Der Ton und damit die Staubwellen ändern mit der Art des Anblasens der Membran, doch gelingt es mit einiger Uebung leicht, einen bestimmten Ton zu erhalten.

Will man nur die Schichtungen des Pulvers zeigen, so nimmt man ein $1\frac{1}{2}$ bis 2 Centim. weites Reagenzglas, schüttet etwas Korkpulver oder Kieselsäure in dasselbe, bindet eine Kautschuckmembran über das offene Ende und bläst an. Man erhält alsdann Schichtungen, die 1 Centim. und mehr in dem Rohr in die Höhe stehen.

Füllt man das Rohr ab Fig. 3, Taf. I mit Wasser, bringt dasselbe unter Wasser und läßt alsdann aus der Wasserleitung einen Strom Wasser durch *cd* gegen die Membran strömen, so ertönt gleichfalls die Membran und damit das in dem Rohr enthaltene Wasser sehr gut. Doch gelang es mir nur unvollkommen in der tönenden Wassersäule Klangfiguren durch Pulver zu erhalten.

Eine jede Membran, selbst eine ziemlich große und dicke, läßt sich übrigens unter Wasser durch einen Wasserstrom, den man aus einem gegen dieselbe gehaltenen Glasrohr oder Kautschuckschlauch strömen läßt, zum Tönen erregen.

Straßburg, den 8. Mai 1874.

II. *Zur Theorie des Segner'schen Kreiselrades; von Dr. H. Buff in Gießen.*

Das Segner'sche Kreiselrad besteht in seiner einfachsten Form aus einem hohlen, cylindrischen Rohr aus Eisen oder Messing, welches in horizontaler Lage um eine seine Mitte durchschneidende feste Vertikalaxe drehbar ist. In der Mitte des Rohrs, die Drehaxe desselben umgebend, befindet sich eine Zuflußöffnung, deren Weite derjenigen des

Rohrs wenigstens gleichkommt und durch welche letzteres gefüllt werden kann. Nahe den beiden Enden des Rohrs, in gleichen Abständen von der Axe, ist je eine Seitenöffnung eingeschnitten, beide, der Lage nach, einander entgegengesetzt, durch welche das zufließende Wasser in horizontaler Richtung wieder ausströmt.

Der Zufluß geschieht am zweckmässigsten wohl von Unten, weil man dadurch bezüglich der Zuleitung des Wassers und der vollständigen Ausnutzung seines Gefälles freie Hand gewinnt, besonders auch der nachtheilige Einfluß der Zapfenreibung, überall da, wo das Kreiselrad als Betriebsmaschine dienen soll, bis zu einem sehr kleinen Betrag vermindert werden kann. Den folgenden Betrachtungen liegt zunächst ein Rad dieser Einrichtung zu Grunde.

Die Bewegung des Kreisels wird, wie man weiß, durch die sogenannte rückwirkende Kraft bewirkt. Diese Kraft kommt zur Geltung, sobald das Wasser durch die beiden Mündungen zum Ausfluß gelangt; es entsteht eine Drehung in entgegengesetztem Sinn des Ausflusses, die durch eine Reihe von Beschleunigungen sehr bald gleichförmig wird, wenn die Fallhöhe des Wassers so wie der Widerstand der Zapfenreibung sich unverändert erhalten.

Nachdem die Bewegung gleichförmig geworden ist, sey v die Geschwindigkeit derselben in den Mittelpunkten der beiden kreisförmigen Ausmündungen des Rohrs, V die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers. Die rückwirkende Kraft ist jetzt ganz verwendet, theils um dem neu zufließenden Wasser, welches in der Mitte des Rohrs, an der Stelle seines Eintrittes noch relative Ruhe besitzt, die Geschwindigkeit v im Sinne der Drehung einzuflöszen, theils um die der Drehung entgegenstehenden Bewegungshindernisse, nämlich Axenwiderstand und Luftwiderstand zu überwinden.

Die Geschwindigkeiten V und v sind einander entgegengesetzt. Wenn also auch die Ausflußgeschwindigkeit, bezogen auf die augenblickliche Stellung einer Mündung

in der That V beträgt, so ist doch die wirkliche Geschwindigkeit des ausgeflossenen Wassers nur $V - v$.

Nach dem Princip des Gleichgewichtes zwischen Druck und Gegendruck muß die rückwirkende Kraft der vorwärts gerichteten, d. h. der im Sinne des Ausflusses thätigen Kraft stets gleich seyn. Da nun nach dem Eintritte eines Beharrungszustandes die Wassermenge, welche durch die erstere Kraft beschleunigt wird, derjenigen genau gleich ist, die gleichzeitig zum Ausflusse gelangt, so könnte man erwarten, daß v schließlicly gleich V werden müsse. Diese Gröfse der Umdrehungsgeschwindigkeit war jedoch in Folge der Bewegungshindernisse, die einen Theil der rückwirkenden Kraft für sich in Anspruch nehmen, niemals erreicht. Weil überdieß bei zunehmender Schnelligkeit der Umdrehung der Luftwiderstand in nahe quadratischem Verhältnisse zunimmt, so muß in allen Fällen bald eine Gränze eintreten, bei welcher einem weiteren Anwachsen von v keine freie Kraft mehr zur Verfügung bleibt. Beim Eintritte des Beharrungszustandes ist demnach der Unterschied $V - v$ immer eine positive Gröfse. Es ist einleuchtend, daß wenn das Kieselrad eine äußere Arbeit verrichten soll, der Werth v die bezeichnete Gränze überhaupt nicht erreichen darf.

Könnten die beiden Geschwindigkeiten V und v einander gleich werden, so müßte das Wasser im Augenblick seines Austritts aus den Oeffnungen nach der Richtung der Ausflußgeschwindigkeit zur wirklichen Ruhe gelangen und senkrecht abfallen. Ein solcher senkrechter Abfall, der sich unter dem Eindruck der discontinuirlichen elektrischen Beleuchtung sehr leicht würde erkennen lassen, wird niemals beobachtet, wenn auch eine Verminderung der wirklichen, horizontalen Geschwindigkeit sich bei rascher Umdrehung deutlich wahrnehmen läßt. Bei sehr langsamer Umdrehung bildet der ausfließende Strahl eine Tangente des Kreises, welchen die Oeffnungen beschreiben. Seine parabolische Bahn fällt in die durch die Tangente gelegte Vertikalebene. Geht aber die Drehung bei unge-

änderter Höhe des Gefälles mit großer Geschwindigkeit vor sich, so erscheint zwar die Gestalt des Strahls noch immer parabolisch, aber dieser Parabelbogen fällt nicht mehr in eine senkrechte Ebene, sondern verläuft sich, mehr und mehr bei zunehmender Geschwindigkeit auf einer senkrechten Cylinderoberfläche, von welcher der Umdrehungskreis der Oeffnungen die Basis bildet. Nur unter der Bedingung $v = V$ würden die niedersinkenden Wassertropfen nirgends aus dieser Cylinderfläche heraustreten können, während unter der elektrischen Beleuchtung betrachtet, der Durchmesser des Cylinders immer etwas größer erschien.

Bei gegebener Fallhöhe des Wassers wächst bekanntlich die Ausflussmenge mit der Zunahme der Umdrehungsgeschwindigkeit und man weiß, daß diese Erscheinung auf einer Wirkung der Centrifugalkraft beruht, durch welche gleichsam das Gefälle vergrößert wird. Die Schwungkraft eines rotirenden Körpers, dessen Umlaufszeit mit t bezeichnet wird, beträgt, wie bekannt

$$P = \frac{4\pi^2}{g t^2} r p.$$

In diesem Ausdrucke bedeutet p das Gewicht des Körpers, r den Abstand seines Schwerpunkts von der Drehaxe.

Beziehen wir nun P auf je eine Hälfte des rotirenden cylindrischen Rohrs, dessen ganze Länge $2l$ und dessen Querschnittsfläche im Lichten f betragen mag, so ist (wenn das Gewicht der Volumeneinheit Wasser $= 1$ gesetzt wird) $p = fl$ und $r = \frac{l}{2}$, folglich $rp = \frac{fl^2}{2}$. Vergleicht man die Schwungkraft mit dem Drucke einer Wassersäule von der Höhe h und der Basis f , so ergibt sich

$$P = hf = \frac{4\pi^2 \cdot fl^2}{2g t^2} = \left(\frac{2\pi l}{t}\right)^2 \frac{f}{2g},$$

und in Betracht, daß die Rotationsgeschwindigkeit der Oeffnungen $v = \frac{2\pi l}{t}$ beträgt,

$$h = \frac{v^2}{2g},$$

d. h. die Centrifugalkraft vermehrt den hydrostatischen Druck um die Höhe einer Wassersäule h , von welcher das Wasser herabfallen müßte, um eine Geschwindigkeit annehmen zu können, gleich derjenigen, womit die Ausmündungen des Kreisels sich umdrehen.

Die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers aus dem rotirenden Kiesel ist demnach, für den Fall einer Oeffnung in dünner Wand

$$V = \sqrt{2g(H+h)} = \sqrt{2gH + v^2}.$$

Als Ausflußmenge in einer beliebigen Zeit T erhält man:

$$M = 0,785 \mu \partial^2 T \sqrt{2g(H+h)}.$$

Für eine gegebene Ausflußmenge und Oeffnungsweite ergibt sich folglich

$$\frac{M}{0,785 \cdot \mu \partial^2 \sqrt{2g}} = A = T \sqrt{H+h}$$

und

$$A^2 = T^2 (H+h).$$

Läßt man demnach durch dieselbe Oeffnung, unter verschiedenen Druckhöhen immer dieselbe Wassermenge ausströmen, so ergeben sich die Gleichungen

$$A^2 = T^2 H = T'^2 H' = T''^2 H'' \text{ usw.,}$$

aus welchen, wenn die Zeiten und wenigstens in einem Falle die Druckhöhe gemessen sind, die übrigen Druckhöhen sich ableiten lassen.

Einige hierher gehörige Versuche sind auf folgende Art ausgeführt worden. Das Rohr des Kreisels hatte, von Oeffnung zu Oeffnung, eine Länge von 5 Decimeter. Die Oeffnungen waren gleich weit und hatten jede 3^{mm},5 Durchmesser. Das Wasser strömte, wie schon bemerkt worden, in der Mitte des Rohrs von Unten zu und zwar durch eine Oeffnung von 12^{mm} Durchmesser. Ein noch weiterer Gummischlauch vermittelte die Zuführung des Wassers aus einem nahestehenden cylindrischen Glasgefäße von 17 Centimeter Weite. Dieser Behälter konnte, ohne daß es nöthig wurde, die Länge des Verbindungsrohrs zu ändern, auf verschiedene Höhen gestellt werden und war beim Beginn eines jeden Versuchs mit Wasser ganz angefüllt.

Man ließ ausfließen so lange, bis sich der Spiegel um 152^{mm} gesenkt hatte; eine Senkung, die an dem Glasgefäß vorbemerkt worden war und deren Eintritt sich, da die Bewegung langsam erfolgte, bis auf eine halbe Secunde genau feststellen ließ.

Das Mittel des anfänglichen und des zuletzt beobachteten Höhenstandes wurde als mittlere statische Druckhöhe in Rechnung genommen. Dieselbe ist in der folgenden Tabelle mit H bezeichnet. Die Höhenunterschiede von der Mitte der Ausflußöffnungen (beide auf gleiches Niveau gerichtet) bis zum jedesmaligen Spiegel des Wasserbehälters wurden mittelst senkrecht stehenden Maßstabs und Fernrohrs, die Ausflußzeiten mittelst eines Secundenzählers gemessen.

In der folgenden Tabelle sind die Ausflußzeiten unter verschiedenen Druckhöhen bei fest gehaltenem Rohr zusammengestellt. Sie dienen zur Bestimmung der Constanten $A^2 = HT^2$.

Wasserdruck- höhe		Mittel- werth	Ausfluß- zeit	Berechn. Werth von	Unter- schied.
Anfangs	Zuletzt	H^{mm}	T Secund.	H	
411 ^{mm}	259 ^{mm}	335 ^{mm}	106"	344 ^{mm}	+ 9 ^{mm}
624	472	548	83	560	+12
827	675	751	72	745	— 6
984	832	908	65,5	900	— 8
1081	929	1005	63	996	— 9
1709	1557	1633	48,5	1633	

Aus diesen Beobachtungen ergab sich als Mittelwerth der Constanten $A^2 = 3868000$. Mit Hülfe dieser Zahl sind die Werthe der fünften Spalte berechnet worden.

Die Zahlen der folgenden Tabelle beziehen sich auf Versuche, bei welchen das Rohr sich in drehender Bewegung befand. Die Ausflußzeit, d. h. diejenige Anzahl Secunden, während deren Verlauf das Niveau sich um 152^{mm} senkte, wurde wie vorher gemessen. Die mittlere Druckhöhe ergab sich dann aus der Gleichung $H + h = \frac{A^2}{T^2}$.

H bedeutet die wirkliche mittlere Druckhöhe vor dem Beginn der Drehung, sowie dieselbe nach den vorhergehenden Versuchen ermittelt worden war; h bezeichnet den durch die Schwungkraft bewirkten Zusatz.

H^{mm}	T''	$H + h$	h
344	77	652	308
560	59	1110	550
745	46,5	1787	1042
900	43	2089	1189
996	42,5	2189	1193
1633	39,33	2497	863

Da die Ausflußgeschwindigkeit V der Wurzel aus $H + h$, die Umdrehungsgeschwindigkeit v der Wurzel aus h proportional ist, so erkennt man, daß die letztere die erstere niemals erreichen kann. Aus den vorstehenden Versuchen ist ferner ersichtlich, daß bei zunehmender statischer Druckhöhe, v im Vergleiche zu V mehr und mehr zurückbleibt. Der Grund ist hauptsächlich darin zu suchen, daß bei zunehmender Schnelligkeit der Drehung der Luftwiderstand sich in einem rasch steigenden Verhältnisse vermehrt. Die Zahlen des letzten Versuchs sind indessen mit den vorhergehenden nicht genau vergleichbar, weil wegen der beträchtlich größeren Höhe des anfänglichen Wasserstands bei diesem Versuche ein Verbindungsrohr von bedeutend größerer Länge in Anwendung kommen mußte.

Es ist einleuchtend, daß wenn das Kreiselrad die Bestimmung hat, einen Theil seiner Kraft nutzbar nach Außen zu machen, seine Geschwindigkeit hinter dem Maximum v , bei dessen Eintritt die rückwirkende Kraft durch innere Arbeit und durch Bewegungshindernisse vollständig in Anspruch genommen wird, zurückbleiben muß. Angenommen es sey V' diese geringere Umdrehungsgeschwindigkeit im Abstände $\frac{l}{2}$ von der Drehaxe, es sey ferner V die Ausflußgeschwindigkeit und M die Ausflußmenge, so ist

$$\frac{MV^2}{2g}$$

das ganze Arbeitsmafs des ausfließenden Wassers;

$$\frac{M V'^2}{2g}$$

der für innere Arbeit verwendete Theil desselben, d. h. diejenige Arbeit der rückwirkenden Kraft, durch welche dem zufließenden Wasser die Geschwindigkeit V' im entgegengesetzten Sinn des Ausflusses eingeblöst wird.

Nun ist vorher gezeigt worden, daß

$$\frac{V^2}{2g} = H + h,$$

daß ferner

$$\frac{V'^2}{2g} = h;$$

es bleibt folglich zur Ausführung äußerer Arbeiten, wie Ueberwindung der Zapfenreibung und des Luftwiderstandes und Erzielung nützlicher Arbeit, der Unterschied

$$M \frac{V^2 - V'^2}{2g} = M(H + h - h) = MH,$$

d. h. derjenige Theil des Arbeitsmafses, welcher zur Uebertragung nach Außen zur Verfügung steht, ist *gleich der Ausflußmenge multiplicirt mit dem statischen Gefälle des Wassers.*

Durch die Schwungkraft wird die Ausflußmenge vergrößert, ähnlich wie durch vergrößerte Weite der Ausmündungen. Auf den Effect des wirklich ausgeflossenen Wassers hat die Schwungkraft keinen Einfluß.

Wenn die Größe der Ausflußmenge bestimmt und danach der Durchmesser des Zuflußrohrs in der Art ermesen ist, daß nur ein kleiner, im Voraus festgesetzter Theil des Gefälles zur Ueberwindung der hydraulischen Reibung nothwendig wird, kann jene Wassermasse innerhalb gewisser Gränzen, eben so wohl durch vermehrte Umdrehungsgeschwindigkeit bei gegebener Oeffnungsweite, wie durch vermehrte Weite der Oeffnungen bei gegebener Geschwindigkeit zum Ausflusse gelangen.

Da die ganze Arbeitsgröße $MH = V'p$ unter der gegebenen Voraussetzung eine constante ist, so könnte es

gleichgültig scheinen, welche Geschwindigkeit dem Kreisel ertheilt wird. Bedenkt man aber, daß bei zunehmender Geschwindigkeit der Rotation der Widerstand der Luft in steigendem Verhältnisse sich vermehrt, so erscheint es rathsam, dem Rohr, so weit thunlich, nur eine mäßige Geschwindigkeit zu gestatten.

Es ist auffallend, daß das Segner'sche Kreiselrad, ungeachtet des bedeutenden Nutzeffectes, den es verspricht, bisher doch nur seltene Anwendung gefunden hat.

Der Segner'sche Kreisel, in Verbindung mit der bekannten hydraulischen Stoßwage ¹⁾, bietet ein sehr einfaches und bequemes Mittel die rückwirkende Kraft direct zu messen.

Man verschließt zu diesem Zweck die eine Ausmündung des zweiarmigen Kreiselrohrs und richtet den der andern Mündung gegenüberstehenden Punkt der Röhrenwand genau gegen den Stoßpunkt der Wage. So wie dann unter constantem Drucke der Ausfluß beginnt, werden Gewichte auf die Wagschaale gelegt, so lange bis das Gleichgewicht sich hergestellt hat. Da die Wage gleicharmig ist ²⁾, so geben die aufgelegten Gewichte unmittelbar die GröÙe der rückwirkenden Kraft.

Durch Umkehrung des Verfahrens, d. h. indem man unter gleicher Druckhöhe den ausfließenden Strahl gegen den Mittelpunkt der Stoßfläche richtet und wieder durch Beschwerung der Wagschaale das Gleichgewicht herstellt, erfährt man die GröÙe des unter denselben Bedingungen erfolgenden hydraulischen Drucks.

Auf diese Weise sind die folgenden Zahlen gefunden worden.

1) Pogg. Ann. Bd. 137, S. 497, Taf. VIII, Fig. 1 und 2.

2) A. a. O. S. 502,

Fallhöhe des ausfließenden Wassers Millimeter	Rück- wirkende Kraft Gramme	Beobacht. hydraulischer Druck Gramme	Berechn. ¹⁾
736	9,3	10,5	10,62
886	12,0	13,0	12,78
1040	14,5	15,0	15,01

Die rückwirkende Kraft stellt sich in diesen drei Fällen etwas geringer heraus als der hydraulische Druck.

Es darf jedoch nicht unberücksichtigt bleiben, daß jene die Zapfenreibung zu überwinden hatte, welche, nach dem Verhältnisse der Hebelarme auf den Abstand der Ausmündung von der Drehaxe reducirt, mit ungefähr $\frac{1}{16}$ ihres wirklichen Betrags in Rechnung genommen und zwar dem beobachteten Gewichte zugezählt werden muß. Die Zapfenreibung nimmt übrigens zu Folge der besonderen Einrichtung des Apparates, nämlich des Zuflusses des Wassers von Unten, bei zunehmender Druckhöhe mehr und mehr ab und dieß zeigte sich auch bei den vorstehenden Versuchen. Aus den letzteren geht also in unzweideutiger Weise hervor, daß rückwirkende Kraft und hydraulischer Druck ein und derselben Ausflußmenge einander gleich sind, ganz so, wie es nach dem Princip des Gleichgewichtes zwischen Druck und Gegendruck vorauszusehen war.

1) Zur Berechnung des hydraulischen Drucks diente das Erfahrungsgesetz, daß die Größe desselben der Fallhöhe proportional ist.