VI. *Ueber den Einfluss des Druckes
auf den Brechungsexponenten des Wassers für
Natriumlicht; von L. Zehnder.*

(Inauguraldissertation, für die Annalen bearbeitet vom Hrn. Verf.)

(Hierzu Taf. I Fig. 6–10.)

Die Untersuchung der Aenderung des Brechungsexponenten hat in erster Linie grosses theoretisches Interesse, weil sich aus neueren Lichttheorien physikalische Beziehungen ergeben haben, in welche der Brechungsexponent eingetreten ist. Es lässt sich also die Richtigkeit dieser Theorien durch Untersuchung des Brechungsexponenten prüfen. Sodann ist es für praktische Zwecke, für Experimentaluntersuchungen, wünschenswerth, genau über die Aenderungen der Brechungsexponenten informirt zu sein. Aus diesem Grunde veranlasste mich Hr. Prof. Röntgen, Untersuchungen über den Einfluss des Druckes auf die Aenderung des Brechungsexponenten in Angriff zu nehmen, weil solche Versuche mit ziemlich grosser Präcision ausgeführt werden können, und weil dagegen aus den bisher anderwärts veröffentlichten Beobachtungen hervorgeht, dass bei denselben die Grenze der möglichen Genauigkeit bei weitem noch nicht erreicht ist. In meiner Inauguraldissertation veröffentlichte ich meine Untersuchungen mit Wasser von 18° für Natriumlicht; seither habe ich noch weitere Beobachtungen mit Wasser bei anderen Temperaturen, bis zu 0° , gesammelt. Weiterhin beabsichtige ich, andere Flüssigkeiten ähnlichen Versuchen zu unterwerfen. Da aber die Herstellung eines neuen, verbesserten Apparates ziemlich viel Zeit in Anspruch nimmt, will ich hier vorläufig eine Bearbeitung meiner Dissertation, sowie die seitherigen, daran anschliessenden Versuche mittheilen.

Experimentaluntersuchungen, welche sich auf die vorliegende Frage beziehen, wurden bisher meines Wissens nur veröffentlicht von den Herren Jamin¹⁾, Mascart²⁾ und

1) Jamin, Ann. de chim. et de phys. 52. p. 163. 1858.

2) Mascart, Pogg. Ann. 153. p. 154. 1874.

später von Hrn. Quincke¹⁾; alle drei Beobachter kamen aber zu verschiedenen, miteinander ganz und gar unverträglichen Resultaten.

Hr. Jamin untersuchte mit seinem Interferentialrefractor die Aenderung des Brechungsexponenten von Wasser für weisses Licht, indem er mit Hülfe seines Compensators die durch Druckänderung bewirkte Verschiebung der Interferenzstreifen compensirte, d. h. die Streifen wieder in die anfängliche Stellung zurückführte. Die Art dieser Beobachtungsweise mit weissem Lichte und die Benutzung des Compensators sind wohl die Ursache, dass die einzelnen Ablesungen in gleichen Beobachtungsreihen Abweichungen von 7 Proc. zeigen. Im übrigen hat Hr. Jamin mit vieler Sorgfalt die von ihm erkannten Fehlerquellen beseitigt.

Hr. Mascart prüfte die Ergebnisse von Hrn. Jamin. Er theilte einen Lichtstrahl — nach den Angaben von Hrn. Fizeau — durch eine < förmige Doppelplatte in zwei parallele Strahlen, liess jeden derselben durch eine 2 m lange, mit Wasser gefüllte Röhre gehen, vereinigte die Strahlen wieder durch eine entsprechende, entgegengesetzt stehende Doppelplatte und führte dieselben endlich durch ein Prisma. Bei Druckänderungen in einer der Röhren entstanden Talbot'sche Streifen im Spectrum. Die Verschiebungen dieser Streifen fand aber Hr. Mascart nicht dem Drucke proportional. Seine Resultate waren überhaupt der Art, dass er ganz andere Schlüsse als Hr. Jamin aus denselben ziehen musste.

Hr. Quincke benutzte für seine Beobachtungen wieder den Jamin'schen Interferentialrefractor, wählte aber die Sonne als Lichtquelle. Um homogenes Licht zu erhalten, zerlegte er das Sonnenlicht durch Prismen in ein Spectrum, nachdem dasselbe die Versuchsröhre durchlaufen hatte; er beobachtete im Spectrum die Fraunhofer'schen Linien, ferner bei Druckänderungen die jenen parallel gestellten Interferenzstreifen, welche vor bestimmten Fraunhofer'schen Linien vorbeiwanderten. Die ganze Zahl vorbeige-

1) Quincke, Wied. Ann. 19. p. 401. 1883.

gangener Streifen zählte er, die Bruchtheile berechnete er aus der Drehung eines Jamin'schen Compensators. Nachdem er in der Rohrleitung einen niedrigen Druck erzeugt hatte, beobachtete er die Streifenverschiebung bei langsamem Luftzutritt, also bei Druckerhöhungen. Ausser Wasser untersuchte Herr Quincke noch andere Flüssigkeiten.

Die einzelnen Beobachtungen in den Versuchsreihen von Hrn. Quincke weichen noch ungefähr um denselben Betrag voneinander ab, wie bei Hrn. Jamin, nämlich bis zu 8 Proc., sodass man wohl annehmen darf, dieselben seien vielleicht mehr zur Orientirung ausgeführt worden, als zu dem Zwecke, wirkliche Folgerungen aus denselben zu ziehen. Und in der That sind auch die Anordnungen von Hrn. Quincke nicht einwurfsfrei, sodass man in mannigfacher Hinsicht eine Vervollkommnung derselben wünschen möchte.

Ich benutzte zu meinen Versuchen einen durch das physikalische Institut in Giessen von Hrn. Dubosq in Paris bezogenen vorzüglichen Jamin'schen Interferentialrefractor. Princip und Construction desselben sind schon vielfach erläutert worden (Fig. 6); nur auf die Theorie der beobachteten Interferenzerscheinungen möchte ich noch etwas näher eingehen.

Auf die erste planparallele Platte des Interferentialrefractors fällt in schräger Richtung ein durch eine Cylinderlinse mit verticaler Axe in die Länge gezogener Lichtkegel. Auf den ersten Blick sollte es also scheinen, dass die Interferenzen sich dem Auge als verticale Streifen darbieten würden; sie sind aber horizontal am deutlichsten im Apparate zu sehen, oder als ellipsenähnliche Curvenbogen. Den Grund dieser Erscheinung suchte ich in dem Werth des Hrn. Ketteler¹⁾ über Farbenzerstreuung der Gase. Nun sind aber seine Ableitungen, wie er selbst schreibt, alle nur in Kürze abgewickelt, und zwar so gedrängt, dass sie Vielen, die sich nicht die nöthige Zeit dazu nehmen können, undeutlich bleiben dürften. Deshalb habe ich Hrn. Ketteler's Gleichungen nachzurechnen gesucht. Dabei bediene

1) Ketteler, Beobacht. üb. Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

ich mich im wesentlichen der Figuren des Hrn. Ketteler zur bequemerem Vergleichung, sowie der von ihm gewählten Buchstabenbezeichnung

Nehmen wir an, es trete von O (Fig. 8) aus der Lichtquelle ein beliebiger Strahl schräg auf die erste Platte M , unter beliebigem Winkel, so wird derselbe in A theils reflectirt, theils gebrochen. Der reflectirte Strahl geht von A nach E weiter. Von E aus betrachten wir nur noch den in die zweite Platte N gebrochenen uns besonders interessirenden Strahl, welcher den Weg $EFGV$ zurücklegt, während der bei A in die Platte M hineingebrochene Strahl nach Zurücklegung des Weges $ABCDV$ mit dem vorhin betrachteten Strahle parallel das System verlässt und also mit diesem zur Interferenz kommt, wenn die zwei Parallelen durch eine Linse (event. durch das Auge) in einen Punkt concentrirt werden. Die verschiedene Länge der eben bezeichneten Wege beider Strahlen ist für die Entstehung der Interferenz wesentlich und also in erster Linie zu berechnen. Da der Strahl OA in ganz beliebiger Richtung auf die Platte M fallend gedacht wird, so liegen nur die Strahlen OAE und $OABCD$ in einer Ebene, in der Ebene durch den Strahl OA und durch das Einfallslot auf die Platte M , welche Ebene wir jetzt als unsere Zeichnungsebene auffassen. Die übrigen Wege $EFGV$ und DV treten aus dieser Ebene heraus, dagegen bewegen sie sich in zwei untereinander parallelen Ebenen weiter, weil sie wenigstens parallel auf die Platte N einfielen. Diese letzteren gezeichneten Linien sind also nur Projectionen auf die Ebene der Zeichnung. Ebenso ist der in der Zeichnung auftretende Winkel beider Platten nicht der Neigungswinkel derselben gegeneinander, sondern eine Projection α' dieses Winkels, weil die Platte N von der Zeichnungsebene im allgemeinen nicht senkrecht geschnitten werden kann. Ziehen wir noch in der Fig. 8 EL parallel AC und von dem Endpunkte des Strahles CD , d. h. von D aus die Senkrechte DK auf den Strahl GV , so wird die Wegdifferenz beider Strahlen, wie leicht zu ersehen:

$$(1) \quad \Delta = 2nAB + LD - 2nEF - GK,$$

wenn beide Platten denselben Brechungsexponenten n gegen das sie umgebende Medium (Luft) besitzen. Sind r und r' die Brechungswinkel der von uns verfolgten Strahlen in den Platten M und N , ferner D und D' die resp. Plattendicken, so sind:

$$AB = \frac{D}{\cos r}; \quad EF = \frac{D'}{\cos r'}.$$

Ferner ergibt sich aus dem Dreieck DEL die Länge:

$$LD = \frac{EL \cdot \sin \alpha'}{\sin LDE} = \frac{2D \operatorname{tg} r \cdot \sin \alpha'}{\cos (i + \alpha')},$$

wenn wir noch mit i und i' die Einfallswinkel unseres betrachteten Strahles mit den resp. Ebenen M und N bezeichnen.

Zur Bestimmung der Länge GK denke man sich die Vorderfläche V der Platte N in die Zeichnungsebene umgeklappt (Fig. 7), so werden die zwei betrachteten Strahlen diese Vorderfläche V in E und in D unter bestimmtem, gleichem Einfallswinkel treffen. Die Linie ED muss die Schnittlinie der früheren Zeichnungsebene mit der jetzigen, d. h. mit der Vorderfläche V der Platte N sein. Tritt der eine Strahl bei E ins Innere der Platte N und in einem Punkte G wieder aus, so ist die Linie EG die Normalprojection der Richtung des Strahles durch E auf die Fläche V . Der Strahl geht weiter von G nach K , immer in der Einfallsebene des in E ankommenden Strahles in Beziehung auf die Platte N , welche Ebene also durch das Loth der Platte N in E und durch den Strahl selbst bestimmt wird. Wir bezeichnen diese Ebene mit W (in der Figur schraffirt und perspectivisch gezeichnet). Da diese Ebene W senkrecht steht auf der jetzigen Zeichnungsebene, so schneidet bekannterweise eine durch unsere früher construirte Normale DK normal zu GK gelegte Ebene die Zeichnungsebene in einer Geraden DP senkrecht zu EP , ferner die Ebene W in PK senkrecht zu GK . Der in der Ebene W auftretende Winkel PGK ist natürlich der Complementswinkel des Einfallswinkels für die Platte N , also $90 - i'$. Sei noch β der Winkel der Schnittlinien der beiden Einfallsebenen (für die Platten M und N) mit der Vorder-

fläche V der Platte N , also der Winkel von ED gegen EG , so wird nun die gesuchte Länge:

$$GK = GP \sin i',$$

$$GP = EP - EG = ED \cos \beta - 2D' \operatorname{tg} r',$$

und weil sich aus der vorigen Figur (7) die Länge von ED mittelst des schon früher betrachteten kleinen Dreieckes ergibt:

$$ED = \frac{EL \cdot \sin ELD}{\sin LDE} = \frac{2D \operatorname{tg} r \cos i}{\cos(i + \alpha')},$$

so wird:

$$GK = 2 \left[D \frac{\operatorname{tg} r \cos i}{\cos(i + \alpha')} \cos \beta - D' \operatorname{tg} r' \right] \sin i'.$$

Um die Beziehungen der Winkel untereinander leicht zu übersehen, denken wir uns von allen in den Figuren 7 und 8 auftretenden Ebenen und Geraden die Richtungen in eine Kugel mit dem Radius Eins eingezeichnet (Fig. 9). Seien also LO und $L'O$ die beiden Einfallslothe, darauf senkrecht die Ebenen OBE und OBD , entsprechend den resp. Platten M und N . Sei ferner OS die Richtung der Strahlen AE und CD von Fig. 7. Nun ist in der Figur leicht zu erkennen, dass $\angle ABC = \alpha$ ist, gleich dem Winkel beider Platten miteinander. Ferner ist $AC = \alpha'$; $SL = i$; $SL' = i'$; $DC = \beta$, und es ergibt sich aus dem bei D rechtwinkligen sphärischen Dreiecke:

$$\cos DC = \frac{\cos SC}{\cos SD} \quad \text{oder:} \quad \cos \beta = \frac{\sin(i + \alpha')}{\sin i'}.$$

Durch Einsetzen dieser Relation in die frühere Gleichung erhält man:

$$GK = 2D \operatorname{tg} r \operatorname{tg}(i + \alpha') \cos i - 2D' \operatorname{tg} r' \sin i'.$$

Setzt man nun die vier erhaltenen Weglängen in die erste Gleichung für A ein, sondert die Factoren $D/\cos r$ und $D'/\cos r'$ ab und löst im Zähler $\sin(i + \alpha')$ auf, so heben sich die Glieder mit α' weg, und es bleibt:

$$A = \frac{2D}{\cos r} [n - \sin r \sin i] - \frac{2D'}{\cos r'} [n - \sin r' \sin i'].$$

Drückt man noch die Winkel r und r' durch i und i' aus, mit Hülfe des Brechungsexponenten n , also $\sin r = \sin i/n$ u. s. w., so wird einfach:

$$(2) \quad \frac{d}{2} = D\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - D'\sqrt{n^2 - \sin^2 i'}.$$

Was die Form der Streifen betrifft, so denkt sich Hr. Ketteler das Auge als Spitze eines Kegels von unendlich grosser Basis. Es seien dann die Beziehungen zwischen den beiden Einfallswinkeln i und i' aufzusuchen, in die Gleichung zu setzen und letztere als Polargleichung der in eine Hohlkugel gezeichneten Curven zu behandeln. Zur Erläuterung dieser Anschauungen möchte ich Folgendes beifügen: Die aus dem Interferentialrefractor in das Auge gelangenden Strahlenpaare bilden gewisse Winkel mit der zweiten Platte N , nämlich die Winkel i' . Für die Form der Curven ist es aber offenbar gleichgültig, ob ich die die Platte N verlassenden Strahlen oder die ebenfalls mit ihr die Winkel i' bildenden auf dieselbe einfallenden Strahlen betrachte, und da die letzteren Strahlen als Richtungen OS bereits in der Fig. 9 eingetragen und die Winkelbeziehungen nachgewiesen worden sind, so kann ich einfach die Abhängigkeit der Lage des Strahles OS von der Wegdifferenz ausrechnen oder umgekehrt, um die Curven ihrer Form nach zu erhalten. Der Strahl OS ist also nach dieser Anschauung weder dem von der Lichtquelle herkommenden, noch dem in das Auge dringenden Strahle, sondern dem zwischen beiden Platten sich fortbewegenden Strahle parallel. Dem einfallenden Strahle würde vielmehr in der Ebene $OLSA$ ein Radius entsprechen, welcher einen um den Winkel LS nach der entgegengesetzten Seite von L abzutragenden Durchstoss-punkt durch die Kugel besitzt, während zu dem austretenden Strahle ein um den Winkel $L'S$ nach der anderen Seite von L' abstehender Radius der Kugel gehören müsste. Die von diesem letzteren Radius auf der Oberfläche beschriebenen Curven sind aber den von S beschriebenen ähnlich, für die Kugeloberfläche und für L' als Aehnlichkeitscentrum, wenn man die betreffenden Beziehungen von der Ebene auf die Kugeloberfläche überträgt, oder wenn man alles normal auf die Tangentialebene in L' projicirt.

Wählt man die Ebene der Einfallslothe LOL' (Fig. 9) als Ausgangsebene eines räumlichen Systems von Polar-

coordinaten, die Mittellinie OM des Winkels beider Lothe, welchen wir jetzt 2α nennen, als Axe, benennt man demzufolge den Winkel SOM mit ρ , den Flächenwinkel SML mit δ , so erhält man aus entsprechenden sphärischen Dreiecken:

$$\cos i = \cos \rho \cos \alpha + \sin \rho \sin \alpha \cos \delta,$$

$$\cos i' = \cos \rho \cos \alpha - \sin \rho \sin \alpha \cos \delta,$$

wodurch die Gl. (2) übergeht in:

$$(3) \quad \begin{cases} \frac{\Delta}{2} = D \sqrt{n^2 - 1 + (\cos \rho \cos \alpha + \sin \rho \sin \alpha \cos \delta)^2} \\ \quad - D' \sqrt{n^2 - 1 + (\cos \rho \cos \alpha - \sin \rho \sin \alpha \cos \delta)^2}. \end{cases}$$

Für den Gangunterschied $= 0$ lassen sich die Curven leicht noch weiter verfolgen. Setzt man nämlich $\Delta = 0$ ein, schafft die Quadratwurzeln fort und führt statt $\sin \rho$ und $\cos \rho$ ihr Verhältniss $\operatorname{tg} \rho$ ein, so erhält man:

$$(4) \quad \begin{cases} \operatorname{tg}^2 \rho (D^2 - D'^2) [(n^2 - 1) + \sin^2 \alpha \cos^2 \delta] \\ \quad + 2 \operatorname{tg} \rho (D^2 + D'^2) \sin \alpha \cos \alpha \cos \delta \\ \quad + (D^2 - D'^2)(n^2 - \sin^2 \alpha) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Die Gleichung ist quadratisch für $\operatorname{tg} \rho$. Denkt man sich im Punkte M an die Kugel eine Tangentialebene gelegt, so beschreibt die Veränderliche $\operatorname{tg} \rho$ als Radiusvector in dieser Ebene eine Curve, und diese Curve wird gerade durch obige Gl. (4) dargestellt.

Weiter findet Hr. Ketteler, dass der Mittelpunkt der Curve um:

$$\operatorname{tg} \rho_0 = -\frac{1}{2} \frac{D^2 + D'^2}{D^2 - D'^2} \frac{\sin 2\alpha}{n^2 - \cos^2 \alpha} \quad (2)$$

vom Durchstosspunkte M der Mittellinie durch die Kugeloberfläche abstehe, was man sofort einsieht, wenn man $\delta = 0$, also $\cos \delta = 1$ einsetzt und durch den Factor von $\operatorname{tg}^2 \rho$ wegdividirt. Die halbe Summe der Wurzeln der quadratischen Gleichung ergibt für $\cos \delta = 1$ den Mittelpunkt der Curve, weil diese für die Linie $\delta = 0$ als Axe symmetrisch ist.

1) Hr. Ketteler gibt in der ersten Klammer $(D^2 + D'^2)$ an. Für $\operatorname{tg} \rho$ habe ich nicht r eingeführt, weil bald nachher wieder ein r erscheint.

2) Im Original fehlt vor dem Quotienten das Minuszeichen.

Das Verhältniss der Curvenaxen ist:

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{n^2 - \cos^2 \alpha}{n^2 - 1}}.$$

Setzt man nämlich die Polarcoordinaten auf gewöhnliche Weise in rechtwinklige Coordinaten um und transformirt die Gleichung auf den Mittelpunkt, so ergibt sich sofort jenes einfache Verhältniss.

Zur weiteren Discussion untersucht man die von den veränderlichen Coordinaten freien Glieder der zuletzt erhaltenen Mittelpunkts Gleichung auf ihren negativen Werth. Ist:

$$\sin 2\alpha > \frac{D^2 - D'^2}{DD'} \sqrt{n^2(n^2 - 1)},$$

so sind diese Curven Ellipsen, und die übrigen, positiven und negativen Gangunterschieden entsprechenden Streifen breiten sich innen und aussen um diese Ellipsen aus. Erreicht $\sin 2\alpha$ jenen Werth, so schrumpft die Ellipse in einen Punkt zusammen, und für ein noch kleineres α werden beide Axen imaginär. Auf die Gleichungen selbst geht Hr. Ketteler nicht weiter ein.

In Fällen dagegen, in welchen $D = D'$ gesetzt werden kann, wenn also beide Platten gleich dick sind, kann man für beliebige Gangunterschiede die Quadratwurzeln durch doppelte Quadrirung fortschaffen. Wenn man überdies noch die Abkürzungen: $A/2D = C$ und $\sin \varphi = r$ einführt, so erhält man ohne Schwierigkeit die Gleichung:

$$(5) \left\{ r^4 \sin^2 2\alpha \cos^2 \delta - r^2 [C^2 \cos^2 \alpha + (4 \cos^2 \alpha - C^2) \sin^2 \alpha \cos^2 \delta] + C^2 (n^2 - \sin^2 \alpha - \frac{1}{4} C^2) = 0; \right.$$

welche in Form von r den Sinus als variablen Radiusvector enthält. Wenn man auf die früher betrachtete Tangentialebene in M die wirklichen, auf der Kugeloberfläche befindlichen Curven normal projecirt, so erhält man also Curven von obiger Gleichung.

Ueber den Verlauf der Curven gibt Hr. Ketteler folgende Discussion: „Geht man zur Gl. (3) zurück, so ergibt sich zunächst, dass A sowohl für $\cos \varphi = 0$, als für

1) Hr. Ketteler schreibt im Nenner $D^2 D'^2$, während ich DD' gefunden habe.

$\cos \delta = 0$ verschwindet. Dem ersteren entspricht ein mit dem Radius der Kugel auf ihr beschriebener Kreis“, (er denkt sich darunter einen grössten Kreis, durch die Normalebene des Strahles OM aus der Kugel herausgeschnitten und betrachtet die Normalprojection desselben auf die Tangentialebene in M), „dem letzteren eine senkrecht zur Ebene der Einfallslothe errichtete Schnittebene und als Projection eine gerade Linie“ (also die betreffende Normalebene durch den Strahl OM). „In den durch die genannten Kreise ausgeschnittenen Kugelvierteln breiten sich die isochromatischen Linien aus. Solange $\sin^4 \varrho$ vernachlässigt werden kann, ist ihre Gestalt hyperbelförmig, weiterhin aber schliessen sich ihre Enden wieder zusammen. Verfolgt man nämlich das Anwachsen der Gangunterschiede in der Ebene der Einfallslothe, so steigen dieselben von $\varrho = 0$ aus allmählich bis zu einem Maximum, resp. Minimum, den Polen des Curvensystems, an, um dann bei $\varrho = 90^\circ$ wiederum auf 0° zurückzusinken.“

Hr. Ketteler gibt dann in seiner Zeichnung Fig. 7 die Curven an, wie er sich dieselben vorstellt, und bemerkt noch, von diesen Curven sei es leicht, auf den weniger symmetrischen allgemeinen Fall zurückzuschliessen.

Derselbe berechnet die Lage der beiden Pole durch Differentiation der Gl. (3) nach ϱ . Man erhält so:

$$(6) \quad n^2 \cos 2\varrho_m \cos 2\alpha + (\cos^2 \varrho_m - \cos^2 \alpha)^2 = 0$$

$$\text{oder:} \quad \operatorname{tg}^2 \varrho_m = \frac{\sqrt{n^2(n^2 - 1)} \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha}{n^2 \cos 2\alpha - \cos^4 \alpha}.$$

Natürlich kann man bei der Differentiation $\delta = 0$, also $\cos \delta = 1$ einsetzen, weil die Curvenschaar die Axe $\delta = 0$ besitzt und auf ihr die Pole derselben gesucht werden. Nach mehrfachen Umformungen gelangt man ohne wirkliche Schwierigkeiten zu der ersten Gleichung; dieselbe vereinfacht sich sehr rasch, wenn man anfänglich Summe und Differenz der beiden Winkel α und ϱ beibehält und nachher symmetrisch entwickelt. Die zweite Gleichung lässt sich aber kaum aus der ersten nur durch Einführung von tangens statt sinus und cosinus ableiten. Wenn man dagegen aus derselben

einzeln $\sin^2$ und $\cos^2$ berechnet und ihr Verhältniss bildet, ferner die Vorzeichen beim Wurzelausziehen richtig bestimmt, so ergibt sich die betreffende Gleichung ohne Weitläufigkeiten.

Für hinlänglich kleine α wird somit:

$$\operatorname{tg} \varrho_m = \sqrt[4]{\frac{n^2}{n^2 - 1}},$$

ϱ_m ist also stets grösser als 45° , als die Mitte zwischen den $\Delta = 0$ entsprechenden Schnittpunkten 0 und 90° .

Für den Jamin'schen Apparat ist es von grosser Wichtigkeit, die Distanz beider interferirenden Strahlen möglichst gross wählen zu können. Diese Distanz ist:

$$x = 2D \operatorname{tg} r \cdot \cos i,$$

wie aus der Fig. 8 leicht ersichtlich. Sucht man durch Differentiation für x das Maximum, so erhält man:

$$\sin^4 i_m - 2n^2 \sin^2 i_m + n^2 = 0,$$

oder wenn man sinus durch tangens ausdrückt:

$$(7) \quad \operatorname{tg}^4 i_m = \frac{n^2}{n^2 - 1}.$$

Dieser Ausdruck ist genau der obige für $\operatorname{tg}^4 \varrho_m$. Für sehr kleine α fallen eben ϱ und i nahezu zusammen.

Nach diesen Entwicklungen ist es leicht verständlich, warum horizontale Streifen im Jamin'schen Apparate entstehen können. Mit dem Beobachtungsfernrohr übersieht man stets nur ein sehr kleines Gesichtsfeld. Richtet man also das Fernrohr auf irgend einen Theil der behandelten Curven, so übersieht man von denselben so wenig, dass man sie als geradlinig ansehen kann. Man wird demnach je nach der Krümmung derselben in jeder beliebigen Richtung die Streifen erhalten können, was auch wirklich der Fall sein muss, wenn man den Einfallswinkel des Lichtes in die erste Platte genügend zu variiren vermag. Bei dem zu meinen Versuchen dienenden Apparate waren in dieser Beziehung Grenzen gezogen, und doch konnte man bei demselben leicht so stark gekrümmte Curven erhalten, dass der Pol selbst, aus welchem bei Streifenverschiebungen die Streifen herauszuwachsen oder in ihn zusammenzuschrumpfen schienen,

sichtbar war, und dass man sogar nahezu verticale, wenn auch viel mehr verschwommene Streifen zu erhalten im Stande war.

Nach diesen theoretischen Entwicklungen über die Form der Streifen des Apparates gehe ich zur specielleren Beschreibung meiner Versuchsanordnungen über.

Das zu untersuchende Wasser befand sich in zwei Glasröhren von 41,6 cm Länge und 0,7 cm Weite, mit seitlichen Ansatzröhren an beiden Enden, sodass man die Röhren bequem füllen und nach Belieben Wasser durchfliessen lassen konnte. Auf beiden Enden derselben waren gut passende Messinghülsen aufgekittet, und diese bildeten vermittelst vier aus einer 0,37 cm dicken, genau planparallelen Platte geschnittenen, mit Siegellack aufgekitteten Glasplättchen den Abschluss der Röhren. Beide Röhren waren durch Zwischenstücke fest miteinander verbunden, in der Entfernung der beiden interferirenden Strahlen; sie lagen während der Versuche in einem grösseren Glastroge, von welchem diejenigen Seiten, durch welche die beiden Lichtstrahlen ein- und austreten mussten, aus Spiegelglas bestanden, was bei diesen Versuchen noch genügte, wenigstens zu keinen bemerkbaren Störungen Anlass gab. Der mit Wasser gefüllte Glastrog eliminierte die Wirkungen der ungleichen Ausdehnungen der Röhren durch Druck- oder Wärmeentwickelungen nahezu vollständig, denn die ausserordentlich geringen Ausdehnungen konnten sich nur durch die Aenderung des Brechungsexponenten des innen und aussen befindlichen Wassers für eine Wassersäule von der Länge jener Ausdehnung geltend machen, also nur durch eine verschwindend kleine Grösse. Ueberdies hatte das Wasser die Röhren auf constanter gleichmässiger Temperatur zu halten, und besonders mussten die Temperaturänderungen in den Röhren durch Druckvermehrung und Druckverminderung möglichst rasch wieder ausgeglichen werden. — Auf der einen Seite der Röhren brachte ich in den seitlichen Ansatzröhren Glashähne an, um die Röhren nicht durch Korke oder ähnliche Hilfsmittel abschliessen zu müssen und doch jederzeit allfällig auftretende Luftbläschen entfernen zu können.

Von dem Druckapparat stellte ich die Verbindung mit den anderen seitlichen Ansätzen der Versuchsröhren durch kurze starke Gummischläuche her, mit Glas- Γ -Stücken dazwischen, deren zwei Schenkel sich durch Glashähne absperren liessen, sodass man entweder die Manometer ganz abschliessen, mit ihren Röhren allein oder auch noch mit dem Aussenraume in Verbindung setzen konnte, letzteres zum Zwecke der Füllung mit luftfreiem Wasser. Durch die Schlauchverbindungen war eine Uebertragung der Erschütterungen von dem Druckapparate auf den Interferentialrefractor möglichst vermieden.

Den Druckapparat, welcher gleichzeitig zur Druckvermehrung, Druckverminderung und zur Ablesung dienen sollte, stellte ich selbst mit möglichst einfachen Mitteln her. Derselbe bestand im Principe aus zwei nebeneinander angebrachten Manometern des Jolly'schen Luftthermometers, also aus zwei in seitlichen Führungen beweglichen, ziemlich weiten Glasröhren, welche durch starke, mit Quecksilber gefüllte Schläuche mit anderen festgeschraubten Glasröhren verbunden waren, wobei ich die ersteren an einer und derselben um eine lose Rolle geschlungenen Schnur aufgehängt hatte, sodass beim Heben der einen Röhre die andere sich senken musste, und umgekehrt. Die ganze Länge der Verschiebung jeder Röhre betrug ca. 150 cm. An sieben verschiedenen Höhenstellungen brachte ich hinter den beweglichen Glasröhren Holzmaassstäbe von 10 cm Länge an, deren Entfernungen ich mit dem Comparator auf 0,01 cm genau bestimmte und nachher die Ablesungen für die nachfolgenden Tabellen auf einen einheitlichen Maassstab reducirte. Ebenso befand sich an den festen Glasröhren je ein Maassstab zur Ablesung, da sich auch jene Quecksilberkuppen nicht unbeträchtlich verschoben. Die Ablesungen geschahen, zur Vermeidung der Parallaxe, mit Hülfe von Spiegelstreifen, welche an den Glasröhren befestigt waren.

Ein kleines, schwach vergrösserndes Fernrohr diente zur Beobachtung der Interferenzstreifen, welche durch Natronlicht (Sodaperle im Bunsenbrenner) hervorgebracht wurden. Doppelschirme aus glänzendem Weissblech, deren einzelne

Platten in etwa 2 cm Abstand miteinander verbunden waren, sodass die Luft frei zwischen ihnen circuliren konnte, schützten den ganzen Interferenzapparat gegen strahlende Wärme der Flamme und des Beobachters. Der benutzte Bunsenbrenner war so construiert, dass seine Flamme jederzeit sofort ausgelöscht oder wieder hergestellt werden konnte, nur durch Drehen eines Hahnes. Ich liess also denselben nur während der Einstellung der Streifen brennen, während aller Ablesungen löschte ich ihn aus, sodass infolge dessen die Temperatur des ganzen Raumes sich sehr wenig änderte. Die strahlende Wärme des Brenners suchte ich ausserdem vom Eindringen in den Apparat durch die nothwendige Oeffnung des einen Schirmes und durch die Cylinderlinse hindurch abzuhalten, indem ich ein mit Alaunlösung gefülltes, mit parallelen Glaswänden versehenes Gefäss von 2,5 cm Wasserschichtdicke zwischen die Natronflamme und die Cylinderlinse einschob. Zur Temperaturbestimmung befanden sich zwei Thermometer im Wasser des Glastroges, nahe den beiden Enden desselben, mit $\frac{1}{5}$, resp. $\frac{1}{10}$ Gradtheilung; ebenso war am Druckapparat ein Thermometer angebracht, zur Correction der Quecksilbersäulen.

Nach mehreren nothwendigen Vorbereitungen und Beobachtungen, welche zu der oben beschriebenen Construction des Apparates Anlass gaben, führte ich die Versuche in folgender Weise aus.

Ich füllte die Röhren und Schläuche des Druckapparates mit Quecksilber und die zur Beobachtung dienenden Glasröhren, sowie die Zuleitungen vom Druckapparate zu den letzteren mit gewöhnlichem, destillirtem, luftfrei gemachtem Wasser. Nach Entfernung aller sichtbaren Luftbläschen kochte ich nochmals destillirtes Wasser gut aus, kühlte es möglichst rasch und ohne Schütteln durch Einstellen in fliessendes, kaltes Wasser ab und liess es sofort nach genügender Temperaturerniedrigung durch die Versuchsröhren hindurchfliessen, das vorher darin befindliche Wasser mit demselben verdrängend. Nach diesen Vorsichtsmaassregeln durfte ich ruhig die Druckänderungen, vom Atmosphärendruck an gerechnet, innerhalb der Grenzen von 60 cm Druck-

verminderung bis zu 90 cm Druckvermehrung, in Quecksilbersäulen gemessen, vornehmen.

Die Beobachtungen machte ich in nachfolgend angegebener Reihenfolge, wobei die Buchstabenbezeichnungen auf die Tabellen I und II sich beziehen.

In der ungefähren Mittellage der beiden beweglichen Quecksilbergefäße stellte ich die letzteren durch Verschiebung so ein, dass im Beobachtungsfernrohre genau der Kreuzungspunkt der um 45° gegen die Streifen gedrehten Fäden des Fadenkreuzes auf die Mitte eines Interferenzstreifens fiel. Dann verkleinerte ich die Flamme des Bunsenbrenners und las die beiden im Glastroge stehenden Thermometer ϑ_1 und ϑ_2 (näher der Natronflamme, als ϑ_1), sowie das am Druckapparate hängende Thermometer ϑ ab. Hierauf stellte ich bei vergrößerter Natronflamme nochmals mit möglichster Genauigkeit auf den betreffenden Streifen ein, löschte die Flamme zum zweiten mal aus, las die vier Quecksilberkuppen h_1, h_2, h_3, h_4 ab und notirte die Beobachtungszeit t . Nun verschob ich das eine bewegliche Quecksilbergefass soweit, bis sieben Interferenzstreifen am Fadenkreuz vorbeigegangen waren, nämlich um ungefähr 25 cm, wodurch das andere Gefäss um einen gleichen Betrag in entgegengesetzter Richtung sich zu bewegen gezwungen wurde, sodass eine Gesamtdruckänderung von etwa 50 cm eintrat; ich stellte dann das Fadenkreuz in der nämlichen sorgfältigen Weise auf den betreffenden Interferenzstreifen ein und notirte wiederum alle Ablesungen wie oben. In dieser Reihenfolge führte ich alle Beobachtungen aus und vollendete stets mindestens eine Reihe in unmittelbarer Aufeinanderfolge, mit durchschnittlich 5 bis 7 Minuten Zeitaufwand für jede Beobachtung. Die Reihen selbst variirte ich in der Weise, dass ich die Aufeinanderfolge der Druckvermehrungen und Druckverminderungen in beiden Röhren abwechseln liess; die Resultate wurden von dieser Umkehrung der Versuchsanordnung nicht berührt.

Die ersten sechs Beobachtungsreihen, die mir genügende Resultate ergaben, stellte ich bei 17° an; ihre Ergebnisse liessen eine geringe Abhängigkeit von der Temperatur er-

kennen. Ich veröffentlichte sie in meiner Dissertation¹⁾, will sie dagegen hier übergehen, weil ich seither andere Beobachtungen bei viel grösseren Temperaturintervallen ausgeführt habe, und weil andererseits die mit einer neuen Wasserfüllung bei 18° ausgeführten Reihen noch eine weit bessere Uebereinstimmung der Beobachtungen untereinander zeigten. Bevor ich aber auf die letzteren eingehe, will ich noch einige Versuche erwähnen, welche ich zur Ermittlung von Fehlerquellen unternahm.

Um mich über allfällige störende Einwirkung der Compressionswärme zu informiren, führte ich Versuche mit ganz raschen, möglichst grossen Druckänderungen aus, ohne aber auf diese Weise Werthe zu erhalten, welche von den durch langsame Druckänderungen erhaltenen eine erkennbare Abweichung zeigten. Hr. Jamin und Hr. Quincke haben gleicher Weise eine solche Einwirkung nicht wahrgenommen. Ferner führte ich Beobachtungen mit jeder der beiden Röhren einzeln aus und versicherte mich durch dieselben, dass die Resultate die gleichen werden, ob man vermehrten oder verminderten Druck auf die Röhren wirken lässt. Die Beobachtungen, welche mir über die erwähnten Fragen Aufschluss geben sollten, habe ich ebenfalls in meiner Dissertation veröffentlicht. Dieselben ergaben ein negatives Resultat, d. h. sie liessen solche störenden Einflüsse nicht mit Sicherheit erkennen.

Ausser den früher erwähnten, von vornherein durch die Anordnung des Apparates vermiedenen Fehlerquellen hatte ich mein Augenmerk noch auf folgende Eventualitäten gerichtet: Es konnten die mit seitlich angeschmolzenen Ansätzen versehenen Glasröhren durch die ziemlich beträchtlichen Druckdifferenzen von je zwei Atmosphären sich etwas krümmen, wodurch die die Röhren abschliessenden Glasplatten in schräger Stellung wie ein Jamin'scher Compensator eine Streifenverschiebung hervorzubringen im Stande sein würden. Ich konnte aber mit dem Kathetometer, welches ich auf eine scharfe Linie in der Mitte der Röhren einstellte,

1) L. Zehnder, Inauguraldissertation, Giessen 1887.

auch nicht einmal $\frac{1}{100}$ mm Ausbiegung der langen Röhren entdecken, sodass wohl solche Fehler nicht von Einfluss waren. — Ferner konnten sich die 0,37 cm dicken, die Glasröhren abschliessenden planparallelen Glasplatten unter den starken Drucken ausbiegen und ebenfalls eine dem Jamin'schen Compensator ähnliche Wirkung hervorbringen, oder dieselben konnten unter dem variablen Drucke ihren Brechungsexponenten in fühlbarer Weise ändern. In diesem Sinne stellte ich besondere Versuche an mit ganz kurzen Röhren von nur 2 cm Länge und 0,75 cm lichter Weite, auf welche ich dieselben Glasplättchen an denjenigen Stellen aufkittete, welche der Versuchsanordnung mit den längeren Röhren entsprachen. Die Resultate der Beobachtungen mit den kurzen Röhren harmonirten vollständig mit denjenigen für die langen Röhren, nur waren begreiflicherweise die Fehlergrenzen dabei sehr beträchtlich geworden. — Endlich musste ich mich noch vergewissern, ob bei Druckvermehrung in beiden Röhren zugleich die Interferenzstreifen ganz und gar unbeweglich blieben, was denn auch in der That der Fall war.

Zum Verständniss der folgenden Beobachtungsreihen mögen noch folgende Erläuterungen dienen:

Ausser den zufälligen bleibenden Verschiebungen der Interferenzstreifen beobachtete ich auch ein geringes, fortwährendes Wandern der Streifen, wie es sich leicht aus Vergleichen der mittleren Stellungen der Manometer (Beobachtungen 1, 7, 13 in Tabelle I etc.) ansehen lässt. Dieses Wandern erklärt sich zum Theil aus undichten Stellen der Rohrleitungen, zum Theil aus unregelmässigen Temperatureinflüssen auf den Interferentialrefractor, ferner aus der elastischen Nachwirkung der Schläuche und aus Erschütterungen, welche vom Beobachter oder von ausserhalb auf den Apparat übertragen worden waren. Ich hoffe, dasselbe bei dem neuen, in Ausführung begriffenen Apparate auf ein Minimum beschränken zu können; bei den bisherigen Versuchen glaubte ich demselben genügende Rechnung zu tragen, wenn ich die Gesammtänderung von Mittellage zu Mittellage auf die dazwischen vorgenommenen Einzelverschiebungen zu glei-

chen Theilen vertheilte. Die erwähnte elastische Nachwirkung der Schläuche machte sich ziemlich stark fühlbar, so dass ich mich veranlasst fand, die Beobachtungen nicht zu rasch nacheinander auszuführen, und überdies zuerst eine vorläufige und erst ein paar Minuten nachher die definitive Einstellung auf das Fadenkreuz vorzunehmen, wie ich es früher auseinandersetzte.

Meine Zahlenangaben sind ohne weiteres verständlich, wenn ich noch hinzufüge, dass in der mit p überschriebenen Columnne die aus den Ablesungen der Quecksilberstände h_1, h_2, h_3, h_4 sich ergebenden Druckdifferenzen zwischen den beiden Versuchsröhren, von einer Einstellung bis zur nächstfolgenden, in Centimeter Quecksilber, auf 0° reducirt, angegeben sind, unter Berücksichtigung desjenigen variablen Druckes, welcher der über dem Quecksilber stehenden Wassersäule entsprach, und mit der für das oben erwähnte Wandern der Streifen nöthig werdenden Correction. Die Entfernungen der Maassstäbe und die Höhe des ganzen Druckapparates erlaubten nicht immer eine Verschiebung um die gleiche Zahl von sieben Interferenzstreifen. Zur besseren Uebersicht habe ich aber alle Werthe auf sieben Streifen umgerechnet, durch Addition der einem Streifen entsprechenden Quecksilbersäule, wie sie sich nach der Methode der kleinsten Quadrate aus sämtlichen Beobachtungen berechnen liess. Für die Ergebnisse p sämtlicher Reihen berechnete ich die Mittelwerthe ebenfalls nach der Methode der kleinsten Quadrate, und endlich die mittleren Fehler der Resultate nach der Formel $\pm \sqrt{\sum d^2 / n(n-1)}$. — Die erhaltenen Zahlen entsprechen stets einer Vergrösserung des Brechungsexponenten mit zunehmender Dichte. (Siehe Tab. I p. 109.)

ϑ_m bedeutet die Temperaturmittelwerthe (in Centigraden), p_m die Druckmittelwerthe (in cm Hg) aus sämtlichen Einzelbeobachtungen einer Reihe. Der Raumersparniss halber habe ich nur diese eine Tabelle I in ihrer Vollständigkeit gegeben; in der folgenden Tabelle II sind nur noch die Ergebnisse aller Beobachtungsreihen enthalten. Darin haben L , ϑ_m , p , p_m die bisherige Bedeutung, dagegen sind in den beiden neben ϑ_1 befindlichen Zeilen die Grenzwerte, zwischen

welchen die Temperaturen des ersten Thermometers langsam sich änderten, und neben ϑ_2 die entsprechenden Grenzwerte für das zweite Thermometer enthalten. (Siehe Tab. II p. 110.)

Tabelle I.

Glasröhren von der Länge: $L = 41,587$.

ϑ_1	ϑ_2	ϑ	t	h_1	h_2	h_3	h_4	p
18,0	18,0	18,7	4 ^h 49,5 ^m	74,64	87,21	87,34	74,01	49,36
18,0	18,0	18,9	59,9	74,33	62,07	112,42	74,54	49,37
18,0	18,0	19,0	6,9	73,97	36,70	137,51	75,27	49,38
18,0	18,0	19,1	14,9	73,57	14,61	159,05	76,22	49,34
18,0	18,0	19,1	21,0	73,65	36,40	137,71	75,64	49,34
18,0	18,0	19,1	27,0	73,86	61,67	112,68	75,09	49,37
18,0	18,0	19,2	32,8	74,18	86,93	87,60	74,64	49,62
18,0	18,0	19,2	37,2	74,66	112,25	62,31	74,25	49,49
18,0	18,0	19,2	45,0	75,38	137,54	36,91	73,87	49,27
18,0	18,0	19,2	52,3	76,28	159,14	14,99	73,53	49,34
18,0	18,0	19,2	58,3	75,84	137,72	36,53	73,67	49,58
18,0	18,1	19,2	6 5,4	75,39	112,63	61,84	73,93	49,40
18,0	18,1	19,3	11,5	75,00	87,46	86,93	74,30	
$\vartheta_m = 18,01^\circ$								$p_m = 49,41$
								$\pm 0,03$

Die Versuche bei 18° sind im vergangenen Sommer ausgeführt worden, in einem Raume, welcher schon wochenlang immer angenähert dieselbe Temperatur von 18° besessen hatte. Aus diesem Grunde sind wohl diese Versuche so viel genauer ausgefallen, als die übrigen, im gegenwärtigen Winter ausgeführten Versuche, bei welchen ich die Temperaturen des Beobachtungsraumes immer stark variiren musste, um dieselben in die Nähe der Temperatur des Wasserbades zu bringen. Die früher erläuterte Einstellung der Streifen auf die Mitte des Fadenkreuzes liess sich, wenn man sich deutliche Interferenzstreifen verschaffte, sehr genau ausführen, mindestens auf ein Vierzigstelstreifen genau, wie sich aus den Versuchen bei 18° ergibt. Die zum Theil mehr als doppelt so grosse Unsicherheit bei allen übrigen Beobachtungen kann sich also nur durch schädliche äussere Temperatureinflüsse auf den Interferentialrefractor erklären lassen. Vorläufige Versuche, welche ich nebenbei mit Schwefelkohlenstoff anstellte, haben denn auch ergeben, dass ohne erkennbare äussere Veranlassung die Streifen sehr stark, manchmal um 1 bis 2 Streifenbreiten um eine Mittellage schwankten.

Tabelle II.

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	
L	41,580	42,063	42,063	41,581	41,582	41,582	41,582	41,582	
ϑ_1	$\begin{cases} -0,8 \\ -0,6 \end{cases}$	$\begin{cases} — \\ — \end{cases}$	$\begin{cases} +0,2 \\ +0,5 \end{cases}$	$\begin{cases} 1,4 \\ 0,8 \end{cases}$	$\begin{cases} 2,7 \\ 2,6 \end{cases}$	$\begin{cases} 2,8 \\ 2,6 \end{cases}$	$\begin{cases} 2,7 \\ 3,1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3,3 \\ 3,1 \end{cases}$	
ϑ_2	$\begin{cases} -0,9 \\ -0,7 \end{cases}$	$\begin{cases} +0,06 \\ +0,06 \end{cases}$	$\begin{cases} 0,3 \\ 0,6 \end{cases}$	$\begin{cases} 1,4 \\ 0,6 \end{cases}$	$\begin{cases} 2,6 \\ 2,6 \end{cases}$	$\begin{cases} 2,8 \\ 2,6 \end{cases}$	$\begin{cases} 2,7 \\ 3,1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3,1 \\ 2,9 \end{cases}$	
ϑ_m	-0,78	+0,06	0,42	1,05	2,62	2,67	2,92	3,10	
p	44,62	43,59	44,19	45,37	45,59	46,02	45,34	45,96	
	44,72	44,00	44,06	45,23	45,86	45,69	45,80	45,53	
	44,29	45,09	44,70	45,08	45,61	45,49	45,72	45,83	
	44,30	44,72	44,05	45,01	45,59	45,64	45,45	45,54	
	44,42	43,99	44,46	45,29	45,70	45,93	45,79	45,76	
	44,87	43,84	44,38	45,38	45,76	45,62	45,65	45,99	
	44,64	44,23	44,86	45,26	45,16	45,15	45,91	45,94	
	44,55	44,00	44,51	44,92	46,06	45,60	45,95	45,95	
	44,74	44,44	44,18	45,13	45,70	45,85	45,66	45,98	
	44,59	44,12	44,31	44,77	45,51	45,56	45,52	46,10	
	44,74	44,14	44,73	45,27	45,68	45,89	45,84	45,70	
	44,60	44,36	44,46	45,26	45,68	45,64	46,14	46,03	
p_m	44,58 $\pm 0,05$	44,23 $\pm 0,12$	44,42 $\pm 0,08$	45,15 $\pm 0,05$	45,65 $\pm 0,06$	45,61 $\pm 0,07$	45,73 $\pm 0,06$	45,86 $\pm 0,05$	

Nr.	9	10	11	12	13	14	15	16	17
L	41,583	41,585	41,585	41,587	41,587	41,587	41,587	41,587	41,592
ϑ_1	$\begin{cases} 5,0 \\ 5,0 \end{cases}$	$\begin{cases} 8,8 \\ 9,0 \end{cases}$	$\begin{cases} 9,0 \\ 9,0 \end{cases}$	$\begin{cases} 12,9 \\ 13,1 \end{cases}$	$\begin{cases} 13,1 \\ 13,3 \end{cases}$	$\begin{cases} 17,7 \\ 17,9 \end{cases}$	$\begin{cases} 18,0 \\ 18,0 \end{cases}$	$\begin{cases} 17,9 \\ 18,1 \end{cases}$	$\begin{cases} 22,8 \\ 23,5 \end{cases}$
ϑ_2	$\begin{cases} 4,9 \\ 4,9 \end{cases}$	$\begin{cases} 8,8 \\ 9,0 \end{cases}$	$\begin{cases} 9,0 \\ 9,0 \end{cases}$	$\begin{cases} 13,0 \\ 13,2 \end{cases}$	$\begin{cases} 13,2 \\ 13,4 \end{cases}$	$\begin{cases} 17,7 \\ 18,0 \end{cases}$	$\begin{cases} 18,0 \\ 18,1 \end{cases}$	$\begin{cases} 18,0 \\ 18,1 \end{cases}$	$\begin{cases} 22,8 \\ 23,6 \end{cases}$
ϑ_m	4,95	8,95	9,00	13,05	13,28	17,83	18,01	18,03	23,27
p	46,33	47,51	47,30	47,99	48,24	49,21	49,36	49,40	50,68
	46,56	47,33	47,29	48,74	48,48	49,47	49,37	49,58	50,04
	46,39	47,60	47,56	48,87	48,57	49,45	49,38	49,24	50,28
	46,32	47,25	47,09	48,22	48,39	49,25	49,34	49,29	50,01
	46,38	47,68	47,35	49,24	48,58	49,50	49,34	49,40	50,47
	46,63	47,50	47,73	48,15	48,33	49,32	49,37	49,44	50,50
	46,59	47,97	47,28	48,44	48,62	49,36	49,62	49,56	50,09
	45,94	47,17	47,26	48,09	48,57	49,40	49,49	49,41	50,40
	46,31	47,29	47,50	48,55	48,00	49,59	49,27	49,42	50,45
	46,16	47,28	47,28	48,27	48,07	49,52	49,34	49,53	50,27
	46,22	47,55	47,11	48,34	48,85	49,49	49,58	49,41	50,24
	46,40	47,58	47,62	48,40	48,26	49,28	49,40	49,37	50,39
p_m	46,35 $\pm 0,06$	47,48 $\pm 0,07$	47,37 $\pm 0,06$	48,47 $\pm 0,10$	48,42 $\pm 0,07$	49,41 $\pm 0,03$	49,41 $\pm 0,03$	49,42 $\pm 0,03$	50,31 $\pm 0,06$

Bei Wasser mögen ähnliche Erscheinungen, nur in weit geringerem Grade, aufgetreten sein, welchen wohl, ganz besonders bei grösseren Temperaturdifferenzen zwischen dem Wasserbehälter und der umgebenden Luft, die grössere Un-

sicherheit der Einzelbeobachtungen zur Last gelegt werden muss.

Zu den Versuchen in der Nähe von 0° möchte ich noch einige Erläuterungen geben. Die Beobachtungsreihen folgten sich mit absteigenden Temperaturen, nämlich $+5$, $+3$, $+1,05$, $-0,78^{\circ}$. Um das Wasser in dem die Versuchsröhren umgebenden Glastroge ohne Gefahr auf 0° abkühlen zu können, hatte ich demselben eine geringe Menge Salzwasser zugesetzt. Aus Vergleichung meiner Zahlen mit Ergebnissen der Herren Prof. Röntgen und Dr. Schneider, auf welche ich später noch zurückkomme, drängte sich die Vermuthung auf, der aus meinen Versuchen für 0° interpolirte Werth sei um mehr als $\frac{1}{2}$ Proc. zu gross gefunden worden, sodass das Wasser in den Röhren bei Versuch Nr. 1 in Wirklichkeit 0° hatte, während ich $-0,78^{\circ}$ an den Thermometern ablas. Die Unterkühlung des Wassers war jedenfalls nicht über allen Zweifel erhaben; auch ist es bekanntlich sehr schwierig, ohne häufiges Umrühren eine grössere Wassermenge in einem auf höherer Temperatur befindlichen Aussenraume durchwegs auf constanter Temperatur zwischen 0 und 4° zu halten, weil wegen der Anomalie das wärmere Wasser zu Boden sinkt, das kältere sich oben lagert. Und bei meinen Versuchen lagen die Röhren gerade auf dem Boden des Wassertroges. Ich wiederholte also die Versuche bei 0° , und zwar diesmal mit Messingröhren. Zuerst wurde Eis über und rings um die Röhren in das Wasser des Troges eingetaucht, sodass jenes möglichst bis auf den Boden des Troges reichte. In einer vorläufigen Reihe von acht Beobachtungen fand ich dann für 0° : $p = 44,70$ (statt $44,82$) als Resultat, mit dem ziemlich bedeutenden mittleren Fehler $\pm 0,13$; später, als das Eis nicht mehr ganz zum Boden reichte, jedoch immerhin noch bis zu den Versuchsröhren, fand ich wieder fast genau den früheren interpolirten Werth, $p = 44,81 \pm 0,08$ (Versuch Nr. 3). Schliesslich wurde eine über 2 cm dicke Eisplatte von der Breite und Länge des Glastroges hergestellt und unter die mit Bleigewichten beschwerten Röhren gebracht; hierauf füllte man den ganzen neben und über den Röhren befindlichen Raum des Troges noch mit Eis aus und goss

Wasser von nahezu 0° hinzu, bis die Röhren genügend von Wasser bedeckt waren. Bei diesen Versuchen wurde ein einziges empfindliches Thermometer in die Mitte des Troges, zwischen die beiden Röhren gestellt, sodass das Gefäss des Thermometers genau in der Höhe der Röhren und rings von Eis umgeben war. Die auf diese Weise ausgeführte Beobachtungsreihe (Nr. 2) ergab $p = 44,73 \pm 0,12$. Endlich konnte ich noch eine weitere Reihe im gleichen Zustande des Troges und mit absolut auf $0,06^{\circ}$ bleibendem Thermometer beginnen. Während derselben trat aber ein Thaubeschlag auf dem Troge ein, welcher die Streifen immer undeutlicher werden liess, und welcher das Einstellen schliesslich völlig verhinderte. Von dieser Reihe sind höchstens acht Beobachtungen brauchbar, welche das Resultat $p = 44,59 \pm 0,14$ ergaben. Möglicherweise würde der Werth von p weiter heruntergedrückt, wenn sich die Temperatur des in den Versuchsröhren befindlichen Wassers mit grösserer Sicherheit feststellen liesse. — Alle bei dieser Discussion mitgetheilten Werthe von p wurden aus den Versuchen mit den Messingröhren von etwas grösserer Länge auf die frühere Länge der Glasröhren, und von der etwas über 0° befindlichen Temperatur auf 0° reducirt, damit sie sich untereinander besser vergleichen lassen.

Die obenstehende Tabelle habe ich nach aufsteigenden Mitteltemperaturen geordnet, damit die Abhängigkeit der Aenderungen von der Temperatur sich leicht erkennen lässt. Ich will ausserdem noch die Aenderung des Brechungsexponenten für eine Atmosphäre Druckänderung bei meinen verschiedenen Beobachtungstemperaturen berechnen.

Ist L die Länge der mit Wasser gefüllten Versuchsröhre, und lässt man m Interferenzstreifen von homogenem Lichte mit der Wellenlänge λ in Luft, λ' in Wasser am Fadenkreuze des Beobachtungsfernrohres vorbeiwandern, so ergibt sich, wenn man noch mit n und n_1 die resp. Brechungsexponenten vor und nach der Druckänderung bezeichnet:

$$(8) \quad \frac{L}{m\lambda'} = \frac{n}{n_1 - n},$$

oder weil: $\lambda = n\lambda'$ ist, so wird:

$$(9) \quad n_1 - n = \frac{m\lambda}{L}.$$

Daraus erhält man die Aenderung des Brechungsexponenten für 1 Atmosphäre Druckänderung, wenn man für m die dieser Druckänderung entsprechende Streifenverschiebung und für L die jeweiligen dem Versuche entsprechende mittlere Länge einer Versuchsröhre einsetzt. Sei m_1 die Streifenverschiebung für die Druckänderung von 1 Atmosphäre, so wird demnach:

$$n_1 - n = \frac{m_1 \lambda}{L} = \frac{76 m \lambda}{p L},$$

die Aenderung des Brechungsexponenten bei 1 Atmosphäre Druckänderung. Zur Berechnung derselben führe ich in diese Formel folgende Zahlenwerthe ein:

$m = 7$ Interferenzstreifen;

$\lambda = 58,95 \cdot 10^{-8}$ cm für die Wellenlänge des Natronlichtes, nach Hrn. van der Willigen¹⁾;

$L = 41,587$ cm als mittlere Länge einer Glasröhre bei den Versuchen von 18°, mit dem Comparator auf's sorgfältigste gemessen und auf ein vom Normalaichungsamt in Berlin mit einer Fehlertabelle versehenes Normalmeter reducirt; ferner

$L = 41,588$ cm als mittlere Länge einer Glasröhre bei 16,1°, nach der neuen Kittung, also für die übrigen Versuche mit Hülfe des mittleren bekannten Ausdehnungscoefficienten des Glases auf die jeweilige Versuchstemperatur reducirt; endlich

$L = 42,072$ cm als mittlere Länge einer Messingröhre bei 11,4°, wie sie bei den letzten Versuchen nahe an 0° Verwendung fanden;

p = den aus den einzelnen Beobachtungsreihen berechneten, auf 45° Breite und Meereshöhe reducirten Mittelwerthen.

In der folgenden Tabelle sind für die mittleren Versuchstemperaturen ϑ die entsprechenden mittleren Druckänderungen p , wie sie sich für sieben Interferenzstreifen direct

1) van der Willigen, Mém. d'Opt. phys. 2. Harlem 1868.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXXIV.

aus den Beobachtungsreihen (für Giessen) ergeben haben, sowie die daraus berechneten Aenderungen der Brechungsexponenten $n_1 - n$ für 1 Atmosphäre Druckänderung (in 45° Breite und Meereshöhe) enthalten. Die mit Messingröhren gefundenen Werthe von p sind auf die Länge der Glasröhren reducirt.

Tabelle III.

ϑ	p	$(n_1 - n) \cdot 10^6$	$\left(\frac{n_1 - n}{n - 1}\right) \cdot 10^6$	$\mu \cdot 10^6$
-0,78	44,58	16,91	—	—
interpol. (0,00)	44,82	16,82	50,40)	—
+0,06	44,75	16,85	50,49	51,2
0,42	44,93	16,78	50,28	—
1,05	45,15	16,69	50,01	—
2,62	45,65	16,51	49,47	—
2,67	45,61	16,53	49,53	—
2,92	45,73	16,48	49,88	—
3,10	45,86	16,44	49,26	—
4,95	46,35	16,26	48,73	—
8,95	47,48	15,87	47,58	—
9,00	47,37	15,91	47,70	48,1
13,05	48,47	15,55	46,64	—
13,28	48,42	15,56	46,67	—
17,83	49,41	15,25	45,79	—
18,01	49,41	15,25	45,79	46,2
18,03	49,42	15,25	45,79	—
23,27	50,31	14,98	45,03	—

Der Werth für 0° ist aus den Werthen für -0,78 und +1,05° interpolirt. Die Aenderungen der Brechungsexponenten bei den verschiedenen Temperaturen habe ich in ein Coordinatennetz eingetragen, diese als Abscissen, jene als Ordinaten (Fig. 10). Die Curve fällt bei 0° ziemlich steil ab, bildet aber bei steigenden Temperaturen immer kleinere Winkel mit der Abscissenaxe. Es müssen also allfällige Fehler in der Temperaturbestimmung ganz besonders bei 0° einen wesentlichen Einfluss auf die gefundenen Werthe von $n_1 - n$ haben, während bei den höheren Temperaturen ein solcher Einfluss sich weniger geltend macht. Ferner ist zu bemerken, dass die Curve bei 0° besonders dann nahezu in eine Gerade übergehen würde, wenn der unter 0° beobachtete Werth richtig wäre. Combinirt man diese beiden Umstände mit den früher (p. 111) von mir erhobenen Bedenken, so

erkennt man leicht, dass in der That die für p bei 0° gefundenen Werthe etwas zu gross, also die für $n_1 - n$ berechneten etwas zu klein sein könnten.

Die Experimentaluntersuchungen, welche sich auf die Aenderungen der Brechungsexponenten beziehen, wurden meistens zu dem Zwecke angestellt, um über die Constanz des sogenannten specifischen Brechungsvermögens oder einer ähnlichen Beziehung ein Urtheil zu fällen. Die Herren Gladstone und Dale¹⁾ haben die Aenderung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten mit der Temperatur untersucht und den Quotienten $(n-1)/d$ annähernd constant gefunden, wenn sie mit d die Dichte der Flüssigkeiten bezeichneten. Aus ähnlichen, fast gleichzeitigen Versuchen von Hrn. Landolt²⁾ geht die Constanz dieses Quotienten mit noch grösserer Annäherung hervor, während später Hr. Rühlmann³⁾ und Hr. Wüllner⁴⁾ bei ihren eigenen Versuchen die Quotienten $(n-1)/d$ nicht genau constant fanden. Hr. Jamin⁵⁾ fand andererseits aus den früher erwähnten Versuchen mit Druckänderungen $(n^2-1)/d$ constant. Hr. Mascart⁶⁾ bestritt die Constanz beider Quotienten, und Hr. Quincke⁷⁾ entschied sich für $(n-1)/d$. Endlich haben die Herren L. Lorenz⁸⁾ und H. A. Lorentz⁹⁾ unabhängig voneinander und auf verschiedenen Wegen eine neue Refractionsconstante gefunden, nämlich $(n^2-1)/(n^2+2) \cdot 1/d$, und es ergab sich wirklich aus Versuchen der Herren Lorenz⁸⁾ und Prytz¹⁰⁾ die Richtigkeit dieser Beziehung, wenn sie die Werthe der Brechungsexponenten für Flüssigkeiten und für ihre Dämpfe bestimmten.

Meines Wissens hat nur Hr. Wüllner die Dichtigkeit

1) Gladstone u. Dale, Phil. Trans. 153. p. 317. 1863.

2) Landolt, Pogg. Ann. 123. p. 595. 1864.

3) Rühlmann, Pogg. Ann. 132. p. 1. 1867.

4) Wüllner, Pogg. Ann. 133. p. 1. 1868.

5) Jamin, Ann. de chim. et de phys. 52. p. 163. 1858.

6) Mascart, Pogg. Ann. 153. p. 154. 1874.

7) Quincke, Wied. Ann. 19. p. 401. 1883.

8) L. Lorenz, Wied. Ann. 11. p. 70. 1880.

9) H. A. Lorentz, Wied. Ann. 9. p. 641. 1880.

10) Prytz, Wied. Ann. 11. p. 104. 1880.

der von ihm untersuchten Flüssigkeiten selbst bei verschiedenen Temperaturen bestimmt; gleicherweise hat auch Hr. Quincke die Compressibilität seiner Flüssigkeiten selbst untersucht. Zweifellos sollen nur solche Werthe der Brechungsexponenten und der Dichten miteinander combinirt werden, welche genau an denselben Substanzen beobachtet worden sind. Weil nun im hiesigen physikalischen Institute die Compressibilität des nämlichen destillirten Wassers von Hrn. Prof. Röntgen und Hrn. Dr. Schneider bei 0, 9 und 18° bestimmt worden ist, so lassen sich ihre Ergebnisse und die meinigen ohne weiteres vergleichen, und lässt sich demnach ein Schluss auf jene Refractionsconstanten ziehen.

Für die Dichte des Wassers bei verschiedenem Drucke besteht die Relation:

$$(10) \quad \frac{d_1}{d} = 1 + \mu \frac{p}{76},$$

wenn μ den cubischen Compressibilitätscoefficienten, p den Ueberdruck in Centimetern Quecksilber bezeichnet. Bestimmen wir nun d_1/d aus der Annahme der Constanz des specifischen Brechungsvermögens, also:

$$(11) \quad \frac{d_1}{d} = \frac{n_1 - 1}{n - 1} = 1 + \frac{n_1 - n}{n - 1},$$

und nehmen wir an, d_1 und n_1 beziehen sich auf 1 Atmosphäre Ueberdruck, also auf $p = 76$, so muss ganz einfach:

$$(12) \quad \mu = \frac{n_1 - n}{n - 1}$$

sein, wenn die Annahme $(n - 1)/d = \text{const.}$ der Wirklichkeit entsprechen soll.

In der vierten Columne von Tab. III habe ich die Quotienten $(n_1 - n)/(n - 1)$ angegeben und in der fünften Columne die von den Herren Prof. Röntgen und Dr. Schneider für den Compressibilitätscoefficienten μ als vorläufig richtig betrachteten Werthe¹⁾ eingetragen. Ich setzte dabei für die Brechungsexponenten n die interpolirten Werthe des Hrn. Rühlmann²⁾ ein. Die Differenzen zwischen den beiderseits gefundenen Resultaten sind relativ geringe; sie betragen vier

1) Röntgen u. Schneider, Wied. Ann. 33. p. 644. 1888.

2) Rühlmann, Pogg. Ann. 132. p. 1. 1867.

Einheiten der als sicher angenommenen letzten Stelle der in der fünften Columne stehenden Zahlen bei 18 und bei 9°, dagegen sieben Einheiten bei 0°. Um diese constante Differenz bei den beiden höheren Temperaturen mit dem Landolt'schen Gesetze verträglich zu machen, müssten die Grundlagen der Berechnung der wahren Compressibilität des Wassers aus der wirklich beobachteten scheinbaren Compressibilität des Wassers und des Steinsalzes nicht richtig sein¹⁾, und ausserdem müssten von mir die Temperaturen nahe an 0° um etwa $\frac{7}{10}^0$ falsch bestimmt worden sein, wie ich schon früher (p. 111) erwähnte. Jedenfalls darf man aber aus diesen Versuchen auf eine ganz bedeutende Annäherung des Landolt'schen Gesetzes $(n-1)/d = \text{const.}$ an die Wirklichkeit schliessen, während sich umgekehrt die Beziehungen $(n^2-1)/d = \text{const.}$ und $(n^2-1)/(n^2+2) \cdot 1/d = \text{const.}$ gar nicht bestätigen. Erstere würde für den Compressibilitätscoefficienten μ des Wassers bei 18° den Werth 0,0000523, letztere dagegen 0,0000415 liefern, Werthe, welche mit der Wirklichkeit unmöglich übereinstimmen können.

Bekanntlich ist von Hrn. Landolt auf Grundlage der Beziehung $(n-1)/d = \text{const.}$ ein Mischungsgesetz aufgestellt worden. Es ist mir nun gelungen, diesem Mischungsgesetze für Substanzen, welche bei der Mischung keine Contraction zeigen, eine theoretische Grundlage zu geben, wie die folgenden Auseinandersetzungen zeigen mögen.²⁾

Man denke sich in eine verticale Röhre von constantem Querschnitte verschiedene mischbare Flüssigkeiten mit so grosser Vorsicht eingegossen, dass sie sich nicht mischen, sondern sich übereinander lagern, ihren Dichten entsprechend.

P_i seien die Gewichte,

V_i die Volumina,

h_i die entsprechenden Höhen der Flüssigkeitssäulen in jener Röhre, ferner

d_i die Dichten,

1) Vgl. Röntgen u. Schneider, Wied. Ann. 33. p. 644. 1888.

2) Vgl. Christiansen, Wied. Ann. 23. p. 305. 1884, worauf ich erst nach Veröffentlichung meiner Dissertation aufmerksam gemacht wurde.

n_i die Brechungsexponenten derselben gegen den luft-leeren Raum, und

v_i die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in denselben; die nämlichen Buchstaben ohne Index sollen dagegen die analoge Bedeutung für die Gesammtheit aller Flüssigkeiten haben. Wenn man sich nun einen Lichtstrahl in der Richtung der Röhrenaxe alle Flüssigkeiten durchsetzend vorstellt, so hat derselbe in der ersten Flüssigkeit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v_1 , in der zweiten v_2 u. s. f.; die Wege, die er zu durchlaufen hat, sind $h_1, h_2, \dots$, folglich ist die für den ganzen Weg nöthige Zeit:

$$(13) \quad T = \sum \left(\frac{h_i}{v_i} \right) = \frac{\sum (h_i)}{v}.$$

v bedeutet dabei die (hypothetische) gleichförmige Geschwindigkeit, mit welcher der Strahl die ganze Höhe aller Flüssigkeiten zusammen in der gleichen Zeit T durchsetzen könnte. Lässt man nun die ganzen Flüssigkeiten sich vollkommen mischen, unter der Voraussetzung, dass dabei keinerlei Volumenänderung eintritt, so muss jener Lichtstrahl doch genau so viele Molecüle jeder einzelnen Flüssigkeit durchlaufen, wie zuvor. Es wird somit der genau gleiche Theil h_1 des Gesamtweges in der ersten Flüssigkeit, h_2 in der zweiten u. s. f. vom Strahle durchsetzt, wenn auch diese Wege h_i aus noch so viel einzelnen kleinen Wegen zu summiren sind. Die obige Summationsgleichung bleibt folglich ohne weiteres bestehen; wir können ihre beiden Seiten mit dem Röhrenquerschnitte multipliciren und erhalten so die Volumina in derselben, nämlich:

$$\sum \left(\frac{V_i}{v_i} \right) = \frac{\sum (V_i)}{v},$$

oder, wenn wir die Gewichte und die Dichten einführen:

$$\sum \left(\frac{P_i}{d_i v_i} \right) = \frac{1}{v} \sum \left(\frac{P_i}{d_i} \right).$$

Lassen wir noch statt der Lichtgeschwindigkeiten die Brechungsexponenten der betreffenden Flüssigkeiten in die Gleichung eintreten, so erhalten wir:

$$\Sigma \left(\frac{P_i n_i}{d_i} \right) = n \Sigma \left(\frac{P_i}{d_i} \right) = \frac{n}{d} \Sigma (P_i),$$

wenn wir die Dichte der Mischung mit d bezeichnen. Die ganze Entwicklung ist natürlich nur dann gültig, wenn bei dem Vermischen der Flüssigkeiten keine Contraction eintritt. Weil mit P das Gewicht der gesammten Mischung bezeichnet worden ist, so ergibt sich ohne weiteres:

$$(14) \quad P \frac{n}{d} = P_1 \frac{n_1}{d_1} + P_2 \frac{n_2}{d_2} + \dots$$

Daraus folgt nun auch das Mischungsgesetz, welches auf Grundlage des Quotienten $(n-1)/d$ aufgebaut wurde. Subtrahirt man nämlich auf beiden Seiten $V = P/d$, nachdem man zuerst auf der rechten Seite P/d in die einzelnen Summanden P_i/d_i zerlegt hat, so erhält man:

$$P \frac{n-1}{d} = P_1 \frac{n_1-1}{d_1} + P_2 \frac{n_2-1}{d_2} + \dots$$

Die Gültigkeit dieses Mischungsgesetzes beruht sonach nicht auf der Annahme der Constanz des Quotienten $(n-1)/d$.

Es ist gewiss merkwürdig, dass sich dieses Mischungsgesetz mit Leichtigkeit ableiten lässt, während eine theoretische Ableitung der Beziehung $(n-1)/d = \text{const.}$ schon oft vergeblich versucht worden ist. Ich glaube aber, eine ganz ähnlich gebaute Gleichung mit dem eben abgeleiteten Mischungsgesetze in Einklang bringen zu können, und will deshalb meine Anschauungen in Folgendem näher erläutern.¹⁾

Nach unseren gegenwärtigen Anschauungen über atomistische Zusammensetzung besteht jeder Körper aus einer gewissen Anzahl von sogenannten körperlichen Molecülen, welche in bestimmten, von Aether erfüllten Zwischenräumen voneinander gelagert sind. Den Aether denkt man sich um diese körperlichen Molecüle in Schichten gelagert, und zwar in um so dichteren Schichten, je kleiner die Durchmesser der letzteren sind. Weil man nun die Entfernungen der körperlichen Molecüle im Verhältniss zu ihrer Grösse als relativ bedeutend annimmt, so wird der grösste Theil des in

1) Vgl. C. E. de Klercker, Beibl. 7. p. 890. 1888. Die betreffende Originalarbeit war mir leider noch nicht zugänglich.

ihren Zwischenräumen befindlichen Aethers annähernd gleiche Dichte besitzen; nur die körperlichen Molecüle werden gewissermassen von verdichteten Aetherhüllen umgeben sein. — Man muss ausserdem annehmen, dass alle Körper für den Aether durchlässig sind, sodass die Aethermolecüle mit einer gewissen Leichtigkeit zwischen den körperlichen Molecülen durchtreten können. Daraus schliesse ich nun, ein auf kleineres Volumen zusammengedrückter Körper habe einen Theil des vorher (im nicht zusammengedrückten Zustande) in ihm befindlichen Aethers ausgestossen. Offenbar wird bei diesem Vorgange nicht der direct um die körperlichen Molecüle gelagerte, verdichtete, sondern in erster Linie nur der den grössten Theil des betreffenden Raumes erfüllende, weniger dichte Aether ausgetrieben werden. Den nicht zusammengedrückten Körper kann man demzufolge als eine Mischung des zusammengedrückten Körpers mit dem bei der Zusammendrückung entwichenen Aether auffassen und das oben abgeleitete Mischungsgesetz auf denselben anwenden.

Um die Vorgänge klarer und anschaulicher darstellen zu können, denke ich mir einen isotropen Körper, speciell eine Flüssigkeit, der betreffenden Druckänderung unterworfen. Ganz entsprechend den früher gemachten vereinfachenden Annahmen, sei diese Flüssigkeit in eine Röhre von constantem Querschnitte eingegossen; die Röhre soll bei den vorzunehmenden Druckänderungen keiner Querschnittsänderung unterworfen sein. Das Volumen der Flüssigkeit sei V , die Höhe der Säule h . Die Flüssigkeit soll durch äusseren Druck auf das kleinere Volumen V_1 zusammengedrückt und also die Höhe der Säule dadurch proportional auf h_1 verringert werden. Denkt man sich nun den Raum der Volumenverminderung, also $V - V_1$, mit Aether von der Dichte und dem Brechungsexponenten des zum grössten Theil den Raum der Flüssigkeit erfüllenden, weniger dichten Aethers angefüllt, so kann man die Ausdehnung als eine Mischung der zusammengedrückten Flüssigkeit mit einem Volumen $V - V_1$ des betrachteten Aethers auffassen und direct von dem Mischungsgesetze Gebrauch machen.

Führt man statt der Volumina die gleichbedeutenden

Quotienten P/d für die nicht zusammengedrückte, $(P-p)/d_1$ für die zusammengedrückte Flüssigkeit ein, wobei p das Gewicht des bei der Mischung eingetretenen Aethers bezeichnen mag, und bezeichnet man mit n , resp. n_1 die diesen beiden Zuständen entsprechenden Brechungsexponenten der Flüssigkeit, mit ν dagegen den Brechungsexponenten des in der Flüssigkeit befindlichen Aethers geringster Dichte, so hat man unter Anwendung des zuletzt abgeleiteten Mischungsgesetzes 14) folgende Gleichung:

$$\frac{P}{d} n = \frac{P-p}{d_1} n_1 + \left(\frac{P}{d} - \frac{P-p}{d_1} \right) \nu. ^1)$$

Das Gewicht p erscheint nur in der Differenz $P-p$. Vernachlässigt man diese im Vergleich zu P ausserordentlich kleine Grösse, und dividirt man durch die Gewichte P , so erhält man nach leichter Umformung die Beziehung:

$$(15) \quad \frac{n - \nu}{d} = \frac{n_1 - \nu}{d_1} = \text{const.}$$

Wäre der Brechungsexponent ν des Aethers, welchen ich mit dem zusammengedrückten Körper gemischt gedacht habe, genau gleich demjenigen des Weltäthers, also genau gleich der Einheit, so wäre die einfachere Beziehung $(n-1)/d = \text{const.}$ erfüllt. Nach meiner Vermuthung ist der Brechungsexponent ν des zwischen den körperlichen Moleculen gelagerten Aethers jederzeit grösser als Eins, also grösser als der Brechungsexponent des freien Weltäthers. Würde sich aber dennoch aus genauen Experimentaluntersuchungen der Werth von ν mittelst der Gleichung (15) kleiner als Eins ergeben, so würde das einfach heissen, der Körper treibe bei der Volumenverminderung, welcher er unterworfen wird, einen geringeren Theil seines Aethers aus, als ich meinen einfachen Betrachtungen zu Grunde legte.

Phys. Inst. d. Univ. Giessen, 16. Febr. 1888.

1) Die Brechungsexponenten n und n_1 würden sich gleicherweise mit Hülfe des Mischungsgesetzes durch Summation, bezw. Integration ableiten lassen, wenn die Volumina und Brechungsexponenten aller den Körper erfüllenden körperlichen und Aethermoleculé bekannt wären.