

11.

Über eine Sammlung von bestimmten Integralen.

(Von Herrn *Bierens de Haan*, Oberlehrer der Math. am Gymnasio zu Deventer,
math. mag. phil. nat. Doctor.)

Dafs dem Mathematiker verschiedene Tafeln nöthig sind, bedarf wohl nicht des Beweises. Er bedarf Tafeln, die ihm die Resultate verschiedener, oft mühseliger Forschungen in der Ordnung unter die Augen bringen, wie er sie zu benutzen Anlafs findet. Wer ist nicht froh, dafs andere vor ihm die Logarithmen berechnet haben. Ohne Tafeln würde der Gebrauch der Logarithmen ihm wohl untersagt sein; obwohl er sie selbst, nach festgesetzter, uniformer Behandlungsweise, selbst zu berechnen vermöchte. Aber für eine andere Art von Ausdrücken, den *bestimmten Integralen*, fehlt eine uniforme Berechnungsweise; und deshalb wäre, wegen ihres häufigen Gebrauchs, eine Tafel derselben unter den mathematischen Hilfsmitteln um so mehr zu wünschen. In einigen Sammlungen findet man wohl Tafeln *einiger* bestimmten Integrale mit aufgenommen, aber meines Wissens giebt es nichts der Art, was man einigermaßen *vollständig* nennen könnte. Woran mag dies liegen?

Erstens ist die Methode der ganzen Integralrechnung gewissermaßen indirect; namentlich auch die Lehre von den bestimmten Integralen. Es ist nur durch eine große Zahl ganz verschiedener Methoden gelungen, die Formeln aufzustellen, die uns zu Gebote stehen. Nachdem für dieselben *Euler, Cauchy, Legendre, Poisson, Laplace* den Grund gelegt haben, sind die Methoden vervielfältigt und durch mehrere Mathematiker zur Ermittlung neuer Formeln angewandt worden. Diese Arbeiten sind aber in Journalen und in den Abhandlungen der verschiedenen Akademien zerstreut, und nicht Jeder ist in der Lage, die verschiedenen Resultate benutzen zu können; noch weniger, sie alle beisammen zu haben. Auch hat noch die indirecte Form der Methode ein anderes Übel, welches, wie in der Integralrechnung überhaupt, bei den bestimmten Integralen um so stärker ist. Nämlich, dafs es in dem Bekannten zuweilen kleinere, öfters größere *Lücken* giebt; dafs Ausdrücke, obgleich oft nur wenig von einander verschieden, doch nur mittels anderer Methoden, und bisweilen gar nicht zu ermitteln sind. Man könnte fast sagen,

dafs es noch kein Ganzes gebe, und dafs nur lauter einzelne Bruchstücke dastehen, welche zu einem Ganzen zusammenzubringen noch nicht gelang. Dies hat seinen Grund in dem indirecten Gange der Behandlungs-Arten, und auch wohl in deren Verschiedenheit.

Da die Ungleichartigkeit der Methoden einen eigenthümlichen Vortheil gewährt hat, so läfst sich ihr nicht entsagen. Man ist öfters auf von einander ganz unabhängigen Wegen zu denselben Resultaten gelangt, und man konnte also die eine Methode durch die andere prüfen und ihre Gültigkeit beweisen. Nicht immer indessen war Dies der Fall, sondern nicht selten waren die Resultate von einander abweichend, also die Unzuläfslichkeit der betretenen Wege, wenigstens des einen, aufser Zweifel; so dafs man erst die Grund-Ideen nach der Theorie der Functionen näher prüfen, genauer bestimmen und wo möglich berichtigen mußte; woraus man dann sahe, was unzuläfslich, oder in der Lehre von den unbestimmten Coëfficienten, in der Theorie der Reihen (ohne Rücksicht auf ihre Convergenz) falsch war. Bei der Ableitung bestimmter Integrale ist auf dem nämlichen Wege Manches näher bestimmt und beschränkt, und dadurch der Gebrauch vor Fehlern gesichert worden.

Diese Umstände, die Zerstretheit der Ergebnisse, der Mangel an Einheit und die bisweilige Unsicherheit vieler Resultate sind vielleicht Schuld daran, dafs man Tafeln bestimmter Integrale noch entbehrt. Sie wären aber nicht nur nützlich, sondern sogar nothwendig; denn aufser ihrer steten Anwendung in der Analysis überhaupt, können sie in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, in der Mechanik, in der mathematischen Physik, nicht entbehrt werden. Auch würde die Sammlung den nicht geringen Nutzen haben, den Zustand ihrer Theorie klar vor Augen zu legen, das schon Bekannte von dem Unbekannten zu trennen, und die Lücken, die sich noch finden, nachzuweisen.

Durch diese Erwägung veranlafst, habe ich mich seit einigen Jahren mit einer *Sammlung von bestimmten Integralen* beschäftigt, und es enthält diese Sammlung schon zwischen zwei- und dreitausend Formeln. Aufser den Hauptwerken von *Euler, Cauchy, Legendre, Schlömilch*, habe ich die mathematischen Journale von *Crelle, Grunert, Liouville* und der polytechnischen Schule zu Paris, so wie die Abhandlungen der Akademien benutzt, wozu ich zuweilen Gelegenheit hatte. Aber es wird aufserdem gewifs noch mehrere Monographien geben, die mir unbekannt blieben, oder die ich mir nicht verschaffen konnte; was indessen zur möglichsten Vollständigkeit der Arbeit noth-

wendig wäre. Wenn also die geehrten Herrn Verfasser meine Unbekanntheit zu übersehen die Güte haben wollten, würde ich Sie im Interesse der Wissenschaft bitten, mir (z. B. auf dem Wege des Buchhandels) solche Monographien zuzusenden; wogegen ich verspreche, mein Bestes zu thun, um eine vollständige und correcte Sammlung zu liefern.

Es würde dann auch vielleicht gelingen, ein Nebenziel zu erreichen, welches ich mir vorgesteckt habe: nämlich durch die Tafeln den Gang der Entwicklung ihrer Berechnung darzustellen. Dies würde dadurch zu erreichen gesucht werden, dafs bei jeder Formel notirt wird, *welcher* Autor sie abgeleitet habe, und *wo* die Ableitung zu finden sei; mit der dazu gehörigen Litteratur; so dafs man die Quelle nachschlagen, und die Ableitung einzelner Formeln, nebst ihrem Zusammenhange mit andern Formeln, prüfen könnte.

Wenn ich mich der erbetenen Unterstützung der Mathematiker erfreuen sollte, so traue ich meiner Arbeit zu, dafs sie nicht eine blofse Compilation sein, sondern der Wissenschaft und ihren Verehrern zum Nutzen gereichen solle.

Deventer in den Niederlanden den 8. Mai 1853.