V.

Einige Mittheilungen für Ma-
thematiker,

vom

Commissionsr. u. Prof. Busse
in Freiberg.

I.

In meiner *Betrachtung der Wasserfäulen-Maschinen*, §. 63, hätte ich noch erwähnen können, daß es auch in Prony's Construction für die veränderlichen Kräfte an Bändigkei^t fehlt; und in dem *Systeme der reinen und angewandten Mechanik* von Idé, (welches viele vortreffliche Darstellungen mittheilt,) bei Begründung der Dynamik eben der unrichtige Satz behauptet wird, den ich schon an Kästner's *höherer Mechanik* gerügt habe, in Hindenburg's *Archiv der reinen und ungew. Mathematik*, 1798, B. II, S. 50. (Allerdings ist mein dortiger Aufsatz etwas mühsam zu lesen, weil er die Darstellungen von Euler, Karsten und Kästner etwas umständlich verfolgt. Was ich gegen Prony's Erweis der dynamischen Grundlehren in seiner *Architectura hydraulica* zu erinnern habe, will ich lieber nur gelegentlich beibringen, wo ich diejenige Construction derselben, welche mir bei weitem die anschaulichste und rathsamste scheint, zur Prüfung vorlegen werde.)

Gegen

Gegen gewisse Vorstellungen vom Maafse veränderlicher Geschwindigkeit und Beschleunigung, wie sie bei mehrern guten Schriftstellern, selbst auch bei einem der besten, dem Hrn. Hofrath Ide, z. a. O., Th. II, §. 10, vorkommen, ist der §. 62 in meiner *Betrachtung der Wassersäulen - Maschinen* gerichtet.

2.

In der kleinen Schrift: *Vergleichung zwischen Carnot's und meiner Ansicht der Algebra und unserer beiderseitig vorgeschlagenen Abhelfung ihrer Unrichtigkeit*, erwähnte ich, dafs auch die gewöhnliche Construction der bejahten und verneinten Quadratwurzel unrichtig ist. Geübte Leser werden das richtige System aus folgenden wenigen Zeilen sich darstellen können.

In einer geraden Linie $ABDE$, Fig. 4, Taf. V, seyen $AB = DE$ gemacht, und Kreise um diese beiden Linien, auch um AD und BE beschrieben, ferner aus B und D , in den größern Kreisen zwei Paar Orthogonalen, und an die kleinern Kreise zwei Paar Tangenten gezogen: so wird jede *Tangente* allerdings eine *einzig*e, bejahte oder verneinte, *mittlere Proportionale* zwischen *zwei bejahten* oder *zwei verneinten* äußern Gliedern, BD und BE , oder DB und DA , seyn.

Von jedem Paar der Orthogonalen *aber* ist die *eine* das *bejahte*, die andere das *verneinte* von den *zwei* mittlern Gliedern zwischen den beiden *un-*

gleich bezeichneten äußern Gliedern DB und DE , oder BD und BA , also keine *algebraisch einzige* mittlere Proportionale.

Nur in der Geometrie der Alten konnte es von jedem dieser vier Kreise heißen, daß er über der *Summe* der äußern Glieder beschrieben sey. In der neuern Geometrie muß es heißen; um die *algebraische Differenz*.

Secanten statt Tangenten, und ungleich geneigte Linien statt der Orthogonalen, gehören für zwei mittlere Glieder von *ungleicher Länge*, wenn man diese ebenfalls vermittelt des Kreises construiren will.

Zwischen dieser Construction und derjenigen durch parallele gerade Linien findet nunmehr die völlige Uebereinstimmung Statt.

3.

Der Herr Director Vieth zu Dessau hat in der neulichen zweiten Auflage seines *Lehrbuchs der reinen Elementarmathematik* meine Betrachtung der trigonometrischen Hülfslinien in den *neuen Erörterungen über Plus und Minus, u. s. w.*, für richtig anerkannt, und davon, so viel die Absicht seines Lehrbuchs es mit sich brachte, mitgetheilt. Ich mache mir um so mehr eine Ehre daraus, da mir Herr Vieth auch durch ehemahlige ziemlich lange persönliche Bekanntschaft sehr werth geworden ist.

Des Sinus verus zu erwähnen, fand ich in meiner eben angeführten kleinen Schrift noch nicht

nothwendig; ich hatte es dort nur mit den übrigen Hülfslinien zu thun.

Im Kreisdurchmesser $HGCCDA$, (Fig. 118 des genannten Lehrbuchs,) ist CD der Cofinus eines spitzen, CG eines stumpfen Winkels. Für den spitzen Winkel wird DA als Quersinus angegeben, womit ich übereinstimme. Für den stumpfen Winkel aber soll GH der Quersinus seyn. Ich denke, es muß GA dafür genommen werden, an Länge und Richtung. Denn überhaupt muß jeder Quersinus seyn

= *Gegengröße des Cofinus + erstem bejahten Halbmesser*. Das aber

gibt $DC + CA = DA$ für den spitzen, und ebenso auch $GC + CA = GA$ für den stumpfen Winkel.

Z. B. bei den Cykloiden, wenn sie durch parallele Ordinaten construirt werden, pflegt man den Quersinus des abgewälzten Winkels zur Abseisse anzunehmen. Mag es auch eigentlich die Gegengröße des Quersinus seyn: darin verfährt man richtig mit diesem Quersinus, daß man ihn als *gleich bezeichnet* für spitze und stumpfe, für concave und convexe Winkel, kurz, als *gleich bezeichnet* für den ganzen Kreis behandelt.

Eben das gilt auch für den *Cofinus versus*. Seine Definition ist: *Summe aus der Gegengröße des Sinus und dem zweiten bejahten Halbmesser*.

4.

Die gewöhnliche Definition und Classificirung des *Hebels* scheint mir hauptsächlich durch Eu-

klied's Gewohnheit, die Summe zweier rechten Winkel nicht für einen Winkel, sondern bloß für eine gerade Linie zu achten, veranlaßt zu seyn. Ich habe diese Gewohnheit schon in meiner *Ersten Geometrie* bestritten, und jenen Winkel einen *gestreckten* genannt, welches nicht nur sehr nette Erklärungen und einleuchtende Sätze für alle rechte und *alle* Nebenwinkel, (*auch wo ihrer mehr als zwei* sind,) an die Hand giebt, sondern auch mit der gemeinen und algebraischen Arithmetik in keinen Widerspruch geräth, wenn diese auf Geometrie angewandt wird. Bei dieser Anwendung ist es nothwendig, die beiden Schenkel eines gestreckten Winkels als *zwei* Linien von entgegen gesetzter Richtung zu betrachten, und auch von der Summe zweier rechten Winkel behaupten zu können, daß sie eine ihren Theilen homogene GröÙe sey.

Jeder Hebel ist ein Winkel, welchen Kräfte, die ihn zu verkleinern oder zu vergrößern streben, wirklich zu verändern nicht, sondern nur um seinen Mittelpunkt in seiner Ebene zu drehen vermögen. Ist sein Winkel $= 180$ oder $= 0$ Grad, so liegen seine beiden Schenkel in gerader Linie. Bis zu den Punkten hin, an welchen die Kräfte wirken, heißen sie seine Arme.

Jeder Hebel ist wenigstens zweiarinig, und heißt in diesem Falle ein einfacher Hebel. Im so genannten einarmigen, besser, einseitigen, dessen Winkel $= 0$ ist, hat sein Ruhepunkt einen Widerstand $=$ der *Differenz*, im zweiseitigen aber, dessen Win-

kel = 180 Grad. ist, einen Widerstand = der Summe beider Kräfte zu leisten; — — — vorausgesetzt, daß beide Kräfte einander parallel gerichtet sind. — — — Wo nicht, so wird auch diese Summe der Differenz nicht fernerhin den beiden Arten eigenthümlich bleiben, und durch die verschiedenen Richtungen dergestalt modificirt werden, daß selbst auch dieser Eintheilungsgrund nicht mehr Stich hält.

Keinesweges aber will ich hiermit diejenige Methode getadelt haben, welche mit den geradlinigen Hebeln anfängt, anfangs auch nur solche Kräfte, welche auf die Arme lediglich normal wirken, annimmt, hierbei den Unterschied zwischen ein- und zweiseitigem Hebel bemerken läßt, und nach und nach zum Allgemeinen sich erhebt. Vielmehr halte ich es für das beste, bei der ersten Einleitung in die Statik, wie sie etwa für die mathematische Physik gehört, diese Methode fernerhin zu befolgen; in den Vorlesungen über *angewandte Mathematik* aber sogleich den Hebel überhaupt zu umfassen.

Fast alle Systeme und ihre Classificationen erscheinen mangelhaft und der Sache selbst nicht völlig gemäß, so bald man zur Ueberschauung des Ganzen gelangt ist; und haben dennoch den Nutzen, uns zu dieser Ueberschauung zu führen.

Die Engländer pflegten sonst den geradlinigen Hebel in drei Arten abzutheilen. Einen Hebel der dritten Art nannten sie denjenigen der zweiten Art, der die Kraft an seinem kürzern, die Last an sei-

nem längern-Arme hatte. Da hätte man ja eben so viel, als eben so wenig Recht gehabt, auch den der ersten Art ähnlich abzutheilen.

James Wood hat die dritte Art abichtlich beseitigt in seinen *Principles of Mechanics, designed for the use of students in the University, Cambridge* 1799. Das Buch hat einen ungemein guten Vortrag dortiger Art, soll auch eins der besten unter den neuen englischen Lehrbüchern seyn. Also übersetzt ins Deutsche, o ihr Uebersetzer! Allerdings kommt manche Darstellung und Bemerkung darin vor, die auch ein deutscher Lehrer mit Nutzen beachten würde. Was aber im Ganzen genommen, nach diesem Lehrbuche zu urtheilen, in England, und namentlich in Cambridge, von Statik und Mechanik vorgetragen wird, will nicht viel sagen, in Vergleichung mit demjenigen, was man in Deutschland zu erwarten pflegt, und hier in ungleich kürzerer Zeit gelehrt werden muß.

Der dortige Beweis für das Gesetz des Hebels mit mehr Gewandtheit der Methode aufserhalb Englands behandelt, dürfte nicht übel ausfallen. Er geht davon aus, daß zwei Kräfte, am geradlinigen Arme in zwei verschiedenen Punkten angebracht, zur Drehung des Hebels eben so viel vermögen müssen, als ob sie beide in der Mitte zwischen den beiden Punkten vereinigt wären. An dem Beweise für diesen Satz gefällt mir nicht, daß er eines zweiten Ruhepunktes bedarf, da doch der Satz auch bei *einem* Ruhepunkte von der Natur befolgt wird.

Aber die weitere dortige Benutzung des Satzes verdient beachtet zu werden.

5.

In dem schon unter 1. erwähnten Buche, Seite 288, setzte ich voraus, daß man das oberflächige Rad ein rückwärts laufendes zu nennen pflege. Die Exemplare waren schon verfaßt, als ich diese Uebereilung bemerkte, und überdies wäre es kaum der Mühe werth gewesen, das Blatt deshalb zu cartonniiren. Wenn man gerade, wie es dort der Fall ist, auf den Widerstand des Stauwassers im Unterfluthen sein Auge gerichtet hat, so wird man sehr geneigt zu der Behauptung seyn, daß gerade das unterflächige Rad sich dem Strome gemäß drehe, und das oberflächige ein ihm entgegen laufendes zu nennen sey, voraus gesetzt, daß eins von beiden dergleichen Namen führen soll, der eigentlich in jedem Falle mehr Schein als Wahrheit für sich hat, und so wie er wirklich eingeführt ist, mehr dem astronomischen Sprachgebrauche, als der hydraulischen Krafttrichtung gemäß ist.