5. *Über Volumenänderung von Gasen durch dielektrische Polarisation; von Richard Gans.*

(Habilitationsschrift.)

I. Einleitung und Geschichtliches.

Die Frage, ob Gase die Erscheinung der Elektrostriktion zeigen, d. h. ob dieselben ihren Druck bez. ihr Volumen ändern, wenn sie in ein elektrisches Feld gebracht werden, ist schon Gegenstand experimenteller wie theoretischer Untersuchungen gewesen.

Zuerst griff Hr. Quincke ¹⁾ das Problem experimentell an; er kam zu dem Resultate, daß, „wenn eine elektrische Volumenänderung bei Luft vorhanden ist, sie weniger als $\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ des ursprünglichen Luftvolumens betragen müsse“. Bei Kohlensäure beobachtete Hr. Quincke eine relative Volumenverkleinerung im Betrage von $5 \cdot 10^{-10}$ für eine Potentialdifferenz von ca. 73 elektrostatischen Einheiten, „doch legt er bei der geringen Größe der Volumenänderung und der Schwierigkeit, zufällige Fehler auszuschließen, auf das Resultat dieser einen Versuchsreihe kein zu großes Gewicht“.

Theoretisch wurde der Fall von Hrn. Lippmann ²⁾ behandelt. Dieser fand auf Grund des Energieprinzips und des von ihm formulierten Prinzips von der Erhaltung der Elektrizitätsmenge, daß in einem gleichförmigen Felde von der Feldstärke E und der Dielektrizitätskonstante ϵ beim Drucke p die relative Volumenänderung

$$\frac{\Delta v}{v} = - \frac{\epsilon - 1}{8\pi} \frac{E^2}{p}$$

ist, ein Ergebnis, das, wie wir sehen werden, richtig ist.

Gegen diese Ableitung wendet sich Hr. Bos ³⁾; er erklärt dieselbe für falsch und konstruiert einen Kreisprozeß, aus dem sich ergibt, daß das Volumen eines Gases von der elektrischen Feldstärke unabhängig ist. Ebenfalls zeigt Hr. Drude ⁴⁾, daß

1) G. Quincke, Wied. Ann. **10**. p. 513. 1880.

2) G. Lippmann, Ann. de chimie et phys. (5) **24**. p. 145. 1881.

3) D. Bos, Groninger Inaugural-Dissertation 1888.

4) P. Drude, Physik des Äthers p. 301. Stuttgart 1894.

auf Grund der thermodynamischen Hauptsätze und der Maxwellschen Theorie bei Gasen keine Elektrostriktion auftreten kann; er hält das Lippmannsche Resultat für fehlerhaft, ohne den Fehler selbst anzugeben. Tatsächlich haben nun Hr. Bos und Hr. Drude bei den von ihnen konstruierten Kreisprozessen nicht alle Energieumsetzungen berücksichtigt, wodurch ihr Endresultat von dem meinigen abweicht; auf diesen Punkt werden wir später zurückkommen.

Hr. Pockels¹⁾ behandelt in einer sehr ausführlichen theoretischen Arbeit über Elektrostriktion auch den Fall der Gase und kommt durch Ableitung der Druckspannungen nach der Maxwellschen Theorie zu demselben Resultat, welches Lippmann durch direkte Behandlung des Problems mit Hülfe des Energieprinzips gewonnen hat, nämlich, daß die Druckänderung

$$\Delta p = - \frac{\epsilon - 1}{8\pi} E^2$$

beträgt.

Wir sehen also, daß die theoretischen Ableitungen nicht miteinander übereinstimmen, und daß nur eine einzige experimentelle Versuchsreihe vorliegt, auf die ihr Autor selbst keinen allzugroßen Wert legt.

Bei dieser Lage der Dinge scheint es angebracht, das Problem noch einmal aufzunehmen und die Fragen zu stellen, ob nach der Maxwellschen Theorie eine Volumenänderung der Gase durch dielektrische Polarisierung stattfindet, und ob die Versuche mit der Theorie übereinstimmen.

II. Theoretischer Teil.

Um die Kräfte im elektrostatischen Felde zu berechnen, wollen wir versuchen, die Abnahme der elektrischen Energie W bei einer unendlich kleinen virtuellen Verschiebung δs in der Form darzustellen

$$-dW = \int f \cdot \delta s \cdot d\tau.^{2)}$$

1) F. Pockels, Grunerts Archiv (2) 12. p. 57. 1894.

2) Wir werden hier und im folgenden uns der Schreibweise der Vektoranalysis bedienen, über die Näheres z. B. in H. Weber, Partielle Differentialgleichungen 1. p. 207. ff. zu finden ist.

Dann müssen wir f als die auf die Volumeneinheit wirkende Kraft ansprechen, wenn $d\tau$ das Volumenelement des Feldes ist.

Wir setzen das Feld als vollständiges voraus, d. h. an der Oberfläche des betrachteten Raumes soll die Feldintensität Null sein.¹⁾

Bei einer beliebigen virtuellen Verschiebung wird sich im allgemeinen in einem bestimmten Volumenelement $d\tau$ sowohl die Dielektrizitätskonstante ϵ ändern, als auch die in demselben vorhandene unendlich kleine Elektrizitätsmenge de .

Die Gesamtänderung dW der elektrischen Energie wird sich also darstellen lassen als die Summe der Änderung bei konstanter Dielektrizitätskonstante dW_ϵ und der Änderung bei konstanter Elektrizitätsverteilung dW_e .

Wir betrachten zuerst die Änderung der elektrischen Energie dW_ϵ bei konstanter Dielektrizitätskonstante ϵ .

Ist die Elektrizitätsverteilung e und die Potentialverteilung φ im Felde vorhanden, so ist die Energie

$$W = \frac{1}{2} \sum \varphi e;$$

ist eine andere Elektrizitätsverteilung e' und die dazu gehörige Potentialverteilung φ' vorhanden, so ist die Energie

$$W' = \frac{1}{2} \sum \varphi' e'.$$

Also ist

$$W' - W = \frac{1}{2} \sum (\varphi' e' - \varphi e) = \frac{1}{2} \sum (\varphi + \varphi') (e' - e),$$

denn bei unveränderter Dielektrizitätskonstante ist²⁾

$$\sum e \varphi' = \sum e' \varphi$$

und folglich

$$dW_\epsilon = \sum \varphi \cdot \partial e = \int \varphi \cdot \partial \varrho \cdot d\tau,$$

wo ϱ die räumliche Dichte der Elektrizität bedeutet.

Wir kommen zur Berechnung der Energieänderung bei konstanter Elektrizitätsmenge, wir setzen also voraus

$$\varrho = \varrho',$$

d. h.

$$\operatorname{div} \epsilon \mathfrak{E} = \operatorname{div} \epsilon' \mathfrak{E}.$$

1) Wegen der Art der Ableitung vgl. man E. Cohn, Das elektromagn. Feld p. 83. Leipzig 1900.

2) Vgl. z. B. E. Cohn, l. c. p. 55

Nun ist

$$W = \frac{1}{2} \int \varphi \varrho \, d\tau = \frac{1}{2} \int \varphi \varrho' \, d\tau = \frac{1}{8\pi} \int \varphi \operatorname{div} \varepsilon' \mathfrak{E}' \, d\tau,$$

$$W' = \frac{1}{2} \int \varphi' \varrho' \, d\tau = \frac{1}{2} \int \varphi' \varrho \, d\tau = \frac{1}{8\pi} \int \varphi' \operatorname{div} \varepsilon \mathfrak{E} \, d\tau.$$

Durch partielle Integration erhalten wir, wenn wir berücksichtigen, daß das Feld als vollständiges vorausgesetzt wird,

$$W = \frac{1}{8\pi} \int \varepsilon' \mathfrak{E} \mathfrak{E}' \, d\tau,$$

$$W' = \frac{1}{8\pi} \int \varepsilon \mathfrak{E} \mathfrak{E}' \, d\tau,$$

also

$$W' - W = - \frac{1}{8\pi} \int (\varepsilon' - \varepsilon) \mathfrak{E} \mathfrak{E}' \, d\tau$$

und

$$dW_e = - \frac{1}{8\pi} \int \mathfrak{E}^2 \cdot \partial \varepsilon \cdot d\tau.$$

Die Gesamtänderung wird also

$$dW = \int \varphi \cdot \partial \varrho \cdot d\tau - \frac{1}{8\pi} \int \mathfrak{E}^2 \cdot \partial \varepsilon \cdot d\tau.$$

Nun können wir aber annehmen, daß bei der Verschiebung die Elektrizitätsmengen auch auf den Leitern fest an der Materie haften¹⁾, also wird

$$\partial \varrho = - \operatorname{div} (\varrho \cdot \delta s).$$

Die Änderung der Dielektrizitätskonstante $\partial \varepsilon$ setzt sich aus zwei Teilen zusammen, erstens aus dem Anteil wegen der Verschiebung der Materie

$$\operatorname{grad} \varepsilon \cdot \delta s,$$

zweitens hänge die Dielektrizitätskonstante von der relativen Volumenänderung $\Delta v/v$ ab, und es sei

$$\Delta \varepsilon = - \alpha \frac{\Delta v}{v},$$

also kommt noch das Glied

$$- \alpha \operatorname{div} \delta s$$

hinzu, sodaß wir haben

$$\partial \varepsilon = \operatorname{grad} \varepsilon \cdot \delta s - \alpha \operatorname{div} \delta s.$$

1) Vgl. z. B. E. Cohn, l. c. p. 59.

Setzen wir diese Ausdrücke für $\partial \varrho$ und $\partial \varepsilon$ in den Wert von dW ein, so erhalten wir

$$dW = - \int \varphi \operatorname{div} (\varrho \delta s) d\tau - \frac{1}{8\pi} \int \mathfrak{E}^2 \operatorname{grad} \varepsilon \cdot \delta s d\tau \\ + \frac{1}{8\pi} \int \mathfrak{E}^2 \alpha \operatorname{div} \delta s d\tau.$$

Durch partielle Integration, angewandt auf den ersten und letzten Term, ergibt sich

$$-dW = \int \varrho \mathfrak{E} \delta s d\tau + \frac{1}{8\pi} \int \mathfrak{E}^2 \operatorname{grad} \varepsilon \cdot \delta s d\tau \\ - \frac{1}{8\pi} \int \operatorname{grad} (\alpha \mathfrak{E}^2) \delta s \cdot d\tau.^1)$$

Es ist also die Kraft auf die Volumeneinheit

$$f = \varrho \mathfrak{E} + \frac{1}{8\pi} \mathfrak{E}^2 \cdot \operatorname{grad} \varepsilon - \frac{1}{8\pi} \operatorname{grad} (\alpha \mathfrak{E}^2)$$

oder in kartesischen Koordinaten

$$f_x = \varrho E_x - \frac{1}{8\pi} E^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x} \alpha E^2, \\ f_y = \varrho E_y - \frac{1}{8\pi} E^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial y} \alpha E^2, \\ f_z = \varrho E_z - \frac{1}{8\pi} E^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial z} \alpha E^2.$$

Im homogenen, nichtgeladenen Dielektrikum ist

$$\varrho = 0$$

und

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0,$$

also

$$f_x = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x} \alpha E^2, \\ f_y = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial y} \alpha E^2, \\ f_z = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial z} \alpha E^2,$$

d. h. im Felde besteht ein Druck

$$p = p_0 - \frac{1}{8\pi} \alpha E^2,$$

wenn p_0 der Gasdruck außerhalb des Feldes ist.

¹⁾ Man vergleiche auch die Abhandlungen J. D. Korteweg, Wied. Ann. 9. p. 48. 1880; H. v. Helmholtz, Wied. Ann. 13. p. 385. 1881.

Zur Bestimmung von α benutzen wir Beobachtungen von Hrn. Boltzmann¹⁾ und Hrn. Klemenčič²⁾, nach welchen bei Gasen $\varepsilon - 1$ sich proportional dem Druck ändert, was übrigens auch aus der Lorentz-Lorenzschen Gleichung folgt, die ausagt, daß $\varepsilon - 1/\varepsilon + 2$ dem Druck proportional ist. Da aber ε sehr wenig von 1 abweicht, können wir $\varepsilon + 2$ konstant setzen.

Es ist also:

$$\varepsilon - 1 = Cp,$$

d. h.

$$\frac{\Delta(\varepsilon - 1)}{\varepsilon - 1} = \frac{\Delta p}{p}.$$

Nach unserer obigen Definition ist aber

$$\Delta \varepsilon = \Delta(\varepsilon - 1) = \alpha \frac{\Delta p}{p},$$

also ist

$$\alpha = \varepsilon - 1;$$

und es ergibt sich

$$p = p_0 - \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} E^2$$

in Übereinstimmung mit dem Resultat von Hrn. Lippmann.

Um die Abweichung des Drudeschen Resultates genau übersehen zu können, wollen wir die Formel aus einem Kreisprozeß ableiten, den bereits Hr. Drude³⁾ benutzt hat.

Das Gas vom Volumen v werde von einem Orte mit der Feldstärke E zu einem Orte mit der Feldstärke $E + dE$ gebracht, und zwar unter konstantem Volumen; dabei gewinnen wir die Arbeit⁴⁾

$$\frac{\varepsilon - 1}{8\pi} v dE^2.$$

Sodann dehne man das Gas bei konstanter Feldstärke $E + dE$ um dv aus, dabei leistet der Gasdruck die Arbeit

$$(p + dp)dv,$$

da wir annehmen wollen, daß im Felde $E + dE$ der Druck $p + dp$ herrscht.

1) L. Boltzmann, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien

(2) 69. p. 795. 1874.

2) I. Klemenčič, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien

(2) 91. p. 712. 1885.

3) P. Drude, Physik des Äthers p. 301. Stuttgart 1894.

4) Vgl. z. B. E. Cohn, l. c. p. 104 oder P. Drude, l. c. p. 294.

Der elektrische Druck an der Oberfläche des Gases leistet die Arbeit¹⁾

$$\frac{\varepsilon - 1}{8\pi} (E^2 + dE^2) dv.$$

Jetzt werde das Gas bei konstantem Volumen $v + dv$ an den ursprünglichen Ort mit der Feldstärke E zurückgeschafft; dabei müssen wir die Arbeit leisten

$$\left[\frac{\varepsilon - 1}{8\pi} v + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\varepsilon - 1}{8\pi} v \right) dv \right] dE^2.$$

Beim Komprimieren auf das ursprüngliche Volumen leisten wir schließlich die Arbeit:

$$p dv + \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} E^2 dv.$$

Also ist

$$\begin{aligned} p dv + \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} E^2 dv + \left[\frac{\varepsilon - 1}{8\pi} v + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\varepsilon - 1}{8\pi} v \right) dv \right] dE^2 \\ = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} dE^2 \cdot v + \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} (E^2 + dE^2) dv + (p + dp) dv. \end{aligned}$$

Die Glieder erster Ordnung heben sich fort; ferner ist

$$\frac{\partial}{\partial v} (\varepsilon - 1) v = 0,$$

da nach Boltzmann und Klemenčič die Größe $\varepsilon - 1$ sich dem Druck proportional ändert, also bleibt übrig

$$\frac{\varepsilon - 1}{8\pi} dE^2 dv + dp dv = 0,$$

d. h.

$$p = p_0 - \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} E^2,$$

also dasselbe Resultat, welches wir auf dem ersten Wege gefunden haben. Hr. Drude berücksichtigt nicht den elektrischen Druck an der Grenzfläche des Gases gegen das Vakuum.

Um dies Resultat auf eine bestimmte Versuchsanordnung anzuwenden, wollen wir einen Kugelkondensator annehmen; dessen äußere Kugelschale vom Radius r_2 auf das Potential φ_2 geladen sei, während die innere Kugelschale vom Radius r_1 das Potential φ_1 besitze.

1) Vgl. z. B. E. Cohn, l. c. p. 93.

Dann ist die elektrische Feldintensität

$$E = \frac{q_1 - q_2}{r_2 - r_1} \frac{r_1 r_2}{r^2}.$$

Da diese im Kondensatorhohlraum mit dem Radius variiert, so müssen wir die Volumenänderung einer unendlich kleinen Kugelschale vom Radius r und der Dicke dr berechnen und durch Integration die Gesamtänderung bestimmen.

Die unendlich kleine Volumenänderung ist

$$\frac{\Delta dv}{dv} = - \frac{\varepsilon - 1}{8 \pi p} \left(\frac{q_1 - q_2}{r_2 - r_1} \right)^2 \frac{r_1^2 r_2^2}{r^4},$$

wo p den Gasdruck bedeutet, also

$$\Delta dv = - \frac{\varepsilon - 1}{2 p} \left(\frac{q_1 - q_2}{r_2 - r_1} \right)^2 \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} dr$$

und durch Integration zwischen den Grenzen r_1 und r_2

$$\Delta v = - \frac{\varepsilon - 1}{2 p} \left(\frac{q_1 - q_2}{r_2 - r_1} \right)^2 r_1 r_2.$$

III. Experimenteller Teil.

„Die theoretisch berechnete Volumenänderung ist nun viel größer, als Hr. Quincke bei Kohlensäure gefunden hat und fällt sicher innerhalb der Grenze, die Hr. Quincke für die Wahrnehmbarkeit der Volumenänderung angibt“.¹⁾

Unter diesen Umständen schien es angebracht, die Quinckeschen Experimente zu wiederholen und festzustellen, ob entgegen der Maxwell'schen Theorie die Kontraktion durch dielektrische Polarisierung nicht vorhanden ist, oder die Gründe aufzufinden, aus welchen der Effekt Hr. Quincke verborgen geblieben ist, zumal da ich glaubte, in einigen Punkten die Versuchsanordnung noch verbessern zu können, wozu hauptsächlich beitrug, daß ich im Besitze der Formel war, die mir gestattete, die Bedingungen so zu wählen, daß der zu erwartende Effekt möglichst groß würde.

Im wesentlichen behielt ich die Quinckesche Versuchsanordnung²⁾ bei, da dieselbe viele Vorteile gegenüber anderen möglichen Anordnungen aufwies.

1) Vgl. D. Bos, l. c. p. 92.

2) G. Quincke, Wied. Ann. 10. p. 518. 1880.

Der Apparat, den der Tübinger Institutsmechaniker G. Schurr angefertigt hat, war folgendermaßen konstruiert (vgl. Fig. 1).

Aus Kupferblech von 0,9 mm Dicke war eine Kugel von 15 cm Durchmesser hergestellt; diese war konzentrisch umgeben von einer ebenso dicken Kugelschale von 20 cm Durchmesser, welche von zwei Halbkugeln gebildet wurde wie bei den Magdeburger Halbkugeln. Die Ränder der Halbkugeln waren nach außen umgebogen und durch darangelötete Messingringe verstärkt. Die umgebogenen Ränder wurden aufeinander geschliffen, sodaß sie mit etwas Fett vollkommen dicht hielten.

Fig. 1.

Die innere Kugel hing an einem 5,7 mm dicken Messingdraht von 10 cm Länge, auf den oben eine polierte Messingkugel von 3 cm Durchmesser aufgesetzt war; dieser Draht durchsetzte die Kuppe der oberen Halbkugel, in welche ein Loch von 11 mm Durchmesser gebohrt war. Von außen war eine Messinghülse von demselben Durchmesser um das Loch herumgelötet, ihre Länge betrug 2,6 cm. In diese konnte ein Hartgummirohr von 8,3 cm Länge mit Schellack eingekittet werden. Das Rohr reichte bis auf die innere Kugel, sodaß der durch dasselbe hindurchgeführte und mit Schellack eingekittete Draht der inneren Kugel von der äußeren Kugel vollständig isoliert war.

In die obere Halbkugel war ferner ein Loch von 1 mm Durchmesser gebohrt; außen war um das Loch herum eine Messinghülse von 8 mm Durchmesser aufgelötet. In diese konnte das Manometer eingekittet werden, welches unten be-

schrieben werden wird. Außerdem waren diametral einander gegenüber in die obere und die untere Halbkugel 8 mm weite Löcher gebohrt, an die von außen Messingrohre eingesetzt waren, die in Gashähne endigten. Dieselben dienten dazu, Gase in den Kondensator hineinzuleiten.

Das Manometer. Mit dem Hohlraum verbunden war ein Glasapparat, wie ihn Fig. 2 darstellt.

BC ist ein weiteres Glasrohr mit einem Glashahn *H*, an dieses ist eine U-förmig gebogene Kapillare mit dicker Wand *BEA* angeschmolzen, bei *A* ist wieder ein weiteres Glasrohr *AD* angesetzt. Der Querschnitt der Kapillaren wurde durch Auswägen mit Quecksilber bestimmt, er betrug $0,341 \text{ mm}^2$.

Fig. 2.

Um eine gute Beweglichkeit zu gewährleisten, war die Kapillare mit heißer konzentrierter Schwefelsäure, der ein paar Tropfen Salpetersäure zugesetzt waren, gründlich ausgespült, sodann wurde mit destilliertem Wasser nachgespült und getrocknet.

Dann wurde ein Tropfen Toluol in die Kapillare gebracht, dessen Länge zwischen 3 und 10 mm differierte. Vor der eigentlichen Messung wurde dieser Tropfen ein paarmal durch die Kapillare getrieben, damit gute Benetzung stattfand.

Die Verschiebung des Tropfens wurde mit einem Horizontalmikroskop mit Okularmikrometer beobachtet; 1 Skt. des Okularmikrometers betrug $0,0132 \text{ mm}$.

Damit die Tropfenkuppe deutlich durch das Mikroskop beobachtet werden konnte und die zylindrische Wölbung der dicken Kapillare die optische Abbildung nicht störte, wurde

bei *E* (Fig. 2) eine planparallele Glasplatte mit Kanadabalsam angekittet, wodurch das Bild tadellos scharf erschien. Um die Kapillare bei *E* horizontal stellen zu können, stand der ganze Kondensator auf einem Tischchen mit drei Stellschrauben.

Dichtung. Wie schon erwähnt, wurden die beiden Halbkugeln mit etwas Fett aufeinandergesetzt, wodurch dort vollkommene Dichtung erreicht wurde, und zwar wurde nach Hrn. Röntgen ein Gemisch von Wachs und Vaseline genommen, welches den Vorteil hat, wenig Dämpfe abzugeben.¹⁾

Um sicher zu sein, daß die verschiedenen Lötstellen dicht waren, wurden dieselben mit Kopallack bestrichen und dann der Kondensator teilweise evakuiert; wären undichte Stellen vorhanden gewesen, so wäre der dickflüssige Lack dort hineingesogen worden und hätte beim Festwerden die Poren verstopft.

Um die beiden Halbkugeln starr miteinander zu verbinden, wurden ihre umgebogenen Ränder mit drei kleinen Messingschraubzwingen zusammengehalten.

Elektrische Ausstrahlung und Isolation. Damit im Innern des geladenen Kondensators keine elektrische Ausstrahlung stattfände, wodurch Temperaturerhöhungen erfolgt wären, wurde das Metall innen poliert und die Kanten der Löcher sorgfältig abgerundet. Nach verschiedenen Versuchen habe ich es so weit gebracht, daß keine Spur von Ausstrahlung stattfand, die man durch die Bewegung des Manometertropfens sofort konstatieren konnte.

Um die äußere Kugel von dem Messingdraht an der inneren Kugel zu isolieren, wurde nach Quinckes Vorgang ein gut isolierendes Glasrohr auf beiden Seiten mit geschmolzenem Schellack überzogen und in die Hülse an der Kuppe des Apparates eingekittet, doch fand im Innern immer Ausstrahlung statt, und die Isolation war nicht befriedigend, sodaß ein Funke immer an der Oberfläche dieser Glasröhre im Innern übersprang, und zwar, wie bei Quincke, bereits bei einer Potentialdifferenz von 70 bis 80 elektrostatischen Einheiten.

Da das Quadrat der Feldstärke in die oben abgeleitete Formel eingeht, lag es mir daran, die Potentialdifferenz möglichst zu vergrößern.

1) Vgl. F. Kohlrausch, *Praktische Physik* 8. Aufl. p. 34. 1896.

Mit einem gut polierten Hartgummirohr kam ich schon etwas weiter (bis ca. 90 C.G.S.). Dann ließ ich mir in das Hartgummirohr unten ein Gewinde schneiden, auf welches kreisförmige Hartgummiplatten von 2,4 mm Dicke und 7 cm Durchmesser so aufgeschraubt wurden, daß die eine unmittelbar über der inneren Kugel am Drahtansatz saß, während die andere ganz oben die äußere Kugel fast berührte. Jetzt hatte ich schon 12 mm Schlagweite erreicht, die auf ca. 18 mm stieg, als ich das Gewinde des Hartgummirohres und die Hartgummiplatten erwärmte und warm zusammenschraubte, sodaß die einzelnen Teile zusammenfließen konnten.

Sehr wichtig für gute Isolation war auch, daß die Luft oder Kohlensäure im Kondensator mit konzentrierter Schwefelsäure und Chlorcalcium vollständig getrocknet war.

Beweglichkeit des Tropfens. Waren die Hähne des Kondensators geschlossen und der Tropfen gut beweglich, so war er gegen Luftdruckänderungen sehr empfindlich, auch wenn der in Watte eingepackte und in einer Holzkiste verborgene Kondensator gegen Temperaturdifferenzen gut geschützt war.

Der Tropfen bewegte sich fortwährend in der Kapillare hin und her, und zwar um viel mehr, als die Verschiebung durch die zu suchende Druckänderung nach der Formel betragen konnte.

Wie schon Hr. Quincke feststellte, kam das hauptsächlich von der variablen Windstärke vor dem Fenster, in dessen Nähe der Apparat stand. Die Beweglichkeit war so groß, daß man es deutlich an der Verschiebung des Tropfens merken konnte, wenn im selben Stockwerk eine Tür auf- oder zugeschlagen wurde.

Hr. Quincke machte sich frei von diesen Schwankungen, indem er das horizontale Manometerrohr so weit neigte, bis durch den hydrostatischen Druck der Flüssigkeit die Wirkung unmerklich war. Das konnte ich nicht tun, da wegen der Größe der unbeabsichtigten Bewegungen der ganze Effekt mit verborgen worden wäre.

Unempfindlicher durfte ich die Methode nicht machen, sondern ich mußte die schädlichen Druckänderungen in der Atmosphäre selbst eliminieren. Dies geschah dadurch, daß an die offene Seite des Manometers ein geschlossenes Gefäß angesetzt wurde.

Dadurch wird allerdings die Methode ein wenig unempfindlicher, denn durch die Druckänderung im Schutzgefäße wird die Verschiebung verkleinert. Bezeichnen wir das Volumen des Kondensators mit v_1 , das des Schutzgefäßes mit v_2 , so wird durch die Druckzunahme im demselben bei gegebener einseitiger Druckänderung die Tropfenverschiebung im Verhältnis $v_2/v_1 + v_2$ verkleinert, damit dies möglichst wenig ausmacht, muß v_2 so groß wie möglich sein.

Ich wählte einen Glasballon von 36,6 Liter Inhalt, während der Kondensator 2,42 Liter enthielt. Dadurch wurde die Verschiebung nur im Verhältnis 0,938 verkleinert.

Dieser mit trockener Luft gefüllte Ballon blieb in dem Korb, in dem sich die Säureballons beim Transport befinden, und der herausragende Teil wurde in Watte gehüllt. Durch einen Hahn konnte er mit der Atmosphäre in Verbindung gesetzt werden.

Da die Temperatur im Kondensator und im Schutzballon nicht dieselbe war, so trat der Tropfen häufig teilweise in den senkrechten Teil der Kapillare, bis durch den hydrostatischen Druck Gleichgewicht eingetreten war; dort verlor er dann aber an Beweglichkeit. Deshalb wurde an einem geeigneten Orte im Zimmer ein Argandbrenner aufgestellt und durch Regulierung der Flammenhöhe und der Entfernung von den Versuchsapparaten ein solches Temperaturgefälle erzeugt, daß das ursprünglich vorhandene gerade kompensiert wurde.

Manchmal dauerte es Stunden lang bis dies eintrat, aber es war immer zu bewerkstelligen, daß wenigstens für einige Minuten der Tropfen im horizontalen Teile der Kapillaren (bei E in Fig. 2) sich in Ruhe befand; dann mußten die Messungen schnell vorgenommen werden.

Messung der elektrischen Druckänderung. Fig. 3 gibt schematisch die Versuchsanordnung. A ist der Argandbrenner, S der Schutzballon, C der Kondensator mit dem Manometer M , St ein Stanniolschirm, der den Tropfen vor direkten Einwirkungen der Influenzmaschine und der geladenen Teile schützen sollte, Mi das Mikroskop zur Beobachtung der Tropfenverschiebung, J die Influenzmaschine, von deren einem Pole aus ein 8 mm dicker Draht D ausgeht, der in eine Kugel K_1 endet, die die Kugel K_2 vollkommen berührt. Der andere

Pol der Maschine sowie die äußere Kugel des Kondensators sind geerdet (Gasleitung). Drehte man die Maschine, so wuchs die Potentialdifferenz, bis dieselbe sich durch einen Funken wieder ausglich. Der Tropfen mußte also langsam sich in der einen Richtung bewegen, entsprechend einer Volumenabnahme und plötzlich wieder in entgegengesetzter Richtung sich ver-

Fig. 3.

schieben. Die Maschine wurde langsam gedreht, sodaß das Potential erst allmählich anwuchs, und nach der Entladung wurde die Funkenstrecke durch einen Auslader überbrückt, damit die Garantie vorhanden war, daß kein elektrisches Feld mehr existierte.

Die Potentialdifferenz wurde aus der Funkenlänge nach den von Hrn. Paschen und von Hrn. Heydweiller¹⁾ gefundenen Werten durch Interpolation berechnet.

1. *Beobachtungsreihen.* Um noch einmal zusammenzustellen, ist:

$$\Delta V = - \frac{\varepsilon - 1}{2p} \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{r_2 - r_1} r_1 r_2.$$

Für Luft ist

$$\varepsilon - 1 = 59 \cdot 10^{-5}.$$

Bei Atmosphärendruck ist $p = 10^6$.

$$\begin{aligned} r_1 &= 7,5 \text{ cm,} & \text{der Kapillarenquerschnitt} & 0,341 \text{ mm}^2, \\ r_2 &= 10 \text{ cm,} & \text{die Mikroskopvergrößerung} & 0,0132 \frac{\text{mm}}{\text{Skt.}}, \end{aligned}$$

$$\frac{r_2}{v_1 + v_2} = 0,938.$$

Also ist die für 100 elektrostatische Einheiten theoretisch berechnete Verschiebung 18,4 Skt.

1) Man vgl. die Zusammenstellung bei A. Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 213. 1893.

Die Beobachtung ergab in zwei Fällen:

Pot.-Diff. [C.G.S.]	Theor. Verschiebung in Skt.	Beob. Verschiebung in Skt.	Beob. Verschiebung Mittel
115	24	1,0—1,5	1,25
119	26	0,9—1,2	1,05

Wie man sieht, stimmt die beobachtete Verschiebung auch nicht annähernd mit der berechneten überein. Es lag nahe, zu vermuten, daß das Manometer die Druckänderung infolge der Reibung nicht richtig anzeigt.

Der Druckapparat. Um dies zu prüfen, konstruierte ich mir eine Vorrichtung, mit der ich willkürlich im Kondensator eine Druckänderung hervorrufen konnte, die der berechneten an Größe gleich war. Diesen Apparat will ich der Kürze wegen im folgenden einfach als Druckapparat bezeichnen.

Zu dem Zweck verband ich ein Glasrohr, welches in der Mitte aus einer dickwandigen Kapillaren bestand, während die Enden aus weiten Röhren hergestellt waren, an dem oberen Ende durch einen Gummischlauch mit dem einen Hahn des Kondensators, während das untere Ende durch einen Gummischlauch mit einem weiten Glasrohr verbunden war. Dieses weitere Glasrohr war mit Hülfe einer Mikrometerschraube auf- oder abwärts zu bewegen.

Füllte man das weitere Rohr mit Quecksilber, bis die Quecksilberkuppe in der Kapillaren stand, so konnte man nach dem Prinzip des Jollyschen Luftthermometers durch Verschieben des weiteren Schenkels den Stand in der Kapillaren variieren.

Der Querschnitt der Kapillaren betrug 0,449 mm².

Es war aber nicht möglich, den Stand in der Kapillaren, der mit einem zweiten Mikroskop beobachtet wurde, willkürlich zu verändern oder konstant zu halten. Wahrscheinlich traten bei der kleinsten Bewegung der Quecksilberkuppe elektrische Ladungen auf, die die Oberflächenspannung veränderten. Erst als ich das Quecksilber nur im weiten Teile des Glasrohres hatte und darauf ein wenig Toluol goß, das in die Kapillare hineinreichte, erhielt ich brauchbare Verhältnisse.

Die Mikroskopvergrößerung des zweiten Mikroskopes betrug 0,0104 mm/Skt.

Es ergab sich nun folgendes aus zwei Beobachtungen an verschiedenen Tagen.

Verschiebung am Druckapparat in Skt.	Mittel	Verschiebung am Manometer		
		Berechnet	Beobachtet	Mittel
23—25	24,0	25	1,4—1,8	1,60
22—25	23,5	24	1,2—1,7	1,45

Hieraus ergibt sich im Mittel

$$\frac{\text{Beob.}}{\text{Ber.}} = 0,062.$$

Beobachtungen und Berechnungen. Multiplizieren wir mit diesem Werte 0,062 die „theoretische Verschiebung“ der ersten Tabelle, so erhalten wir:

Pot.-Diff. in C.G.S.	Theor. Verschiebung in Skt.		Beob. Verschiebung in Skt.	
	unkorr.	korr.		Im Mittel
115	24	1,48	1,0—1,5	1,25
119	26	1,61	0,9—1,2	1,05

Wir sehen, daß jetzt die korrigierten theoretischen Werte mit den beobachteten schon viel besser übereinstimmen.

Dann wurden drei Versuchsreihen mit trockener Kohlensäure angestellt. Hier ist eine größere Verschiebung zu erwarten, da $\varepsilon - 1 = 96 \cdot 10^{-5}$ als Mittel der Beobachtungen der Herren Boltzmann und Klemenčič ist.

Die Versuche ergaben:

Pot.-Diff. in C.G.S.	Theor. Verschiebung in Skt.		Beob. Verschiebung in Skt.	
	unkorr.	korr.		Mittel
79,5	19	1,2	0,7—0,8	0,75
70,0	15	0,9	0,6—0,7	0,65
79,5	19	1,2	0,7—0,9	0,80

Bei den kleinen Verschiebungen ist eine bessere Übereinstimmung kaum zu erwarten.

Wir sehen also, daß die Reibungskräfte in den engen Kapillaren bewirken, daß nicht die volle Verschiebung zu stande kommt.

Um dies zu stützen, wurde ein neues Manometer konstruiert, dessen Kapillarquerschnitt viel größer war als beim ersten, nämlich 1,875 mm² betrug. Ferner war das Stück *BF* (vgl. Fig. 2) noch aus weitem Rohr gefertigt, während dies bei dem ersten Manometer aus Kapillarrohr bestand, und schließlich wurde das Loch, welches das Manometer mit dem Innenraum des Kondensators, verband von 1 mm Durchmesser auf 3 mm erweitert.

Es ergab sich:

Verschiebung am Druck- apparat in Skt.	Verschiebung am Manometer in Skt.			
	Mittel	Berechnet	Beobachtet	Mittel
21—26	23,5	4,4	2,0—2,8	2,4
22—28	25,0	4,6	2,0—2,5	2,2

$\frac{\text{Beob.}}{\text{Ber.}} = 0,51$ im Mittel ist also schon ein viel günstigerer Wert.

Um zu sehen, ob die Verschiebung am Druckapparat der Tropfenverschiebung im Manometer proportional ist, wurden folgende Messungen gemacht.

Verschiebg. am Druckapparat in Skt.	Verschiebg. am Manometer in Skt.		
	Mittel		Mittel
22—26	24	1,9—2,6	2,2
45—55	50	4,6—5,0	4,8

Ungefähr findet also Proportionalität statt.

Die Beobachtungen ergaben:

Gas	Pot.-Diff. in C.G.S.	Theor. Verschiebung in Skt.		Beob. Verschiebung in Skt.	
		unkorr.	korr.		Mittel
Luft	148	7,33	3,7	3,6—3,9	3,7
„	148	7,33	3,7	4,2—4,5	4,3
„	115	4,42	2,3	1,8—2,0	1,9
„	115	4,42	2,3	1,5—1,8	1,6
CO ₂	147	11,8	6,0	5,0—5,6	5,3
„	115	7,2	3,7	2,0—3,3	2,7

Daß die beobachteten Verschiebungen einer Druckänderung im Kondensator entsprachen, erkannte ich daran, daß sie nicht eintraten bei offenem Kondensatorhahn.

Es wäre das Beste gewesen, die elektrische Druckänderung durch die des Druckapparates zu kompensieren und so eine Nullmethode zu schaffen, doch war das zu kompliziert, vor allen Dingen, da es zu lange Zeit zur einzelnen Messung in Anspruch genommen hätte.

Zusammenfassung. Aus vorliegender Arbeit folgt, daß nach der Maxwellschen Theorie die Druckänderung eines Gases durch dielektrische Polarisation $(\epsilon - 1/8\pi) E^2$ beträgt. Die Drudesche Ableitung ergibt keine Druckänderung, weil nicht alle Energieumsetzungen berücksichtigt sind. Experimentell ist gezeigt, daß der theoretisch geforderte Effekt der Größenordnung nach vorhanden ist, von Quincke jedoch nicht gefunden wurde, weil er durch den hydrostatischen Druck der Manometerflüssigkeit seine Methode zu unempfindlich gemacht hat, und weil in der engen Kapillaren eine zu große Reibung stattfand.

Tübingen, Physik. Inst., 9. März 1903.

(Eingegangen 14. März 1903.)