**11. Ueber den Einfluss
eines selbstinductionslosen Widerstandes auf die
oscillatorische Condensatorentladung;
von T. Mizuno.**

Die Gleichung für den Entladungsstrom eines Condensators von der Capacität C in einem Draht vom Widerstand R und der Selbstinduction L ist bekanntlich folgende (vgl. auch Fig. 1):

$$(1) \quad \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0.$$

Wenn

$$(2) \quad R^2 < \frac{4L}{C},$$

so ist der Entladungsstrom oscillirend und seine Stärke in einem Zeitmoment

Fig. 1.

$$(3) \quad i = \frac{Q}{LC \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \left[\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \cdot t \right],$$

wo Q die Anfangsladung des Condensators ist.

Im Folgenden soll der Einfluss eines dem Stromkreise parallelgeschalteten inductionsfreien Widerstandes S (Fig. 2) untersucht werden.

Die Differentialgleichungen sind hier folgende:

$$(4) \quad S i_2 = \frac{q}{C}.$$

$$(5) \quad R i_1 + L \frac{di_1}{dt} = \frac{q}{C},$$

$$(6) \quad i_1 + i_2 = - \frac{dq}{dt}.$$

Fig. 2.

Hier bedeuten i_1 und i_2 die Stromstärken, q die Condensatorladung im Zeitmoment t .

Der Index 1 bezieht sich auf den Stromkreis mit, 2 auf den ohne Selbstinduction.

Durch Differentiation von (5) erhalten wir:

$$(7) \quad R \frac{d i_1}{d t} + L \frac{d^2 i_1}{d t^2} - \frac{1}{C} \frac{d q}{d t} = 0.$$

Von (4) und (6) wiederum:

$$i_1 + \frac{q}{S C} = - \frac{d q}{d t}.$$

Durch Einsetzung des Wertes q aus (5) in diese letztere Gleichung folgt:

$$i_1 + \frac{1}{S} \left(R i_1 + L \frac{d i_1}{d t} \right) = - \frac{d q}{d t}.$$

Die Differentialgleichung (7) erhält so endlich die Form:

$$(8) \quad \frac{d^2 i_1}{d t^2} + \frac{1}{L} \left(R + \frac{L}{S C} \right) \frac{d i_1}{d t} + \frac{i_1}{L C \left(\frac{S}{R + S} \right)} = 0.$$

Ein Vergleich mit Formel (1) zeigt, dass die Wirkung der Parallelschaltung des inductionslosen Widerstandes S gleichbedeutend ist mit einer scheinbaren Widerstandsvergrößerung und Capacitätsverkleinerung zu den Werten:

$$(9) \quad R' = R + \frac{L}{S C},$$

$$(10) \quad C' = C \frac{S}{R + S}.$$

Wird S unendlich gross, so reducirt sich Gleichung (8) auf (1). Es ergibt sich aus der Lösung der Differentialgleichung das interessante Resultat, dass, wenn auch die Entladung durch den inductiven Stromkreis allein ohne parallelschalteten Widerstand S oscillirend ist, dies nach Einschaltung des letzteren durchaus nicht mehr der Fall zu sein braucht. Damit Schwingungen eintreten, muss vielmehr der neuen Bedingung genügt sein:

$$(11) \quad R'^2 < \frac{4 L}{C'},$$

d. h.

$$\left(R + \frac{L}{S C}\right)^2 < \frac{4 L}{C \frac{S}{R+S}},$$

d. h.

$$R^2 \left(1 + \frac{L}{S R C}\right)^2 < \frac{4 L}{C} \left(1 + \frac{R}{S}\right),$$

d. h.

$$\frac{L^2}{S^2 C^2} < \left(\frac{4 L}{C} - R^2\right) + \frac{2 L R}{S C},$$

d. h.

$$(12) \quad E C^2 S^2 + 2 L R C S > L^2,$$

wo

$$E = \frac{4 L}{C} - R^2.$$

Die Stromstärke im Hauptkreise ist, vorausgesetzt dass die Ungleichung (12) besteht, gegeben durch den Ausdruck:

$$(13) \quad i_1 = \frac{Q'}{L C' \sqrt{\frac{1}{L C'} - \frac{R'^2}{4 L^2}}} e^{-\frac{R'}{2 L} t} \sin \left[\sqrt{\frac{1}{L C'} - \frac{R'^2}{4 L^2}} \cdot t \right],$$

wo

$$Q' = Q \frac{C'}{C},$$

$$R' = R + \frac{L}{S C},$$

und

$$C' = C \frac{S}{R+S}.$$

Aus (5) und (6) folgt dann auch die Stromstärke im Nebenschluss S , gleichfalls oscillirend.

Die obige Berechnung hat zu folgenden Resultaten geführt:

1. Die Nebenschaltung eines inductionslosen Widerstandes zu dem Hauptentladungskreis eines Condensators erhöht den scheinbaren Widerstand desselben und somit die Dämpfung der Oscillationen, und zwar um so mehr, je kleiner er ist.

2. Wenn der Widerstand S kleiner wird als der durch Ungleichung (12) gegebene Grenzwert, so wird die Entladung

aperiodisch. Die Einschaltung eines inductionsfreien Widerstandes ist also ein einfaches Mittel, die Periode der Entladung zu verändern.

3. In der beschriebenen Anordnung treten Entladungsschwingungen in einem Kreis ohne Selbstinduction auf. Bei gewöhnlicher Entladung durch inductionsfreie Widerstände ist dies nie der Fall.

Berlin, December 1900.

(Eingegangen 23. Januar 1901.)