vor allen anderen sich auszeichnet, zu verzichten, wie ich im Folgenden in Kürze zeigen möchte.

Beobachten wir die aufeinander folgenden Culminationen zweier dem Zenith naher Sterne S_1 und S_2 und bestimmen jedesmal die Grösse $\varphi - \delta$, so ist die Differenz dieser beiden Werthe $\Delta_{1,2} = (\varphi - \delta_2) - (\varphi - \delta_1) = \delta_1 - \delta_2$ unabhängig von dem augenblicklichen Werthe φ der Polhöhe; sie ist, allgemeiner gesprochen, frei von einem constanten Tagesfehler, der aus irgend welcher Ursache den beobachteten Meridian-Zenithdistanzen anhaften kann, mag derselbe nun in Schwankungen der Polhöhe oder in Refractionsstörungen, im Instrument oder im Beobachter seinen Ursprung haben. Beobachtungen solcher Declinationsdifferenzen Δ würden also auch ein vortreffliches Material zur Bestimmung der Aberration darbieten, vorausgesetzt nur, dass diese mit genügend grossen Coefficienten in ihnen auftritt und sich von den anderen Elementen der Messung in scharfer Weise trennen lässt.

Um dies in einfacher Weise zu übersehen, denken wir uns das direct beobachtete Δ befreit von den geringen Resten der Refraction und thunlichst scharf auf das Aequinoctium und die Epoche des Jahresanfangs reducirt; sei dann y die Verbesserung der hierbei angewandten Aberrations-Constante A und sehen wir ab von den Verbesserungen der übrigen Reductionselemente, desgleichen von den Parallaxen der Sterne, da uns diese Unbekannten hier zunächst nicht interessiren, so erscheint Δ in der Form: $\Delta_{1,2} = x_{1,2} + \delta_{1,2} y$, wo $x_{1,2}$ für das betreffende Sternpaar eine Constante, nämlich im wesentlichen die Differenz $\delta_1 - \delta_2$ ihrer mittleren Declinationen für den Jahresanfang ist. Nehmen wir jetzt an, um gleich den allgemeinen Fall zu betrachten, dass man bei p über den ganzen Parallelkreis des Zenith vertheilten Sternen der Reihe nach im Laufe eines Jahres beobachtet habe die Grössen: $\Delta_{1,2}, \Delta_{2,3}, \dots, \Delta_{p,1}$, so folgt die Jahressumme $\Sigma \Delta = \Sigma \delta y$, da die cyklische Summe Σx identisch Null wird, oder $y = \frac{\Sigma \Delta}{\Sigma \delta}$.

*) Das Problem ist inzwischen von Helmert in Nr. 3014 dieser Zeitschrift noch eingehender behandelt worden.

Aus einer solchen Jahressumme ergibt sich also direct die Verbesserung der Aberrations-Constante, eine Methode zur Bestimmung derselben, welche im Gegensatz zu anderen kurz als »polygonale« bezeichnet werden könnte.

Die Brauchbarkeit dieser Methode wird, da über die Zweckmässigkeit der Wahl des Grundelements Δ nach dem Eingangs Gesagten Zweifel nicht bestehen können, im wesentlichen davon abhängen, mit welchem wahrscheinlichen Fehler ε_y die Unbekannte y erhalten wird. Ist ε_Δ der w. Fehler, mit welchem wir ein einzelnes Δ messen können, so folgt, jeden der p Werthe Δ einmal und mit gleicher Genauigkeit beobachtet gedacht,

$$\varepsilon_y = \frac{\sqrt{p}}{\sum b} \varepsilon_\Delta.$$

Unsere Aufgabe ist also:

- a) zu untersuchen, wie müssen bei gegebenem Werthe von p

1. die Sterne vertheilt sein, und
2. in welchen Jahreszeiten müssen sie beobachtet werden,

damit $\sum b$ ein Maximum $= B_p$ wird;

- b) dieses Maximum B_p ist als Function von p und ausserdem von φ auszudrücken. Damit würde zugleich der

Coefficient $C_p = \frac{\sqrt{p}}{B_p}$ gegeben sein, mit welchem der w. F. einer Beobachtung zu multipliciren ist, um den w. F. des aus einer einzelnen Jahressumme resultirenden Werthes der Aberrations-Constante zu erhalten; je kleiner sich C_p ergibt, desto zweckmässiger wird im allgemeinen die Methode sein.

$$(3) \quad b_{1.2} = -2 \sin \varphi \cos \delta' \sin [1/2 (\alpha_1 + \alpha_2) - \alpha'] \sin 1/2 (\alpha_2 - \alpha_1).$$

Die Sternzeit der Mitte der Beobachtung ist

$$\theta = 1/2 (\alpha_1 + \alpha_2),$$

die wahre Sonnenzeit dieses Moments $T_w = \theta - \alpha_\odot$; ferner ist bis auf verschwindende Grössen $\alpha' = \alpha_\odot - 6^h$. Wir können demnach (3) auch schreiben

$$(4) \quad b_{1.2} = -2 \sin \varphi \cos \delta' \cos T_w \sin 1/2 (\alpha_2 - \alpha_1).$$

$b_{1.2}$ ist also stets negativ, so lange die Mitte S_m des bez. Paares (auf dem Parallel genommen) in den Tagesstunden von 18^h bis 6^h wahre Zeit culminirt, und stets positiv, so lange sie in den Nachtstunden von 6^h bis 18^h w. Zt. culminirt; diese Regel gilt ganz allgemein für alle Paare, wenn man nur S_m so annimmt, dass die oberen Culminationen in der Ordnung $S_1 S_m S_2$ aufeinander folgen. Weiter folgt aus (4), dass bei einem bestimmten Sternpaare der Coefficient

$$(6) \quad \sum b = 2 \sin \varphi \cos \delta'_m [\sin 1/2 (\alpha_2 - \alpha_1) + \sin 1/2 (\alpha_3 - \alpha_2) + \dots + \sin 1/2 (\alpha_1 - \alpha_p)]$$

wo $\cos \delta'_m = \frac{1}{p} \sum \cos \delta'$ das arithmetische Mittel aller einzelnen Werthe $\cos \delta'$ bedeuten soll, und die Vernach-

lässigung, die wir durch Einführung desselben begangen haben, um so kleiner ist, je geringer die Unterschiede zwischen den Werthen $(\alpha_2 - \alpha_1)$ und $(\alpha_3 - \alpha_2)$ etc. sind.

$$(1) \quad A_s = A \sin z' \cos a' \\ = A [\cos \varphi \sin \delta' - \sin \varphi \cos \delta' \cos (\alpha - \alpha')].$$

Sehen wir jetzt ab von den Aenderungen $\Delta \alpha'$ und $\Delta \delta'$, welche in der Zeit von der Culmination des ersten bis zu der darauf folgenden des zweiten Sterns eintreten, weil diese als Grössen zweiter Ordnung hier nicht weiter in Betracht kommen, so berechnet sich der oben eingeführte Coefficient $b_{1.2}$ aus

$$(2) \quad b_{1.2} = \sin \varphi \cos \delta' [\cos (\alpha_2 - \alpha') - \cos (\alpha_1 - \alpha')],$$

wo α' und δ' für das Mittel der Culminationszeiten der beiden Sterne zu entnehmen sind. Diese Näherung würde übrigens, wenn y eine kleine Grösse ist, selbst dann völlig ausreichend sein, falls diese oder die folgenden Formeln zur strengen Ausgleichung der Beobachtungen benutzt werden sollten, wozu sie aber nicht bestimmt sind und man ihrer auch nicht bedarf; man wird es ja auch thatsächlich nie mit Sternen genau im Zenith selbst, sondern mit solchen in einigem Abstand nördlich und südlich von demselben zu thun haben, der Durchschnittswerth von b wird sich aber nie wesentlich von dem zenithalen unterscheiden, und deshalb beschränken wir uns auf die Betrachtung des letzteren. Aus (2) folgt

b im wesentlichen bloss noch von T_w abhängt, da $\cos \delta'$ nur zwischen $+1.00$ und $+0.92$ im Laufe eines ganzen Jahres variiren kann, und dass b Maximalwerthe erlangt, wenn $T_w = 0^h$ oder $= 12^h$ wird. Setzen wir $T_w = 12^h$, d. h. beobachten wir das Sternpaar zu der Jahreszeit, wo der erste Stern ebensoviel vor wahrer Mitternacht culminirt, wie der zweite nach derselben, so ist für diesen Fall:

$$(5) \quad b_{1.2} = 2 \sin \varphi \cos \delta' \sin 1/2 (\alpha_2 - \alpha_1)$$

und zwar ist dies also stets positiv.

Die 2. Frage oben beantwortet sich somit dahin: je zwei aufeinander folgende Sterne der Reihe, bei denen die Differenz Δ zu messen ist, müssen zu der Zeit im Jahre beobachtet werden, wo sie symmetrisch zu wahrer Mitternacht culminiren. Dies vorausgesetzt folgt:

Dieser Ausdruck bedeutet aber nichts anderes, als den Umfang eines dem Kreise mit dem Radius $\sin \varphi \cos \delta'_m$ eingeschriebenen Polygons, dessen Centriwinkel der Reihe nach $(\alpha_2 - \alpha_1) \dots (\alpha_1 - \alpha_p)$ sind. Derselbe wird bei gegebenem p ein Maximum, wenn alle diese Winkel einander gleich sind, wodurch die 1. Frage dahin beantwortet ist: die p Sterne müssen in gleichen Intervallen der Rectascension aufeinander folgen. Fügen wir diese Voraussetzung — deren Erfüllung aber ersichtlich viel weniger in's Gewicht fällt — zu der obigen hinzu, wodurch sich also auch die Beobachtungen gleichmässig über das Jahr vertheilen, so ist alsdann:

$$(7) \quad \Sigma b = B_p = 2 \sin \varphi \sin \frac{\pi}{p} \Sigma \cos \delta', \quad \text{oder}$$

$$B_p = 2 \sin \varphi \cos \delta'_m p \sin \frac{\pi}{p} = \sin \varphi B_p^0,$$

$$\text{wo} \quad B_p^0 = 2 \cos \delta'_m p \sin \frac{\pi}{p}.$$

Hiermit ist B_p in einfacher Weise als Function von p und φ ausgedrückt. Der Ausdruck enthält allerdings noch den Factor $\cos \delta'_m$, welcher auch eine Function von p ist und ausserdem von dem Anfangswerth α_1 und von der Schiefe der Ekliptik abhängt; es leuchtet aber ohne weiteres ein, dass $\cos \delta'_m$ unter den gemachten Voraussetzungen der cyklischen gleichmässigen Vertheilung der Sterne und der Beobachtungen sehr nahe constant sein muss, und dass es für unseren Zweck gar nichts ausmachen würde, wenn wir dafür einfach das Mittel 0.96 aus dem grössten und dem kleinsten Werth von $\cos \delta'$ einführen würden; wir werden unten noch hierauf zurückkommen. Für jeden gegebenen beliebigen Fall ist es übrigens ein leichtes

$$\cos \delta'_m = \frac{1}{p} \Sigma \cos \delta'$$

scharf zu berechnen.

Für Beobachtungsorte unter verschiedenen Breiten ändert sich B_p proportional mit $\sin \varphi$, d. h. die Methode versagt — wenn dieses noch des Beweises bedürfte — in der Nähe des Aequators und würde die günstigsten Bedingungen in der Nähe des Pols finden. Bleiben wir für einen Augenblick bei dem letzten Fall, so sehen wir, dass B_p^0 mit p wächst; für den Grenzfall $p = \infty$ wird $p \sin \frac{\pi}{p} = \pi$ und $\cos \delta'_m$ geht über (wenn man beachtet, dass $\sin \delta' = \sin \varepsilon \sin \lambda'$) in

$$\frac{1}{\frac{1}{2}\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon \sin^2 \lambda'} d\lambda' = \frac{1}{\frac{1}{2}\pi} E^1,$$

wo E^1 das vollständige elliptische Integral zweiter Gattung für den Winkel des Modul gleich der Schiefe der Ekliptik

ist; für $\varepsilon = 23^\circ 27' 2''$ berechnet sich $E^1 = 1.5066$. Wir haben also

$$B_\infty^0 = 4 E^1 = 6.0264.$$

Dies ist der denkbar grösste Werth, theoretisch gesprochen, den Σb überhaupt erreichen kann; derselbe stellt den Umfang der Aberrationsellipse (die halbe grosse Axe, d. h. die Aberrationsconstante = 1 gesetzt) dar, welche ein Stern in der Nähe des Pols des Aequators im Laufe des Jahres beschreibt, ein Resultat, welches auch die blosser Vorstellung der Aberrationserscheinung in Verbindung mit dem vorausgesetzten Messungsprocess als richtig erkennen lässt. Läge unser Beobachtungsort in der Nähe des Pols, so würden wir die Abwicklung dieser Aberrationsellipse auf die Richtung des Meridians beobachten; unter einer anderen Breite φ erscheint jede einzelne Strecke rechtwinklig projectirt auf die Ebene des bez. Horizonts, es tritt also der Factor $\sin \varphi$ hinzu, wie sich auch oben ergab.

Wir sehen nun auch, dass wir es bei einem endlichen Werthe p in Wahrheit mit einem Polygon zu thun haben, das jener Ellipse — welche ihrerseits aus der Projection eines Kreises mit dem Radius eins von der Ebene der Ekliptik auf die des Aequators entstanden ist — einbeschrieben ist. Dasselbe ist, falls die Bedingung

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \alpha_3 - \alpha_2 = \dots \alpha_1 - \alpha_p$$

erfüllt ist, hervorgegangen aus der Projection eines regulären Polygons und sein Umfang B_p^0 wird sich, da diese Ellipse nur wenig von der Kreisform abweicht, nur sehr wenig mit der Lage in derselben ändern; (die Summe der Quadrate über den Seiten ist dann sogar, beiläufig bemerkt, streng unabhängig von der Lage und zwar bei jeder Excentricität). Mit anderen Worten, wir können hier, wo es sich um einen allgemeinen Ueberblick über die Werthe B handelt, den Anfangswerth α_1 unbeachtet lassen und also für $\cos \delta'_m$ durchweg das Jahresmittel d. h. den Integralwerth

$\frac{E^1}{\frac{1}{2}\pi} = 0.9592$ einführen. Die Variationen von B mit α_1 sind auch, den Grenzfall $p = 2$ ausgenommen, in welchem wir es nur mit einer Strecke und keinem eigentlichen Polygon zu thun haben und der noch ausführlicher zu besprechen sein wird, thatsächlich so gering, dass sie nur die 4. Decimale beeinflussen und also in der folgenden kleinen Tabelle gar nicht zum Ausdruck kommen könnten. Dieselbe giebt für verschiedene p die Werthe

$$B_p^0 = 1.9184 p \sin \frac{\pi}{p} \quad \text{und} \quad C_p^0 = \frac{\sqrt{p}}{B_p^0},$$

welche also für $\varphi = 90^\circ$ gelten würden, und aus denen durch blosser Multiplication resp. Division mit $\sin \varphi$ die Werthe B und C für Pulkowa, Berlin und $\varphi = 45^\circ$ erhalten sind.

p	Pol		Pulkowa		Berlin		$\varphi = 45^\circ$	
	B^0	C^0	B	C	B	C	B	C
2	3.837	0.369	3.32	0.427	3.04	0.465	2.71	0.521
3	4.984	0.348	4.31	0.402	3.95	0.438	3.52	0.491
4	5.426	0.369	4.69	0.427	4.31	0.465	3.84	0.521

p	Pol		Pulkowa		Berlin		$\varphi = 45^\circ$	
	B^0	C^0	B	C	B	C	B	C
5	5.638	0.397	4.87	0.459	4.47	0.500	3.99	0.561
6	5.755	0.426	4.97	0.493	4.57	0.536	4.07	0.602
8	5.873	0.482	5.07	0.557	4.66	0.607	4.15	0.681
10	5.928	0.533	5.12	0.617	4.70	0.672	4.19	0.754
12	5.958	0.581	5.15	0.673	4.73	0.733	4.21	0.822
24	6.009	0.815	5.19	0.944	4.77	1.027	4.25	1.153
∞	6.026	∞	5.21	∞	4.78	∞	4.26	∞

Es ergibt sich also die Verbesserung der Aberrations-Constante $\gamma = \frac{\Sigma \Delta}{B}$ mit dem w. Fehler $\varepsilon_\gamma = C \varepsilon_\Delta$, jeden der Einzelwerthe Δ nur einmal und alle mit gleicher Genauigkeit beobachtet gedacht. Der w. Fehler ε_Δ wird ferner im allgemeinen auch sehr nahe constant für alle Werthe von p sein, höchstens könnte er ein wenig mit wachsendem p abnehmen, weil dann die Zwischenzeit $\frac{24^h}{p}$ zwischen den Culminationen, aus deren Beobachtung sich Δ bestimmt, entsprechend geringer wird und also weniger Spielraum für zufällige Aenderungen gewisser die Messungen beeinflussender Elemente bliebe. Soweit solche Aenderungen gesetzmässiger Art sein könnten, würde die geringere Zwischenzeit keinen Vortheil gewähren, weil dann in gleichem Maasse die Zahl der Glieder in $\Sigma \Delta$ wächst und allein der Einfluss hierauf in Frage kommt; es wird dies unten noch etwas näher zu erörtern sein.

Die Werthe B oben sind Maxima von Σb , welche eintreten im Falle, dass die p Sterne in gleichen Intervallen der Rectascension aufeinander folgen und dass man je zwei benachbarte genau zu der Zeit im Jahre beobachtet, wann ihre Mitte um wahre Mitternacht culminirt. Diese beiden Voraussetzungen werden sich in der Praxis nicht genau erfüllen lassen, es genügt aber auch völlig, wenn man sich ihnen thunlichst zu nähern sucht, da Σb in der Nähe des Maximum nur langsam abnimmt. Man wird ferner, um dies hier gleich hervorzuheben, nicht ein einzelnes Object S beobachten, sondern dies durch eine ganze Gruppe, deren mittlere Declination stets sehr nahe mit der Polhöhe übereinstimmend gemacht werden kann, ersetzen, und die Beobachtungen ausserdem an möglichst viel Tagen in der Nähe der günstigsten Termine ausführen; besteht dann jede Gruppe aus m Sternen und werden zu jedem Termin an n Tagen Beobachtungen erhalten, so wird der w. Fehler des Endwerthes von γ zu setzen sein $(\varepsilon_\gamma) = C(\varepsilon_\Delta)$, wo

$$(\varepsilon_\Delta) = \frac{\varepsilon_\Delta}{\sqrt{mn}}.$$

Der Werth von ε_Δ hängt natürlich von der bei Messung der $\varphi - \delta$ befolgten Methode und dem angewandten Instrument ab, es ist aber eine mässige Annahme für ordentliche Messungen an grösseren Instrumenten, wenn wir hier im Durchschnitt $\varepsilon_\Delta = \pm 1/4''$ setzen, und ferner annehmen, dass sich $\sqrt{mn}$ bei einer einzelnen Jahresreihe durchschnittlich auf 6 werde bringen lassen, wodurch $(\varepsilon_\Delta) = \pm 0.04$ werden würde. Die Tabelle oben zeigt dann, dass es in

der That möglich sein muss, die Aberrations-Constante nach der polygonalen Methode ganz unabhängig von der Polhöhenchwankung mit einem w. Fehler kleiner als ± 0.02 durch eine einzige cyklisch geschlossene Reihe zu bestimmen.

Nachdem im vorangehenden eine allgemeine Uebersicht über das gestellte Problem gewonnen worden ist, wird es angemessen sein, noch etwas näher auf einige specielle Fälle und Messungsmethoden einzugehen. Von den zur Messung von Werthen $\varphi - \delta$ vorhandenen Methoden hebe ich, ohne damit den Gegenstand erschöpfen zu wollen, folgende drei hervor:

a) Beobachtungen der Zenithdistanz $\varphi - \delta$ am Verticalkreis, oder des Nadirabstandes $180 + \varphi - \delta$ am Meridiankreis (Höhen aus direct und reflectirt bei derselben Culmination angestellten Beobachtungen lassen sich am Meridiankreis nur bei Polsternen erhalten); beide Male also zwar unter Anwendung des getheilten Kreises, ohne dass aber die Theilfehler in Betracht kämen, da sie sich, indem immer derselbe Stern an denselben Strichen beobachtet werden kann, mit der mittleren Declination eliminiren. Die Anwendung des Verticalkreises ist im Princip vortheilhafter, weil sich bei ihm die Beziehung auf die Lothlinie durch die Beobachtung des Sterns selbst und die Niveau-Ablesung ergibt, während hierzu am Meridiankreis eine besondere Einstellung des Nadir erforderlich ist.

b) Beobachtung am Passagen-Instrument im ersten Vertical. Diese Methode giebt sehr scharfe Bestimmungen für kleine positive Werthe von $\varphi - \delta$ und lässt sich auch, wenn man mit der Ebene des Instruments um ein geringes aus dem ersten Vertical herausgeht, mit Vortheil auf kleine negative $\varphi - \delta$ ausdehnen; sie stellt aber hohe Anforderungen an die instrumentellen Hülfsmittel und an den Beobachter und ist zeitraubend, auch bei der Reduction.

c) Die sogenannte Horrebow-Methode. Bei dieser tritt bekanntlich an Stelle des einzelnen Sterns S , von dem wir bisher der Einfachheit halber immer gesprochen haben, ein Sternpaar (nicht zu verwechseln mit dem Paar $S_1 S_2$ etc.); denken wir uns nur statt $\varphi - \delta$ oben immer geschrieben $\varphi - \frac{1}{2}(\delta_s + \delta_n)$, so bleibt alles wesentlich ungeändert. Die Beobachtung erfolgt ausschliesslich durch Mikrometer und Niveau, unter der einfachen Voraussetzung, dass die Verbindung beider während des Uebergangs von dem einen zum anderen Stern eines Paares — wobei aber das Instrument keinen Augenblick seine Lage gegen die Lothlinie ändert — ungeändert bleibe; man könnte sie deshalb auch die »Mikrometer-Niveau-Methode« oder abgekürzt M. N.-Methode nennen, und das Anrecht, welches Römer, Horrebow

oder Talcott — nach denen sie jetzt abwechselnd genannt wird — an ihrer Erfindung und Ausbildung haben mögen, ganz dahingestellt sein lassen. Sie ist zur Zeit die denkbar einfachste, genaueste und rascheste, bezüglich der Beobachtung gleichwie der Berechnung, und verdient in allen Fällen, in denen sie ihrer Art nach überhaupt angewandt werden kann, vor den Methoden unter a) und b) den Vorzug. Ich stehe nicht an, sie auch über die letztgenannte zu stellen, trotz der klassischen nach dieser ausgeführten Arbeiten, weil man — von den andern Gründen abgesehen — bei der M. N.-Methode genau im Meridian bleiben kann und somit Bisectionen eines in der Messungsrichtung völlig ruhenden Objects auszuführen hat, während die Beobachtungen im ersten Vertical stets mehr oder weniger den Charakter von Durchgangsbeobachtungen behalten und deshalb in stärkerem Maasse persönlichen Gleichungen und ihren Aenderungen ausgesetzt sein müssen. Bei der M. N.-Methode scheint mir übrigens auch die Anwendung der Photographie, durch welche dieselbe wohl noch verschärft werden könnte, besonders leicht möglich zu sein; ich denke mir zu diesem Zweck einfach an einem genügend lichtstarken für M. N.-Messungen eingerichteten Instrument das Mikrometer durch die photographische Kammer ersetzt, wobei auch die für optische Beobachtungen in der Nähe des Zeniths fast unvermeidliche Reflexion (im Fernrohr oder im Ocular) erspart würde. Eine einzige Platte dürfte für die Beobachtungen einer ganzen Nacht ausreichen und man würde auf derselben nur die Abstände zwischen je zwei Sternspuren, deren Zusammengehörigkeit sich nöthigenfalls durch geeignete Unterbrechungen kennzeichnen liesse, auszumessen haben.

Kehren wir nach dieser flüchtigen Skizzirung der Messungsmethoden von Meridian-Zenithdistanzen zu unserer Aufgabe zurück, so sehen wir aus den Werthen C in der Tabelle oben, dass die Aberrations-Constante aus der Beobachtung einer cyklischen Jahressumme von Differenzen Δ am genauesten im Falle $p = 3$ erhalten werden kann. Die Genauigkeit ist aber doch nur wenig grösser als im Falle $p = 2$, und da die Zahl der erforderlichen Einzelmessungen proportional mit p wächst, so würde letzterer für die praktische Anwendung doch vorzuziehen sein; verweilen wir deshalb etwas bei diesem Falle. Es werden alsdann Durchmesser der Aberrationsellipse gemessen; die beiden mit einander zu combinirenden Sterne (bez. immer Sternpaare bei der M. N.-Methode) S_1 und S_2 haben 12^h Abstand und werden beobachtet das eine Mal, wenn S_1 um 6^h Abends, S_2 also um 6^h Morgens culminirt, und dann nach einem halben Jahre wieder, wenn S_2 um 6^h Abends und S_1 um 6^h Morgens culminirt. Es folgt aus (5), da $\cos \delta'$ nach einem halben Jahr denselben Werth wieder erlangt,

$$B_2 = 4 \sin \varphi \cos \delta',$$

wo δ' mit dem Argumente $\alpha \odot = \alpha_1$ der Sonnenephemride zu entnehmen ist.

Der Werth von B_2 variirt also, wie schon bemerkt, etwas mit der Rectascension der Sterne; der grösste $4 \sin \varphi = 3.17$ (Berlin) tritt ein, wenn wir zwei Sterne bei 0^h und 12^h AR. beobachten an den Solstitien, der kleinste $4 \sin \varphi \cos \varepsilon = 2.91$ (Berlin), wenn wir Sterne bei 6^h und 18^h AR. beobachten an den Aequinoctien. Im Durchschnitt

für alle möglichen 12-Stundenpaare ist für Berlin $B_2 = 3.04$, welchen Werth die Tabelle oben giebt. Die Wahl der Rectascension ist also selbst in diesem Grenzfall ziemlich gleichgültig und es werden deshalb alle möglichen 12-Stundenpaare zu beobachten sein — wofür auch noch andere Gründe sprechen — und zwar jedes immer in der Jahreszeit, wo es um 6^h Abends resp. Morgens culminirt.

In der That ist dies die naheliegendste, einfachste und deshalb im Princip auch sicherste Lösung der Aufgabe, die Aberration aus Meridian-Zenithdistanzen von Zenithsternen unabhängig von Polhöenschwankungen zu bestimmen. Da aber bei ihr nothwendigerweise die Hälfte aller Beobachtungen in die Tagesstunden fällt (nur die Sterne um 6^h und 18^h würden an den Aequinoctien bei Stand der Sonne im Horizont beobachtet werden), so wird sie nur bei Anwendung der Messungsmethode a) durchführbar sein, bei welcher keine Nebenbedingungen an den Ort des einzelnen Sterns geknüpft sind und alle helleren Sterne, welche innerhalb mässiger Grenzen — soweit man eben mit Rücksicht auf die Refraction gehen will — nördlich und südlich vom Zenith beobachtet werden können. Ich glaube, dass in dieser Weise combinirte Beobachtungen namentlich an einem Vertikalkreise von genügender Grösse (eine besonders gute Theilung resp. Kenntniss der Theilfehler ist aber nicht nöthig) ein sehr gutes Resultat ergeben würden; selbstverständlich wird man auch hier, um bei jedem einzelnen Beobachtungssatz die Refraction thunlichst zu eliminiren, die Sterne derart in Gruppen zusammenfassen und beobachten, dass die mittlere Declination jeder Gruppe nahe gleich der Polhöhe wird.

Die Beobachtung solcher Sterne von 12^h Abstand in Intervallen von einem halben Jahre würde sehr erschwert sein bei Anwendung von Methode b), besonders deshalb auch, weil hier die Einzelbeobachtung eines Sterns schon bei mässigen Werthen $\varphi - \delta$ Stunden erfordert; sie dürfte ganz unmöglich sein bei c), wo man nur ausnahmsweise helle Sterne wählen kann und bei jeder längeren Reihe wegen der vielfachen an den Ort der Sterne sich knüpfenden Bedingungen genöthigt ist, auf schwächere Grössenklassen, etwa bis 7^m , überzugehen. Für das Universal-Transit in Berlin finde ich z. B. für den Fall $p = 2$ überhaupt nur zwei Sternpaare (π Aurig. u. 2 Lync.) bei 6^h und (μ Lyrae u. 42 Drac.) bei 18^h , welche zur Zeit der Aequinoctien vielleicht einige Tage hindurch gleichzeitig beobachtet werden könnten. Gerade die M. N.-Messungen würden aber wegen ihres streng differentiellen und mikrometrischen Charakters eine ganz besondere Genauigkeit zu erreichen erlauben, und ich halte es deshalb für nicht unwichtig, dass durch die polygonale Methode der Aberrationsbestimmung der Weg zu ihrer Anwendung auch bei diesem Problem geöffnet wird; wir brauchen ja offenbar p nur genügend gross zu nehmen, um alle Beobachtungen beliebig weit in die Nachtstunden zu verlegen.

Der Umstand, dass die Zahl der erforderlichen Einzelmessungen proportional mit p wächst, kommt hier bei der grossen Einfachheit der Beobachtungen selbst und ihrer Reduction nicht sehr in Frage; dagegen lehren allerdings die C , dass man doch bei möglichst kleinen Werthen p bleiben muss. Es finden auch bereits bei $p = 3$, wo C

am kleinsten ist, d. h. die Aberrations-Constante sich am genauesten aus einer einzelnen cyklischen Summe von Grössen Δ ergibt, alle Beobachtungen eine Stunde nach Sonnenuntergang resp. vor Sonnenaufgang statt, wenn wir drei Sternpaare in den Rectascensionen 2^h , 10^h und 18^h wählen. Wir wollen nun aber zur Erzielung einer grösseren Genauigkeit, wie schon bemerkt, nicht einzelne Sternpaare, sondern ganze Gruppen von solchen beobachten, weil es (von anderen Gründen abgesehen) dann namentlich auch immer möglich ist, die mittlere Declination einer jeden Gruppe bis auf etwa $\pm 1'$ gleich der Polhöhe zu machen, wodurch der Schraubenwerth des Mikrometers und seine gesetzmässigen oder zufälligen Aenderungen so gut wie ganz eliminirt werden; ferner müssen je zwei benachbarte Gruppen stets einige Wochen hindurch in der Jahreszeit, wo sie gleich viel vor bzw. nach Mitternacht culminiren, zusammen beobachtet werden können. Sollen auch dann noch sämtliche Beobachtungen in die Nachtstunden fallen, so sind wir genöthigt, p etwas grösser zu wählen, und es wird ausserdem zweckmässig sein, die Bedingung der gleichen Rectascensions-Intervalle aufzugeben (wodurch B nur unbedeutend verkleinert wird, nämlich in dem Maasse, wie der Umfang eines unregelmässigen einem Kreise eingeschriebenen Polygons kleiner ist, als der des regulären von gleich viel Seiten), und die Gruppen bei 18^h , welche in den kürzeren Sommernächten zu beobachten sind, etwas näher znsammenzurücken. Wir sprechen hier immer von der Nordhalbkugel, selbstverständlich gilt aber Alles mutatis mutandis auch für die Südhalbkugel; es liegen nur für die praktische Anwendung die gegenwärtig auf ihr vorhandenen Sternwarten dem Aequator etwas zu nahe.

Von diesen Gesichtspunkten ausgehend wird es leicht sein, für irgend einen bestimmten Ort und ein gegebenes Instrument die geeignetsten Combinationen aufzufinden und zugleich mit Hülfe der Entwicklungen oben sofort einen Näherungswerth für den w. Fehler der resultirenden Aberrations-Constante anzugeben, falls man die Genauigkeit der einzelnen Messung an dem Instrument bereits kennt. Für die Breite von Berlin z. B. und die optische Stärke des Universal-Transit (gebrochenes Fernrohr von 115^{mm} Oeffnung) würde folgender Beobachtungsplan sich empfehlen:

Es werden cyklisch combinirt vier Gruppen, deren Mitten liegen bei $\alpha = 6^h$, 14^h , 18^h und 22^h , jede erstrecke sich über 2 Stunden der Rectascension, nur die Gruppe bei 18^h soll eine geringere Ausdehnung, von etwa $1\frac{1}{2}$ Stunden, bekommen. Alsdann kann beobachtet werden, unter der Bedingung, dass die Beobachtungen frühestens eine halbe Stunde nach Sonnenuntergang anfangen und spätestens eine halbe Stunde vor Sonnenaufgang schliessen sollen, welche reichlich genügt, um alle Sterne bis zur 7. Grösse stets mit voller Sicherheit einzustellen,

Gruppe I	und II	von J.n.	12 bis	März	3
„ II	„ III	„ Mai	2	„ Mai	29
„ III	„ IV	„ Juli	13	„ Aug.	9
„ IV	„ I	„ Oct.	9	„ Dec.	1

Die Combinationen (I–II) und (IV–I) können jede während 7 Wochen, (II–III) und (III–IV) nur während 4 Wochen, dafür aber in der günstigeren Jahreszeit, beob-

achtet werden, was hinreichen wird, um im Durchschnitt die Zahl der Beobachtungstage $n = 6$ zu erhalten; die Zahl m der Paare in jeder Gruppe kann gleichfalls auf mindestens 6 angesetzt werden. Der Coefficient Σb ergibt sich durch eine Ueberschlagsrechnung mittels (4) oben gleich $+4.0$, und es folgt somit der w. Fehler der resultirenden Aberrations-Constante in diesem Falle:

$$\varepsilon_y = \frac{\sqrt{p}}{\Sigma b \sqrt{mn}} \varepsilon_\Delta = \frac{1}{12} \varepsilon_\Delta.$$

Am Universal-Transit hat sich im Durchschnitt aus lang-jährigen Reihen der w. Fehler der einzelnen Beobachtung von $\varphi - \frac{1}{2}(\delta_s + \delta_n)$ bei einem Sternpaar, oder einer einzelnen Polhöhe wie man zu sagen pflegt, $\varepsilon = \pm 0.12$ ergeben (er wird thatsächlich eher kleiner als grösser sein); hieraus folgt $\varepsilon_\Delta = \varepsilon \sqrt{2} = \pm 0.17$ und also

$$\varepsilon_y = \pm 0.014.$$

Mit einer solchen Genauigkeit darf man hoffen, die Aberrations-Constante an diesem oder einem ähnlichen Instrument nach der obigen Methode bestimmen zu können, und zwar ganz unabhängig von der Polhöhenchwankung. Erforderlich sind dazu Beobachtungen an 24 Tagen von je 12 Paaren, im ganzen also 288 Einzelbeobachtungen, eine verhältnissmässig sehr geringe Zahl, zumal wenn man bedenkt, dass jede einzelne Messung nur etwa 5 Minuten wirklicher Beobachtungsarbeit verlangt. Die Unbequemlichkeit nach Mitternacht zu beobachten — um dies nebenbei zu erwähnen — muss hier, wie bei vielen anderen astronomischen Aufgaben, in den Kauf genommen werden; man könnte sie übrigens beträchtlich verringern durch Vergrösserung von p , aber auf Kosten der Genauigkeit und mit gleichzeitigem starken Wachsen der Zahl der Beobachtungen, auch wird sie hier um so eher erträglich sein, als die vier Beobachtungssätze unserer Reihe durch längere Pausen getrennt sind.

In diesen Zwischenzeiten culminirt immer eine der Gruppen um Mitternacht selbst. Stellt man auch dann Beobachtungen an, so dass also die Reihe ununterbrochen das Jahr hindurch fortgeht (nur dass abwechselnd eine oder zwei Gruppen beobachtet werden, jede einzelne also von dem Termin an, wo sie aus der Morgendämmerung zum Vorschein kommt, verfolgt wird, bis sie in der Abenddämmerung verschwindet), so erhält man auch in der einfachsten und sichersten Weise alle wünschenswerthen Daten für die Untersuchung der Polhöhenchwankung und ihrer Perioden.

Umgekehrt ergeben auch die M. N.-Messungen, welche bekanntlich nach dem Programm des Centralbureaus der internationalen Erdmessung (A. N. 2871) in Berlin, Potsdam und anderen Orten zur näheren Untersuchung der Variationen der Polhöhe bereits angestellt sind resp. noch angestellt werden, neue Werthe für die Aberrations-Constante, worauf ich schon an anderer Stelle Gelegenheit hatte hinzuweisen (vergl. Bericht über die Versammlung der Permanenten Commission zu Freiburg im Sept. 1890). Bei der Aufstellung dieses Programms war seinerzeit allerdings, und dies wohl mit Recht, ausschliesslich die möglichst bequeme fortlaufende Bestimmung von Polhöhen in's Auge gefasst

und keine Rücksicht auf den Einfluss, welchen die Aberration durch die cyklische Summirung der Beobachtungen gewinnen musste, genommen worden. Die Zahl der Gruppen ist deshalb sehr gross gewählt, nämlich gleich neun, und die Beobachtungen sind wesentlich vor Mitternacht angestellt; hierdurch geht Σb unter 4 herab (für Berlin auf 3.8) und der Coefficient C steigt auf 0.8. Trotzdem werden auch diese Reihen noch sehr wichtige Beiträge zur Bestimmung der Aberrations-Constante liefern, namentlich da die Zahl der Beobachtungen bei jeder mehr als tausend im Jahr beträgt.

Als Beispiel möchte ich das Resultat anführen, welches ich aus den Berliner Beobachtungen, die von Herrn Dr. Marcuse am Universal-Transit im Auftrage des Centralbureaus ausgeführt und mir freundlichst in vorläufiger aber gut genäherter Reduction für den Zeitraum von Januar 1889 bis August 1890 mitgetheilt wurden, erhalten habe. Benutzt sind davon nur solche Werthe Δ , welche auf Beobachtungen eines und desselben Tages beruhen und die Ergebnisse aus beiden Jahren mit Rücksicht auf die Zahl n der Beobachtungstage in jedem zu Mitteln vereinigt; die Zahl m der Sternpaare in jeder Gruppe beträgt, mit unwesentlichen und hier nicht weiter berücksichtigten Ausnahmen, acht. Die Unbekannten x enthalten nicht die mittleren Declinationen selbst, sondern die Verbesserungen gewisser willkürlicher Näherungswerthe derselben, deren Mittheilung hier kein Interesse hat; y ist die Verbesserung der Struve'schen Aberrations-Constante.

	n	$1:n$
$x_{1.2} + 0.496 y = -0.137$	6	0.167
$x_{2.3} + 0.552 y = +0.157$	6	0.167
$x_{3.4} + 0.276 y = -0.057$	7	0.143
$x_{4.5} + 0.344 y = -0.293$	5	0.200
$x_{5.6} + 0.406 y = +0.233$	9	0.111
$x_{6.7} + 0.327 y = +0.045$	5	0.200
$x_{7.8} + 0.370 y = -0.494$	10	0.100
$x_{8.9} + 0.385 y = +0.721$	8	0.125
$x_{9.1} + 0.655 y = -0.005$	8	0.125
Null $+ 3.811 y = +0.170$		1.338

$$y = \frac{+0.170}{3.811} = +0.045$$

$$\epsilon_y = \frac{\epsilon_\Delta}{3.811} \sqrt{\frac{1.338}{8}}, \quad \epsilon_\Delta = \pm 0.12 \sqrt{2}$$

$$A = 20.490 \pm 0.018.$$

Es sei dies nur als erstes Beispiel einer von Polhöhenchwankungen gänzlich unabhängigen Bestimmung der Aberrations-Constante nach der polygonalen Methode mitgetheilt; die zusammenfassende strenge Bearbeitung der bezüglichen grossen Reihen, welche bald Zehntausende von Einzelmessungen vereinigen werden, muss dem Centralbureau der internationalen Erdmessung vorbehalten bleiben.

Zur Ermittlung der Aberration ist eine vollständige Jahresreihe nothwendig und hinreichend, die Beobachtungen können alsdann zu einer beliebigen Zeit abgebrochen werden; man wird jedoch bei der Beobachtung dahin

streben müssen, die Δ mit nahe gleichem Gewicht zu erhalten, und zwar thunlichst in jedem Cyklus, um nicht die Unsicherheiten der Praecession, Nutation und Eigenbewegung merklich werden zu lassen; ich möchte mir vorbehalten, hierauf vielleicht bei Gelegenheit zurückzukommen. Wir hatten ferner Eingangs angenommen, dass die Differenzen Δ aus auf einander folgenden Culminationen, also aus Beobachtungen einer Nacht abgeleitet werden, und dies in dem Beispiel oben auch durchgeführt. Durchaus nothwendig ist diese Bedingung nun offenbar nicht, es würde vielmehr genügen, wenn die mittleren Beobachtungsepochen der bezüglichen beiden Gruppen möglichst nahe übereinstimmen; namentlich im Falle, dass durch die erwähnte Ausdehnung der Reihe über die Zwischenzeiten die Polhöhenchwankung gleichzeitig ihrem ganzen Verlaufe nach bestimmt wird, könnte nöthigenfalls die kleine Reduction auf identische Epochen leicht mit aller Schärfe berücksichtigt werden.

Ich glaube aber, dass es doch gerathen ist, an dieser Bedingung — soweit das Wetter es irgend erlaubt — festzuhalten, weil alsdann nicht nur die Polhöhenchwankung von vornherein eliminirt wird, sondern auch allgemein constante Tagesfehler der Messungen $\phi - \delta$ unschädlich gemacht werden. Derjenige Betrag der Schwankung, welcher zwischen den beiden Culminationen eintritt, würde freilich dadurch noch nicht eliminirt sein. Derselbe könnte aber schlimmsten Falls die Δ nur um 0.001 bis 0.002 verfälschen und würde durch die cyklische Summirung gänzlich vernichtet werden, falls das Hauptglied der Schwankung von ungefähr jährlicher Periode ist; denn alle Δ müssen dann in der einen Hälfte des Jahres zu gross und in der anderen zu klein werden.

Nicht eliminirt aus den Differenzen Δ werden alle diejenigen Einflüsse gleichviel welchen Ursprungs, deren Periode mit dem mittleren Tage — nicht dem Sterntage — übereinstimmt. Auf Polhöhenchwankungen oder auf Nutationen von solcher Periode führt meines Wissens die Theorie nicht; zu erwähnen wäre hier höchstens — aber auch dies nur der Vollständigkeit halber — die Anziehung des Lothes durch die Sonne, deren Periode in der That genau ein Sonnentag ist. Die Meridiancomponente derselben, welche hier in Frage kommt, berechnet sich gleich $0.008 \sin 2z \odot \cos a \odot$; dieser geringfügige Einfluss wird aber bei unserer Methode oben in aller Strenge eliminirt dadurch, dass die Beobachtungen symmetrisch zum Meridiandurchgang der Sonne liegen sollen. Fielen die Messungen, wie dies z. B. bei den erwähnten Polhöhenreihen geschehen ist, vorwiegend vor Mitternacht, so bliebe ein Rest dieses Einflusses bestehen, und die cyklische Summe $\Sigma \Delta$ könnte deshalb unter Umständen bis um 2 oder 3 Hundertel der Bogensekunde verfälscht werden.

Beachtenswerther bei der Bestimmung der Δ werden andere Einflüsse mehr indirecter Art sein, deren Periode gleichfalls ein Sonnentag ist. Wir haben hier besonders Wärmeeinflüsse im Auge und können dabei unterscheiden zwischen solchen, welche im Instrument, und solchen, welche in der Refraction ihren Ursprung nehmen. Die ersteren wird man durch geeignete Anordnung der Beobachtungen und vornehmlich durch passende Auswahl der Sternpaare, welche zu einer Gruppe vereinigt werden sollen, fast ganz

eliminieren können, während zugleich die Discussion der einzelnen Paare Aufschluss über ihre etwaige Existenz und Grösse geben wird. Was die letzteren betrifft, so ist vor allem festzuhalten, dass hier überhaupt nur die »Zenithrefraction«, um die Erscheinung mit einem Wort zu bezeichnen, welche also durch eine schräge Lagerung der Luftschichten (im Beobachtungsraum oder im freien Luftmeer) entstehen würde, in Frage kommt, jedoch auch nur insoweit, als diese Lagerung eine tägliche Periode haben könnte; denn der Wechsel der Lagerung von Tag zu Tag ist bereits eliminiert.

Es ist nicht gerade wahrscheinlich, dass sich die Luftschichten das Jahr hindurch während jedes Tages oder vielmehr während jeder Beobachtungsnacht, denn darauf kommt es hier nur an, in einer bestimmten gesetzmässigen Weise neigen sollten, und zwar so stark, dass dadurch eine merkliche Refraction im Zenith entstände. Am leichtesten könnte man sich dergleichen noch bei den inneren Luftschichten vorstellen, obgleich auch hier schon die verschiedene Richtung des Windes einigen Wechsel in das Gesetz bringen wird, — unter Voraussetzung eines Beobachtungsraumes, der nur einen unvollständigen und langsamen Ausgleich der Temperatur zuliesse, so dass der Vorgang eine Folge des allmählichen und einseitigen Eindringens der sich abkühlenden äusseren Luft im Laufe der Nacht sein würde. Mit Rücksicht auf solche Bedenken ist auch jedenfalls ein möglichst guter Temperatenausgleich selbst bei diesen Differential-Messungen anzustreben, und es kann sich ferner empfehlen, bei jeder Gruppe noch ein Hülfssternpaar in etwas grösserer Zenithdistanz, etwa einen Polstern verbunden mit einem entsprechenden Südstern, nur zum Zweck der Untersuchung einer Refractionsstörung von täglicher Periode mit zu beobachten.

Zugegeben aber selbst die Möglichkeit derartiger merkwürdiger Refractionsanomalien, von solcher Stärke, dass dadurch unsere Methode der Aberrationsbestimmung merklich beeinflusst werden könnte, so wird man sich doch bei einem vergleichenden Blick auf die wichtigsten anderen Methoden leicht überzeugen, dass diese alsdann in noch höherem Maasse durch sie gestört werden müssen.

Am nächsten verwandt unseren Messungen sind die Beobachtungen der Meridian-Zenithdistanzen von Polsternen in oberer und unterer Culmination. Die Polhöenschwankung ist in diesem Falle leicht zu eliminieren; dagegen ist die Wirkung von Störungen der Refraction, welche hier mit ihrem absoluten Betrage für eine Zenithdistanz von 30° bis 40° eingeht, um vieles stärker; zu den eigentlichen Anomalien der Strahlenbrechung tritt hier ausserdem noch der Fehler in der jedesmaligen Bestimmung der normalen Refraction, deren Kenntniss wir vorhin gar nicht brauchten. Selbst wenn man — was bisher bei ähnlichen Reihen nicht geschehen ist — simultane Beobachtungen von Südsternen in gleichen Zenith-

distanzen zur Untersuchung und Eliminirung solcher Störungen und Fehler heranziehen wollte, würde die Methode erst das Niveau derjenigen Beobachtungen erreichen, welche wir uns oben nur zur Controlle der eigentlichen Zenithbeobachtungen eingeführt dachten.

Bei der Beobachtung ferner der Rectascensionen der Polsterne, abwechselnd in beiden Culminationen, spielt zunächst die Polhöenschwankung keine Rolle, da sie sich in der Praxis mit der Unsicherheit der Rectascensionen der Uhrsterne, welche hier von keinem Belang ist, vermischen wird. Zu befürchten ist Lateralrefraction bei den Sternbeobachtungen, zumal dieselben zur Hälfte gerade in die Mittagsstunden fallen; eine solche ist gewiss als Grösse derselben Ordnung wie die Zenithrefraction aufzufassen. Besondere Schwierigkeiten bereitet weiter die unerlässliche Untersuchung und Bestimmung der täglichen Periode des Azimuths entweder des Instruments selbst oder der Miren, falls solche angewandt sind. Auch bei den vollkommensten Einrichtungen wird es kaum möglich sein, diese Periode (welche sich aus der Bewegung der Mire selbst und aus terrestrischer lateraler Refraction zusammensetzen wird) genauer als auf $0.1''$ zu ermitteln. Die hieraus folgende Unsicherheit der Aberrations-Constante würde dann immer noch ca. $0.03''$ betragen, und der Fehler wird bei allen Polsternbeobachtungen einer Sternwarte in demselben Sinne wirken, so dass die Uebereinstimmung der Resultate aus verschiedenen Sternen nichts gegen die Existenz desselben beweist.

Die sinnreiche Loewy'sche Methode der Aberrationsbestimmung endlich besitzt allerdings den ungemeinen Vorzug vor allen anderen, dass sie mit der Lage der Rotationsaxe in der Erde oder im Weltenraum und mit derjenigen der Lothlinie überhaupt nichts zu thun hat; sie verlangt dafür die mikrometrisch scharfe Vergleichung (nicht die absolute Bestimmung) von Sterndistanzen, welche ganze Quadranten betragen. Mit welcher Genauigkeit nun diese Messung vermittelt des von Loewy hierzu erfundenen Objectiv-Doppelspiegels, welcher wohl kaum durch einen zweckmässigeren Apparat ersetzt werden könnte, ausgeführt werden kann, und ob systematische Fehler, wie sie namentlich durch die excentrische Lage der abbildenden Strahlenkegel entstehen könnten, sich dabei gänzlich werden vermeiden lassen, darüber kann erst geurtheilt werden, sobald eine längere bezügliche Beobachtungsreihe veröffentlicht sein wird; man darf derselben deshalb mit Spannung entgegensehen. Abgesehen aber von den Schwierigkeiten der Messung, welche gewiss nicht für unüberwindlich zu halten sind, spielen die Refractionsanomalien — hauptsächlich in ihrer lateralen Componente wirkend — hier, wo es sich um Verbindung von Sternen in vergleichsweise grosser Zenithdistanz und ganz verschiedenen Azimuthen handelt, vielleicht eine wichtigere Rolle, als bei allen vorgenannten Methoden.

Berlin 1890 Dec. 12.

F. Küstner.

Inhalt:

Zu Nr. 3015. *F. Küstner.* Zur Bestimmung der Aberrations-Constante aus Meridian-Zenithdistanzen unabhängig von den Schwankungen der Polhöhe, 233.