Die Batterie bestand hier aus zwei Flaschen; der Strom ging erst durch die vorderen 8' K. des Rahmens, dann durch $2\frac{1}{2}$ K. der neuen Sorte in die hinteren 8' K. des Rahmens, spaltete sich hier so, daß seine Richtung in beiden 8' K. dieselbe war, und ging nun erst auf dem gewöhnlichen unverlängerten Draht zur Außenseite der Batterie zurück; als Stromtheilung genommen, war also auch hier der Stamm wie zuletzt um $10\frac{1}{2}$ K. verlängert. Zugleich entsteht ein Nebenstrom, deshalb sind die Ströme in *A*, *B*, *C* und *D* $= (a'' + na'')^2 = (1+n)^2 (a'')^2$, worin $(a'')^2$ die zuletzt beobachteten Werthe erhält. Im Uebrigen ist die Berechnung ohne Schwierigkeiten, indem man $(1+n)^2 = 2,546$ und hiermit $(1+n)^2 (a'')^2 = 1,155$, 1,100, 0,896 und 0,807 hat. Aus $(1+n)^2 = 2,546$ folgt $n = 0,596$, also ist bei dieser Zusammensetzung des Schließungsdrahtes seine Nebenstrom-erregende Kraft bedeutend vermindert. Für die Richtung des Nebenstroms ist dieser Versuch entscheidend.

VI. *Zweite Notiz über neue sonderbare Anwendungen des Verweilens der Eindrücke auf die Netzhaut; von Hrn. Plateau.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus *T. XVI* des *Bullet. de l'acad. de Bruxelles*. — Die erste Notiz findet sich bereits in dies. Ann. Bd. 78, S. 563).

Als ich unter dem Namen *Anorthoskop* ein Instrument beschrieb ¹⁾ zu dem Behufe, mittelst zweier rasch vor einander rotirenden Scheiben, von denen die hintere transparent und mit entstellten Figuren bemalt ist, während die vordere, opake, eine kleine Anzahl schmaler Spalten besitzt, eine eigenthümliche Gattung von Anamorphosen hervorzubringen, hatte ich über das Verhältniß der beiden

1) *Bulletin de l'acad. (Année 1836) T. III. p. 7.* (Vergl. dies. Ann. Bd. 37, S. 464.)

Geschwindigkeiten, über die Richtung derselben und über die Gestalt der Spalten nichts Genaues angegeben. Bei dem Instrument, wie es nach meinen Angaben für das Publicum construiert wurde, verhielt sich die Geschwindigkeit der transparenten Scheibe zu der der opaken wie 4 zu 1, und diese Geschwindigkeiten waren von entgegengesetzter Richtung; die Spalten endlich waren gerade und gingen vom Mittelpunkt zum Umfang der Scheibe.

Mit diesen Elementen ist, wie das erwähnte Instrument es zeigt, die verzerrte Figur eine einzige; sie ist winkelförmig ausgebreitet, und giebt zu fünf regelmässigen, symmetrisch um den Mittelpunkt gelagerten Figuren Anlaß, allein man begreift, daß andere Einrichtungen auch andere Resultate liefern werden. Da nun bisher Niemand, meines Wissens, diese Einrichtungen geändert hat, und man, durch theilweise Abänderung derselben, in gewissen Fällen zu sonderbaren Resultaten gelangt, so will ich den Gegenstand etwas umständlich untersuchen.

Zur Vereinfachung der Betrachtungen will ich voraussetzen, die Spalten seyen äußerst schmal, so daß man sie als bloße Linien ansehen kann. Dann erinnere ich daran, daß die regelmässige Figur, welche durch die gleichzeitige Bewegung beider Scheiben erhalten wird, aus der Gesamtheit der Eindrücke besteht, welche die verschiedenen Punkte der verzerrten Figur, gesehen durch eine selbe Spalte in den successiven Lage dieser, im Auge hinterlassen. Betrachtet man nun die Spalte in einer dieser Lagen insbesondere, so werden alle Punkte der Figur, welche ihr für diesen Augenblick in Bezug auf das Auge entsprechen, gleichzeitig wahrgenommen und sie gehören folglich, mit ihren relativen Lagen, zu der regelmässigen Figur d. h. sie befinden sich in dieser, identisch in derselben Weise auf einer Linie von gleicher Gestalt wie die Spalte geordnet. Umgekehrt also, wenn man die regelmässige Figur, welche man mittelst des Apparates hervorbringen will, auf Papier gezeichnet hat und man zieht auf dieser Figur eine Linie, welche die Spalte in einer ihrer Lagen vorstellt, so wer-

den alle Punkte, in denen diese Linie die Figur schneidet, identisch in derselben Weise auf einer ähnlichen Linie in der verzerrten Figur gelagert seyn müssen. Dasselbe gilt von irgend einer Anzahl ähnlicher Linien, die durch die regelmäßige Figur gezogen sind und eben so viele successive Lagen der Spalten vorstellen. Die Reihen der Punkte, die sich respective auf diesen Linien befinden, haben also alle ihre correspondirende identische auf der Zeichnung der entstellten Figur; allein diese letzteren nehmen unter einander nicht dieselben relativen Lagen wie auf der ersteren ein und darin besteht die Verzerrung.

Um die Ideen zu fixiren und Weitläufigkeit zu vermeiden, will ich in dem Folgenden stets voraussetzen, daß die Spalten geradlinig sind und in Richtung der Radien der Scheibe liegen. Diefs gesetzt, wollen wir folgeweise die Fälle studiren, wo die beiden Scheiben sich im entgegengesetzten Sinne drehen, und wo es im gleichen geschieht.

I. Geschwindigkeiten im entgegengesetzten Sinn.

Betrachten wir nun eine Spalte in einer ihrer Lagen, der Einfachheit wegen, in einer verticalen, und nennen r den Radius der transparenten Scheibe, welche in diesem Moment durch die Spalte gesehen wird. Der Eindruck, welchen die nach diesem Radius r geordneten Punkte der verzerrten Figur auf der Netzhaut hinterlassen, gehört zur regelmäßigen Figur. Betrachten wir hierauf die Spalte in einer folgenden Lage, welche mit der ersteren irgend einen Winkel α macht. In dieser neuen Lage wird ein anderer Radius r' der transparenten Scheibe sich hinter der Scheibe befinden, und der Eindruck auf das Auge, den die auf diesen zweiten Radius liegenden Punkte der verzerrten Figur machen, gehört auch zur regelmäßigen Figur. In dieser Figur fassen also die beiden Reihen von Punkten den Winkel α zwischen sich. Allein während die Spalte, die Verticale verlassend, bis zum Zusammentreffen mit dem Radius r' diesen Winkel beschrieben hat, hat auch der Radius r die Verticale verlassen und im entgegengesetzten

Sinn einen anderen Winkel beschrieben, den wir β nennen wollen. Daraus folgt, daß im Augenblick, wo die Spalte sich, in einem Winkel-Abstande α von der Verticalen, vor dem Radius r' befindet, der Radius r auf der anderen Seite um den Winkel β von derselben Verticalen entfernt ist, und daß also auf der transparenten Scheibe die Radien r und r' einen Winkel $\beta + \alpha$ mit einander machen.

Zwei Reihen von Punkten also, die respective auf zwei durch die regelmässige Figur gezogenen Radien liegen und den Winkel α zwischen sich fassen, haben auf der verzerrten Figur als ihnen entsprechend zwei Reihen ebenso geordneter Punkte auf zwei Radien, die mit einander den größeren Winkel $\beta + \alpha$ bilden, und folglich besteht die Verzerrung bloß in einer fächerförmigen Ausbreitung der regelmässigen Figur.

Leicht findet sich der allgemeine Ausdruck für das Verhältniß $\frac{\beta + \alpha}{\alpha}$. Dieß Verhältniß läßt sich nämlich unter die Form $\frac{\beta}{\alpha} + 1$ bringen; nun verhält sich offenbar der Winkel β zum Winkel α wie die Geschwindigkeit der Scheibe mit der verzerrten Figur zu der der schwarzen Scheibe. Bezeichnen wir also die erstere mit V_d und die zweite mit V_n , und nennen M das Verhältniß $\frac{\beta + \alpha}{\alpha}$, so haben wir:

$$M = \frac{V_d}{V_n} + 1 \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

eine GröÙe, die, wie man sieht, nur von dem Verhältniß der Geschwindigkeiten beider Scheiben abhängt.

Hiernach begreift man, daß, für ein gegebenes Verhältniß beider Geschwindigkeiten, die Construction der verzerrten Figur auf folgende Weise bewerkstelligt wird: 1) Zieht man auf der regelmässigen Figur, die man reproduciren will, eine Reihe hinlänglich nahe zusammenliegender Radien; 2) zieht man auf der Scheibe, welche die verzerrte Figur enthalten soll, dieselbe Anzahl von Radien, aber so, daß der Winkel zwischen jedem derselben und dem ihm folgenden zu dem Winkel zwischen den beiden entsprechenden

chenden Radien der regelmässigen Figur in dem Verhältniss M stehe; 3) übertrage man auf jeden Radius der transparenten Scheibe die auf dem entsprechenden Radius der regelmässigen Figur liegenden Punkte, und gebe diesen Punkten dieselben respectiven Abstände vom Mittelpunkt; 4) endlich verknüpfe man diese so vertheilten Punkte durch zweckmässige Linien.

Bei dem ins Publicum gekommenen Anorthoskop ist die Geschwindigkeit der durchscheinenden Scheibe die vierfache von der der schwarzen, d. h. giebt $M=5$, und in der That besteht die Anfertigung der Zerrbilder zu diesem Instrumente einfach darin, dass man die Winkel-Abstände fünfmal grösser macht als in den regelmässigen Figuren, die man wieder hervorbringen will. Aus dem vorherigen allgemeinen Ausdruck des Verhältnisses M sieht man, dass die Verzerrung desto grösser ist, je beträchtlicher die Geschwindigkeit der transparenten Scheibe in Bezug auf die der schwarzen Scheibe ist.

Wir können in der Formel (1) die Grösse M durch ihren Werth $\frac{\beta+\alpha}{\alpha}$ ersetzen und folgern daraus

$$\beta + \alpha = \alpha \left(\frac{V_d}{V_n} + 1 \right),$$

in welchem Ausdruck $\beta + \alpha$ offenbar der Winkel-Abstand zwischen dem Radius r und der Spalte ist, wenn letztere den Winkel α beschrieben hat. Wenn nun dieser letztere Winkel ein solcher ist, dass der Winkel-Abstand $\beta + \alpha$ einen ganzen Kreisumfang beträgt, so wird sich die Spalte abermals vor dem Radius r befinden. Bezeichnen wir also mit α' den Werth von α , welcher diese Bedingung erfüllt, und nehmen, der Einfachheit wegen, den Kreisumfang zur Einheit, so giebt die besagte Bedingung:

$$\alpha' \left(\frac{V_d}{V_n} + 1 \right) = 1$$

woraus

$$\alpha' = \frac{1}{\frac{V_d}{V_n} + 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

ein Werth, der nothwendig kleiner als eins ist. Nimmt

man also an, der Radius r sey derjenige, welcher den ersten Punkt der verzerrten Figur enthält, so wird diese Figur ganz hinter der Spalte hinweggehen, während diese den durch den Bruch $\frac{1}{\frac{V_d}{V_n} + 1}$ gemessenen Winkel beschreibt,

und somit findet sich innerhalb dieses selben Winkels eine vollständige regelmässige Figur hervorgebracht. Allein da alsdann die Spalte abermals mit dem ersten Punkt der verzerrten Figur zusammenfällt, so wird ebenso in dem folgenden, dem ersten gleichen Winkel eine neue regelmässige Figur entstehen und so fort. Die Figur vervielfältigt sich also indem sie regelmässig wird, und wenn der besprochene Winkel einen aliquoten Theil des Kreisumfanges zum Maasse hat, was offenbar erfordert, dafs $\frac{V_d}{V_n}$ eine ganze Zahl sey, so werden sich die regelmässigen Figuren symmetrisch um das Centrum angeordnet finden und bei jedem Umlauf der Spalte in den nämlichen Lagen zum Vorschein kommen. Klar ist, dafs dann die Anzahl dieser Figuren $\frac{V_d}{V_n} + 1$ seyn wird. In dem käuflichen Anorthoskop ist $\frac{V_d}{V_n} + 1 = 5$ und folglich entstehen fünf identische regelmässige Figuren, symmetrisch um das Centrum liegend.

Man mufs die Geschwindigkeiten immer so nehmen, dafs das Verhältnifs $\frac{V_d}{V_n}$ eine ganze Zahl sey; denn wenn es anders wäre, so ist nach dem Gesagten klar, dafs die Spalte, nach dem sie einen Umlauf gemacht hat, nicht wieder mit dem ersten Punkt der verzerrten Figur zusammenfällt, und dafs folglich die regelmässigen Figuren, welche hernach entstehen, sich nicht mit den ersten überdecken, woraus denn eine Verwirrung erfolgt.

Will man, dafs jede regelmässige Figur vollkommen getrennt von den benachbarten erscheine, so mufs man die Zeichnung offenbar so anfertigen, dafs sie einen Winkel bespanne, der kleiner ist als der, welcher den Bruch $\frac{1}{\frac{V_d}{V_n} + 1}$ zum Maasse hat. Diefs ist z. B. bei dem käufli-

chen Anorthoskop für die Figur geschehen, die eine Dame mit Sonnenschirm vorstellt. Wenn die Zeichnung, die man sich giebt, den besagten Winkel überschreitet, so greift bei der verzerrten Figur das eine Ende über das andere, und alsdann ist bei jeder regelmässigen Figur, die entsteht, eins ihrer Enden theilweise verdeckt durch das andere Ende der benachbarten. Diefs kann man bei dem käuflichen Anorthoskop z. B. bei der Figur sehen, die ein galopierendes Pferd darstellt. Man begreift, dafs es gewöhnlich vortheilhaft ist, die Sachen auf diese Weise einzurichten.

Endlich haben wir bisher blofs in der Hypothese gesprochen, dafs die schwarze Scheibe nur eine einzige Spalte habe; allein es ist leicht zu ersehen, dafs man diese Scheibe mit gleichabständigen Spalten in einer dem Verhältnifs $\frac{V_d}{V_n}$ gleichen Anzahl versehen kann. Nehmen wir nämlich wiederum als Anfangsstellungen der beiden Scheiben diejenigen, bei welchen eine Spalte dem ersten Punkt der verzerrten Figur entspricht, so wird offenbar nach einem Umlauf dieses Punktes die Spalte einen durch den Bruch $\frac{V_d}{V_n}$ gemessenen Theil der ganzen Umdrehung vollführt haben, allein wenn in diesem Augenblick eine zweite Spalte sich vor dem besagten Punkt befindet, so werden die durch sie erzeugten regelmässigen Figuren nothwendig die ersten überdecken. Man wird also in der schwarzen Scheibe so viel Spalten machen können, als der obige Bruch in der Einheit enthalten ist, d. h. $\frac{V_d}{V_n}$ Spalten, wohlverstanden, immer vorausgesetzt, dafs diese letzte Gröfse eine ganze Zahl sey. So ist bei dem käuflichen Anorthoskop, bei welchem man hat $\frac{V_d}{V_n} = 4$, die schwarze Scheibe mit vier Spalten versehen.

II. Geschwindigkeiten in gleichem Sinne.

Seyen wie vorhin α und β die von einer Spalte und einem Radius r der transparenten Scheibe, gleichzeitig von der Ver-

ticale aus, beschriebenen Winkel, und sey auch r' der Radius, vor welchem sich die Spalte in der zweiten Stellung befindet. Der Winkel α wird noch derjenige seyn, welchen, im regelmässigen Bilde, die beiden Reihen der respective auf den Radien r und r' liegenden Punkte zwischen sich fassen; allein, da hier die Winkel α und β sich auf derselben Seite der Verticale befinden, so wird der Winkel, den, auf der transparenten Scheibe, die Radien r und r' einschliessen, offenbar gleich seyn dem Unterschiede dieser Winkel. Zwei Radien also, die auf der Zeichnung der regelmässigen Figur gezogen sind, und einen Winkel α einschliessen, haben auf der verzerrten Figur zu entsprechenden Radien zwei, die den Winkel $\alpha - \beta$ einschliessen, und der Werth dieses Winkels kann positiv oder negativ seyn. Das Verhältniß dieser Winkel wird also seyn:

$$\frac{\alpha - \beta}{\alpha} = 1 - \frac{\beta}{\alpha} = 1 - \frac{V_d}{V_n}.$$

Bezeichnen wir dasselbe wieder mit M , so wird die Construction der verzerrten Figur gegeben seyn durch den Ausdruck:

$$M = 1 - \frac{V_d}{V_n} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Allein die Resultate dieser Construction werden verschiedener Natur seyn, je nach dem man hat $V_d < V_n$ oder $V_d > V_n$ d. h. je nach dem die Geschwindigkeit der transparenten Scheibe kleiner oder gröfser ist als die der schwarzen. Wir wollen uns nun folgwiese mit beiden Fällen beschäftigen.

Erster Fall: $V_d < V_n$.

In diesem Falle wird das Verhältniß M nothwendig geringer seyn als eins, und daraus folgt, dafs die Verzerrung immer in einer Winkel-Zusammenziehung besteht; diese Zusammenziehung wird desto stärker seyn, je mehr die Geschwindigkeiten einander nahe kommen.

Bezeichnen wir mit γ den Winkel zwischen den beiden Radien, die respective durch den ersten und durch den letzten Punkt der regelmässigen Figur gehen, und durch γ' den

Winkel zwischen den beiden Radien, welche ebenso durch die äußersten Punkte der verzerrten Figur gehen, so haben wir offenbar:

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = M \text{ woraus } \gamma' = M\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Nun ist klar, daß hier bei einem Umlauf der Scheibe nur eine einzige regelmässige Figur zum Vorschein kommt. Denn damit sich diese Figur vervielfältigte, müßte die Spalte bei ihrem Umlauf mehrmals mit dem ersten Punkt der verzerrten Figur zur Coïncidenz kommen; allein nach einer solchen Coïncidenz wird der besagte Punkt, vermöge der geringeren Geschwindigkeit der transparenten Scheibe, hinter der Spalte zurückbleiben, so daß diese letztere ihren Umlauf früher als er vollendet haben und demgemäß keine andere Coïncidenz entstehen können wird. Nichts beschränkt also die Winkelausdehnung, welche die regelmässige Figur haben kann, und wenn folglich diese Figur gegeben ist, so wird man sie, um sie zu verzerren, von ganz willkürlicher Lage und Gröfse nehmen können, sobald sie nur, wohlverstanden, von einem im Durchmesser mit der transparenten Scheibe gleichen Kreise eingeschlossen ist. Diese Figur könnte z. B. ein Kopf von gleicher Höhe mit dem Durchmesser der Scheibe seyn. Nur würden die Rollen, an denen die Scheiben befestigt sind, und der Stift, auf welchem die Rollen sitzen, ein kleines Stück des Bildes verdecken.

Der größte Winkel, den die regelmässige Figur einnehmen kann, wird also durch einen vollen Kreisumfang gemessen. Wenn wir also den Kreisumfang noch als Maafseinheit der Winkel annehmen und mit A den größten Winkel, welchen die regelmässige Figur einnehmen kann, bezeichnen, so giebt die Gleichung (4), indem wir $\gamma=1$ und $\gamma'=A$ setzen

$$A=M \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5),$$

mithin wird die Ausdehnung der verzerrten Figur nicht einen Winkel überschreiten können, der den Bruch M zum Maafse hat.

Obgleich, wie wir gesehen, eine volle Umdrehung der Spalte nur Eine regelmässige Figur erzeugen kann, so müssen doch die bei den folgenden Umdrehungen entstehenden Figuren die erste vollständig decken, sonst würde Verwirrung entstehen. Allein dieß erfordert, daß die successiven Coincidenzen zwischen der Spalte und dem ersten Punkt der verzerrten Figur an einem und demselben Ort geschehen, oder anders gesagt, daß in der Zeit zwischen einer Coincidenz und der nächstfolgenden die Spalte entweder Eine vollständige Umdrehung oder eine ganze Zahl von solchen vollende. Suchen wir also, welche Bedingung hierzu das Verhältniß $V_d : V_n$ der beiden Geschwindigkeiten erfüllen müsse.

Denken wir uns dieß Verhältniß auf den einfachsten Ausdruck zurückgeführt, oder, anders gesagt, nehmen wir für die beiden Geschwindigkeiten zwei Zahlen, die keinen gemeinschaftlichen Factor haben. Sey, wie in Rücksicht auf die entgegengesetzten Geschwindigkeiten, α' der Winkel, den die Spalte beschreibt von einer Coincidenz mit dem ersten Punkt der verzerrten Figur bis zur folgenden Coincidenz. Die beim Ausdruck (2) angewandte Schlussfolge führt uns hier zu der Beziehung:

$$\alpha' \left(1 - \frac{V_d}{V_n}\right) = 1 \text{ woraus } \alpha' = \frac{1}{1 - \frac{V_d}{V_n}} = \frac{V_n}{V_n - V_d}.$$

Allein weil die Spalte, von einer Coincidenz zur anderen, eine Umdrehung oder eine ganze Zahl von Umdrehungen vollführen muß, so wird der Winkel α' gleich eins oder gleich irgend einer ganzen Zahl seyn müssen. Nun aber kann man nicht $\alpha' = 1$ setzen, denn daraus würde, dem obigen Ausdrucke nach, folgen $V_d = 0$; mithin wird die zweite Coincidenz erst nach mehreren Umläufen der Spalte erfolgen können. Da nun die Zahlen V_n und V_d keinen gemeinschaftlichen Factor haben, so ist klar, daß die GröÙe $\frac{V_n}{V_n - V_d}$ oder α' nur dann einer ganzen Zahl gleich seyn kann, wenn $V_n - V_d = 1$. Wir gelangen also zu dem Schlufs,

dafs man die Geschwindigkeit so zu nehmen habe, dafs die Zahlen, durch welche sie vorgestellt werden, nur um eine Einheit von einander abweichen. Dann hat man einfach $\alpha' = V_n$ d. h. die Spalte wird, von einer Coïncidenz zur nächsten, eine Zahl gleich V_n von Umläufen machen.

Bemerken wir überdies, dafs in diesem Fall der durch den Ausdruck (3) gegebene Werth von M sich vereinfacht auf

$$M = \frac{1}{V_n} \quad . \quad . \quad . \quad (6),$$

folglich wird auch der Ausdruck (5):

$$A = \frac{1}{V_n} \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Untersuchen wir näher den Vorgang bei den successiven Umläufen der Spalte. Geht man immer von einer Coïncidenz aus, so ist zuvörderst klar, dafs bei dem ersten dieser Umläufe eine vollständige regelmässige Figur erzeugt werden wird, oder, mit anderen Worten, dafs die Spalte vor der Gesamtheit der verzerrten Figur vorübergegangen seyn wird. Denn nach der Weise, wie wir zu der Formel (3) gelangt sind, wird in der Annahme, dafs die Spalte, nach einer Coïncidenz mit dem ersten Punkt der verzerrten Figur, einen Winkel α beschrieben habe, die Gröfse M auch das Verhältnifs zwischen dem Winkel-Abstand, der dann die Spalte vom besagten Punkte trennt, und diesem Winkel α vorstellen; wenn also α einen ganzen Umlauf beträgt, und demnach durch die Einheit gemessen wird, so wird der obige Winkel-Abstand oder, anders gesagt, das Stück der transparenten Scheibe, vor welchem die Spalte seit der Coïncidenz vorübergegangen ist, ausgedrückt werden durch M , und folglich im gegenwärtigen Fall durch $\frac{1}{V_n}$. Allein nach dem Ausdruck (7) ist der Bruch $\frac{1}{V_n}$ das Maafs des grössten Winkels, den die verzerrte Figur einnehmen kann; mithin wird diese Figur, wie ich gesagt habe, ganz hinter der Spalte weggegangen seyn.

Da hiernach die Spalte erst nach $V_n - 1$ fernerem Umläufen in Coincidenz mit dem Anfang dieses Winkels seyn wird, so folgt, dafs sie, während derselben, vor dem freien Theile der Scheibe vorübergehen, und man nichts mehr sehen wird; dann wird sich, genau in derselben Stellung mit der ersten, eine zweite regelmässige Figur erzeugen, auf welche wiederum ein Intervall folgt, in dem man nichts sehen wird, und so fort. Daraus würde ein grosser Uebelstand entspringen, wenn es kein Mittel gäbe, dem vorzubeugen. Diefs Mittel besteht darin, dafs man die transparente Scheibe in V_n gleiche Winkel theilt und in jedem derselben die Zeichnung der verzerrten Figur wiederholt. Es ist nämlich klar, dafs die Spalte nach jedem ihrer Umläufe mit dem Anfange eines dieser Winkel zusammenfallen und denselben in dem folgenden Umlauf ganz wegnehmen wird, so dafs die regelmässigen Figuren sich ohne Unterbrechung erzeugen und einander ganz überdecken. Daraus erfolgt ein anderer Vortheil, der nämlich: dafs die Anamorphose im Allgemeinen weit schwerer zu entziffern seyn wird. Während also bei Geschwindigkeiten von entgegengesetzter Richtung, die verzerrte Figur eine einzige ist und das regelmässige Bild ein vielfaches, findet in dem von uns untersuchten Fall das Umgekehrte statt: die verzerrte Figur ist vielfach und die regelmässige einfach.

Suchen wir endlich, welche Zahl von Spalten man in der schwarzen Scheibe anbringen könne. Damit jede dieser Spalten identisch denselben Effect erzeuge, reicht es hin, dafs, sobald nach einer Coincidenz zwischen einer Spalte und dem ersten Punkt einer der verzerrten Figuren der erste Punkt der nächsten Figur an derselben Stelle anlangt, auch eine andere Spalte vor ihm sey. Nun aber hat sich die transparente Scheibe, von einer Stellung zur andern, um den durch den Bruch $\frac{1}{V_n}$ gemessenen Winkel gedreht, und da der Winkel, um den sich gleichzeitig die Spalte gedreht hat, sich zu dem vorhergehenden verhält wie die Geschwindigkeit der schwarzen Scheibe zu der der

transparenten, so wird dieser Winkel offenbar den Bruch $\frac{1}{V_a}$ zum Maafs haben. Diefs ist also der Werth des Winkels, um den die zweite Spalte von der ersten entfernt seyn mufs; und da dasselbe von der dritten Spalte in Bezug auf die zweite gilt, und sofort, so sieht man, dafs die Gesamtzahl der Spalten gleich V_d seyn mufs.

Erläutern wir diefs durch ein Beispiel. Gesetzt die Geschwindigkeit der transparenten Scheibe verhalte sich zu der der schwarzen wie 3:4, Zahlen, welche der von uns aufgestellten Bedingung genügen, d. h. nur um eins verschieden sind. Wir haben also $V_d = 3$ und $V_a = 4$, wonach $M = \frac{1}{4}$. Daraus folgt, dafs man, zur Construction der verzerrten Figur, die Winkel-Abstände zwischen den verschiedenen Punkten der regelmässigen Figur auf ein Viertel ihrer respectiven Werthe reduciren müsse. Ueberdiels haben wir $A = \frac{1}{4}$ d. h. die verzerrte Figur ist in einen rechten Winkel eingeschlossen und mufs vier Mal wiederholt werden. Endlich wird man drei Spalten in der schwarzen Scheibe machen können. Mit diesen Elementen wollen wir von der Coïncidenz zwischen einer Spalte und dem ersten Punkt einer der partiellen verzerrten Figuren ausgehen. Sobald diese Spalte einen Umlauf vollendet hat, hat der besagte Punkt nur drei Viertel des seinigen vollführt, so dafs er sich um einen Winkel-Abstand gleich einem rechten Winkel von der Spalte entfernt befindet. Die Spalte wird also ganz vor einer der verzerrten Figuren hinweggegangen, und folglich eine vollständige regelmässige Figur entstanden seyn. Allein nun befindet sich die Spalte vor dem ersten Punkt des nächsten Zerrbildes, so dafs die zweite Umdrehung eine zweite die erste überdeckende regelmässige Figur hervorbringt und so fort. Sobald überdiels, nach einer Coïncidenz, eine Spalte ein Drittel ihres Umlaufs vollendet hat, befindet sich eine andere Spalte in der Stellung, welche die erste im Augenblick dieser Coïncidenz einnahm; allein während dieses Drittel-Umlaufs hat auch die transparente Scheibe ein Viertel des

ihrigen zurückgelegt; die zweite Spalte entspricht also dem ersten Punkt des nächsten Zerrbildes, und folglich bringen diese beiden Spalten identische Wirkungen hervor. Dasselbe Raisonnement ist für die dritte Spalte in Bezug auf die zweite gültig, und man sieht, es entspringt aus diesem System eine ununterbrochene Reihe regelmäßiger Bilder, die einander vollständig überdecken.

Damit man sich eine Vorstellung von der Art der verzerrten Figuren in dem uns beschäftigenden Falle machen könne, habe ich mit den obigen Elementen vorausgesetzt, man wolle das Wort **LOI**, in weißen Buchstaben auf schwarzem Grunde, als regelmäßige Gestalt erhalten (Fig. 19. Taf. I.); alldaun giebt die Construction der Zerrbilder die wunderliche Zeichnung, die in Fig. 20 dargestellt ist, und man sieht, daß es, ohne eine gewisse Vertrautheit mit dieser Art von Anamorphosen, schwer halten würde, aus dem Anblick dieser Zeichnung die daraus entstehende regelmäßige Figur zu errathen.

Noch haben wir zwei Bemerkungen in Betreff dieser Figuren zu machen. Betrachten wir zuvörderst einen auf der Zeichnung der regelmäßigen Figur gezogenen Radius, nehmen z. B. den, der, in der geraden Stellung dieser Figur, vom Mittelpunkt senkrecht in die Höhe geht. Betrachten wir auch eine Spalte in dem Moment, wo sie gleichfalls von unten nach oben gerichtet ist. Befindet sich nun in diesem Augenblick die Spalte vor dem Radius einer der verzerrten Figuren, die dem obigen Radius der regelmäßigen Figur entspricht, so wird offenbar die entstandene regelmäßige Figur in gerader Stellung sichtbar seyn; allein, wenn die Spalte mit einem andern Radius der verzerrten Figur zusammenfällt, so wird es der letztere seyn, der in dem regelmäßigen Bilde die verticale Stellung einnimmt, und folglich wird dieses Bild nach der einen oder anderen Seite geneigt, oder gar umgekehrt seyn. Erinnern wir uns nun ¹⁾, daß, wenigstens nicht ohne einen ganz besonderen Zufall, das System der beiden Rollen, wie ge-

1) S. die erste Note S. 563 des Bd. 78 dies. Ann.

nau es auch construirt seyn mag, niemals in aller Strenge das für die beiden Scheiben angegebene Geschwindigkeitsverhältniß verwirklicht. Daraus folgt, daß die Spalten, wenn sie eine nach der andern die von unten nach oben gerichtete senkrechte Stellung erreichen, zusammenfallen werden mit Radien, die in den verzerrten Figuren etwas andere Stellungen einnehmen, so daß die successiv erzeugten regelmässigen Bilder einander nicht genau überdecken. Bei guter Construction des Apparats wird aber diese Verschiebung der Bilder nur äußerst klein seyn, und es wird daraus bloß erfolgen, daß ein einziges regelmässiges Bild sich sehr langsam um den Mittelpunkt dreht, mithin nothwendig durch die gerade Stellung geht. Man kann übrigens diese Drehung des regelmässigen Bildes verhüten, wenn man statt des Systems der Rollen ein System von Verzahnungen nimmt, und dann die transparente Scheibe beim Befestigen auf ihrer Axe so stellt, daß die obige Bedingung erfüllt wird. Das Bild wird nun die gerade Stellung einnehmen und sie unverändert behaupten.

Zweitens: Um das Bild zu beobachten muß man sich in einem gewissen Abstände von dem Apparat aufstellen, so, daß die Axen der Scheiben verlängert zur Mitte des Intervalls der beiden Augen führen. Diese Bemerkungen gelten auch für den zweiten Fall.

Zweiter Fall: $V_d > V_n$.

Hier giebt die Formel (3) für M einen negativen Werth. Um diesen Zeichenwechsel zu deuten, wollen wir die Schlussfolgerung wieder vornehmen, die uns zu besagter Formel geführt hat. Gehen wir immer von einer senkrechten Stellung der Spalte und des Radius r aus, und nehmen an, Spalte und Radius gehen hierauf rechts. Wenn nun die Spalte, nach dem sie den Winkel α beschrieben, sich vor dem Radius r' befindet, wird das Bild von diesem rechts von dem Radius r gesehen werden. Allein weil die durchsichtige Scheibe sich schneller dreht als die schwarze, so mußte der Radius r' auf die Scheibe zugehen, woraus denn

folgt, daß, auf der transparenten Scheibe, dieser Radius r' sich links vom Radius r befindet. Daraus geht denn hervor, daß alle Punkte der verzerrten Figur, die auf einer selben Seite der Verticalen liegen, in dem regelmäßigen ihre entsprechenden auf der anderen Seite dieser selben Verticalen zu liegen haben und daß folglich die Winkel-Abstände sich in entgegengesetztem Sinn in der verzerrten und in der regelmäßigen Figur messen werden. Man sieht also, daß die Eine dieser Figuren umgedreht seyn wird in Bezug auf die andere d. h., daß Alles, was bei der einen rechts von den Verticalen sich befindet, bei der anderen links von derselben seyn wird, und umgekehrt. Man begreift nun, woher das negative Zeichen von M ; denn da diese Gröfse das Verhältniß der entsprechenden Winkel-Abstände in den beiden Figuren bezeichnet, so müssen, wenn man die der einen dieser Figuren angehörigen als positiv betrachtet, wegen der Entgegengesetztheit der Richtung, die zur anderen angehörigen als negativ angesehen werden, und folglich nimmt das Verhältniß das Minus-Zeichen an.

Der absolute Werth des in Rede stehenden Verhältnisses ist $\frac{V_d}{V_n} - 1$. Da nun die Gröfse $\frac{V_d}{V_n}$ keiner anderen Bedingung unterliegt, als daß sie größer als eins seyn müsse, so ist klar, daß sich drei Fälle darbieten können, nämlich:

$$\frac{V_d}{V_n} - 1 > 1, \quad \frac{V_d}{V_n} - 1 < 1 \quad \text{und} \quad \frac{V_d}{V_n} - 1 = 1$$

oder, was auf dasselbe hinaus läuft:

$$V_d > 2 V_n, \quad V_d > V_n \quad \text{und} \quad < 2 V_n, \quad \text{oder} \quad V_d = 2 V_n.$$

Beginnen wir mit der Untersuchung des ersten dieser partiellen Fälle, oder anders gesagt, nehmen wir an, die Geschwindigkeit der transparenten Scheibe übersteige das Doppelte von der der schwarzen. Da alsdann M größer als eins ist, so folgt, daß die verzerrte Figur, wie bei dem System von entgegengesetzten Geschwindigkeiten, winkelförmig ausgebreitet seyn wird in Bezug auf die regelmäßige Gestalt; und durch analoge Schlusfolgen wie die, welche

wir rücksichtlich dieser Systeme angewandt haben, sieht man ohne Mühe ein, dafs das regelmäfsige Bild gleichfalls vervielfältigt seyn wird; endlich überzeugt man sich, dafs, damit das Resultat einer Umdrehung von einer der Spalten sich mit den der folgenden Umdrehungen überdecke, auch das Verhältnifs $\frac{V_d}{V_n}$ eine ganze Zahl seyn müsse.

Nehmen wir z. B. die Geschwindigkeit der transparenten Scheibe gleich 6 Mal von der der schwarzen. Der absolute Werth von M ist dann 5, und folglich werden die Winkeldimensionen der verzerrten Figur, wie bei dem gewöhnlichen Anorthoskop, die fünffachen von denen der regelmäfsigen Figur seyn. Diese verzerrte Figur wird also, bis auf die Umkehrung, auf dieselbe Weise construirt, wie bei dem System des käuflichen Anorthoskops. Daraus folgt, dafs, wenn man z. B. eine der zu diesem Systeme gehörigen verzerrten Figuren durch Transmission betrachtet, man diejenigen erhält, welche dieselbe regelmäfsige Figur in dem neuen Systeme erzeugen wird, wenn man die Scheibe umkehrt, das heifst diejenige Seite dieser Scheibe, welche ursprünglich dem Lichte zugewandt war, nach dem Auge hinwendet. Ueberdies wird in diesem neuen System die regelmäfsige Figur ebenso fünf Mal um den Mittelpunkt wiederholt seyn; denn sobald, nach einer Coïncidenz zwischen einer Spalte und dem ersten Punkt des Zerrbildes, diese Spalte einen Fünftel-Umlauf gemacht hat, wird der besagte Punkt sechs Fünftel-Umläufe d. h. einen ganzen Umlauf und ein Fünftel gemacht haben, so dafs er sich hinter der Spalte befindet und mithin eine regelmäfsige Figur entsteht. Was die Zahl der Spalten betrifft, die man in der Scheibe zu machen hat, so müssen deren sechs statt vier seyn; denn wenn, nach einer Coïncidenz zwischen einer Spalte und dem besagten Punkt, dieser Punkt einen Umlauf vollführt hat, wird die Spalte erst ein Sechstel des ihrigen zurückgelegt haben.

Nach dem eben Gesagten ist ersichtlich, dafs man, wenn man mit denselben verzerrten Figuren absolut identische

Resultate in beiden Systemen erhalten will, hier nur die für das erstere construirten Scheiben umzukehren und sie so in den zweiten anzuwenden braucht, d. h. man befestige eine jede Scheibe in solcher Weise an die Rolle, daß die im ersten Systeme der schwarzen Scheibe zugewandte Seite jetzt der Lampe zugewandt sey, und überdies muß man bei dem einen Systeme eine schwarze Scheibe mit vier Spalten und bei dem anderen eine mit sechs anwenden. Wenn man bei dem Uebergange von dem einen System zum anderen die transparenten Scheiben nicht umkehrt, so ist einleuchtend, daß sich dann die regelmäßigen Figuren umkehren werden. Wenn man z. B. successiv bei beiden Systemen, und ohne sie umzukehren, die verzerrte Figur anwendet, die zur regelmäßigen Gestalt galopirende Pferde giebt, so wird das Pferd, welches sich im oberen Theil des Bildes zeigt, bei dem einen Systeme den Kopf rechts und das Kreuz links haben, während bei dem anderen der Kopf links und das Kreuz rechts ist.

Wir gelangen also zu einem sonderbaren Schluß, nämlich zu dem, daß dieselben transparenten Scheiben, bei ganz verschiedenen Systemen von Geschwindigkeiten, angewandt werden können. Nun ist offenbar dieser Schluß nicht auf das obige Beispiel beschränkt, vielmehr wird jedes System entgegengesetzter Geschwindigkeiten ebenso ersetzt werden können durch ein System, welches zu dem uns beschäftigenden partiellen Fall gehört, und so umgekehrt. Offenbar wird man die allgemeine Beziehung zwischen den Geschwindigkeitsverhältnissen in diesen beiden äquivalenten Systemen erhalten, wenn man den von der Formel (1) gegebenen Werth von M dem von der Gleichung (3) für dieselbe Größe gelieferten, mit entgegengesetztem Zeichen genommen, gleichsetzt. Bezeichnen wir also in dieser letzten die Geschwindigkeiten mit V_d und V_n , so haben wir

$$\frac{V'_d}{V'_n} - 1 = \frac{V_d}{V_n} + 1 \text{ woraus: } \frac{V'_d}{V'_n} - \frac{V_d}{V_n} = 2 \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und man sieht, wie wir gesagt haben, daß, wenn das Verhält-

nifs der Geschwindigkeiten in dem einen System eine ganze Zahl ist, dasselbe es in dem anderen ebenfalls seyn wird.

Gehen wir jetzt zu dem zweiten partiellen Falle über, d. h. nehmen an, daß V_d zwischen V_n und $2 V_n$ liege. Dann wird der absolute Werth von M kleiner als eins seyn, und folglich die verzerrte Figur winkelförmig zusammengezogen seyn in Bezug auf die regelmässige. Setzt man dieselben Schlufsfolgen weiter fort, so sieht man, daß wenn V_d nur um eine Einheit gröfser ist als V_n , die verzerrte Figur wiederholt werden kann, wie bei den Systemen, wo umgekehrt V_n die Gröfse V_d um eins übertrifft, so daß es auch hier zwei verschiedene Systeme giebt, die mit einander vertauscht werden können. Nimmt man z. B. $V_d=5$ und $V_n=4$, so wird der absolute Werth von M gleich $\frac{1}{4}$ seyn, so daß, wie in Fig. 20. Taf. I., die Angular-Dimension der verzerrten Figur vier Mal geringer als in der regelmässigen seyn werden, und man wird sich ohne Schwierigkeit überzeugen, daß man auch die verzerrte Figur vier Mal wiederholen kann. Die Zeichnung Fig. 20. Taf. I. giebt auch ganz die nämliche regelmässige Figur, man mag sie mit dem Systeme $V_d=3$ und $V_n=4$ oder mit dem: $V_d=5$ und $V_n=4$ anwenden, so bald man nur bei dem zweiten die Scheibe, auf welcher sie sich befindet, umkehrt. Nur muß man bei diesem zweiten Systeme, wovon man sich leicht überzeugen kann, statt der schwarzen Scheibe mit drei Spalten, eine mit fünf nehmen.

Bezeichnet man noch mit V'_d und V'_n die Geschwindigkeiten der beiden Scheiben für den besonderen Fall, welchen wir untersuchen, so hat man offenbar als allgemeine Relation zwischen den beiden aequivalenten Systemen, von denen das eine diesem selben Falle, das andere aber dem angehört, wo die Geschwindigkeiten zwar noch gleiche Richtungen haben, die der transparenten Scheibe aber geringer ist als die der schwarzen:

$$\frac{V_d}{V_n} - 1 = 1 - \frac{V_d}{V_n} \text{ was giebt: } \frac{V'_d}{V'_n} + \frac{V_d}{V_n} = 2 \quad . \quad . \quad (9)$$

Bei dem System, auf welches sich das Glied $\frac{V_d}{V_n}$ dieses Ausdrucks bezieht, darf V_n , wie wir wissen, V_d nur um eine Einheit übertreffen; man kann also V_d durch $V_n - 1$ ersetzen und dann den obigen Ausdruck unter die Form bringen

$$\frac{V_d}{V_n} = \frac{V_n + 1}{V_n}$$

woraus man sieht, daß in dem Verhältniß $\frac{V_d}{V_n}$, wenn es auf seinem einfachsten Ausdruck reducirt ist, V_n gleich V_d seyn und V_d um eine Einheit größer seyn wird.

Es bleibt nun noch der dritte besondere Fall, nämlich, $V_d = 2V_n$. Dieser ist von ganz eigenthümlicher Art und, wie mir scheint, sehr merkwürdig. Alsdann nämlich ist der absolute Werth von M gleich eins, und demgemäß sind die Winkeldimensionen der verzerrten Figur denen der regelmässigen gleich, oder anders gesagt, die Verzerrung besteht nur in einer Umkehrung dieser letzten Figur. Umgekehrt also, wenn man auf die transparente Scheibe irgend eine regelmässige Figur zeichnet, so giebt das Instrument diese selbe Figur wieder, aber umgedreht, d. h. das zur Linken, was auf der Scheibe zur Rechten ist, und umgekehrt. Zeichnet man z. B. auf die transparente Scheibe das Profil eines rechts sehenden Kopfs, so giebt das Instrument diesen selben Kopf wieder, aber links sehend. Ist endlich die Zeichnung auf der durchsichtigen Scheibe eine solche, daß ihre rechte Hälfte symmetrisch ist ihrer linken, stellt sie z. B. einen Kopf gesehen und beleuchtet von vorne vor, oder ein Wort, gebildet aus symmetrischen Buchstaben, die sich durch Umkehrung nicht ändern, wie das lateinische Wort TOT, oder auch eine Zahl, bestehend aus den Ziffern, welche dieselben Bedingungen erfüllen, wie die Zahl 808, so giebt das Instrument jede dieser Figuren in vollständiger Identität wieder und man hat dadurch also ein neues Mittel einen sich rasch bewegendem Gegenstand unbeweglich erscheinen zu lassen.

Offenbar kann bei diesem System die Anzahl der Spalten

ten nur zwei betragen; denn sobald der erste Punkt der Figur, von seiner Coïncidenz mit einer Spalte ab, einen Umlauf vollendet hat, wird die Spalte einen halben Umlauf vollendet haben, so dafs, damit alsdann eine zweite Coïncidenz statt habe, die folgende Spalte der ersten gegenüber stehen mufs.

Um endlich zu wissen, ob dieses System auch äquivalent sey einem anderen, von entgegengesetzter oder gleicher Richtung, machen wir in den Formeln (8) und (9) $V_d = 2 V_n$. Beide geben dann $\frac{V_d}{V_n} = 0$ und folglich $V_d = 0$.

Diefs andere System wäre also dasjenige, bei dem die schwarze Scheibe sich vor einer unbeweglichen transparenten, auf welche eine regelmässige Figur gezeichnet wäre, in irgend einer Richtung drehte. Alsdann nämlich wird man offenbar einfach die letztere Figur sehen, wie sie eben ist. In diesem Fall würde die Geschwindigkeit der schwarzen Scheibe offenbar irgend eine seyn können, sobald sie nur so bedeutend ist, dafs sie einen stätigen Eindruck machte, und ebenso wird die Anzahl der Spalten eine beliebige seyn können.

Es giebt also für jedes System von Geschwindigkeiten, seyen sie von entgegengesetzter oder gleicher Richtung, ein anderes System, welches, mit denselben transparenten Scheiben, nach vorheriger Umkehrung, dieselben regelmässigen Figuren liefert, und dagegen, wenn diese Scheiben nicht umgekehrt werden, die regelmässigen Figuren umgekehrt erscheinen läfst.

Wir haben immer vorausgesetzt, dafs, wie bei dem käuflichen Anorthoskop, die Axen beider Scheiben in ihrer gegenseitigen Verlängerung liegen, und dafs die Spalten in der schwarzen Scheibe sowohl geradlinig, als nach den Radien dieser Scheibe gerichtet seyen. In diesen Hypothesen haben wir alle möglichen Combinationen erschöpft; allein man kann es auch so einrichten, dafs die beiden Axen einen gewissen Abstand von einander haben, also die Mittelpunkte beider Bewegungen in Bezug auf das Auge nicht

mehr zusammenfallen, und überdies könnte man den Spalten andere Richtungen und andere Formen geben. Alsdann würden die verzerrten Figuren wahrscheinlich noch weit schwieriger zu errathen, aber auch ihre Construction viel verwickelter seyn.

VII. *Bemerkungen über die entsprechenden Temperaturen, die Sied- und Gefrierpunkte der Körper.*
Zweite Notiz von J. A. Groshans.

Aus meinen Betrachtungen (Ann. Bd. 78, S. 112) folgt, daß die Dichtigkeit D der Dämpfe von sieben verschiedenen Körpern, zusammengesetzt aus $pC + qH + rO$, wenn man die Dichte des Wasserdampfs bei 100° C. und $0^{\text{m}},76$ zur Einheit nimmt, bei den Siedpunkten ausgedrückt werden kann durch die Formel:

$$D = \frac{p+q+r}{3}.$$

Aus der Existenz dieser Regelmäßigkeit habe ich geschlossen, daß die Dichtigkeiten der Dämpfe im Allgemeinen unter einander vergleichbar seyen bei $0^{\text{m}},76$ und den respectiven Siedpunkten und folglich bei allen entsprechenden Temperaturen, daß folglich das Verhältniß der Dichtigkeiten bei allen Temperaturen stets dasselbe bleibe. Eine Folge dieses Schlusses war die Formel:

$$E = \frac{(1+c \cdot 100)(1+c T)}{(1+ct)c} - \frac{1}{c},$$

welche, wenn man darin $c = 0,00366$ setzt, die einfachere Form annimmt:

$$E = -273,2 + \frac{373,2 + 1,366 T}{1+ct}.$$

(E ist der Siedpunkt irgend eines Körpers und T die