ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 1341.

Exacte Berechnung der *Gauss'schen* Constante k und ihres Logarithmus, mit Berücksichtigung der von Mercur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun auf die Länge der Epoche der Erde ausgeübten Secular-Störung, von Herrn Dr. *Lehmann*.

Gauss hat unter Zugrundelegung der siderischen Umlaufszeit t der Erde = 365,2563835 Tagen (welche eine mittlere Bewegung in 365,25 Tagen = 1295977³⁵ voraussetzt) und der vereinigten Erd- und Mondmasse $m'' = \frac{1}{354710}$, die von ihm mit k bezeichnete Constante $\frac{2\pi}{t\sqrt{1+m''}} = 0,01720209895$ und ihren Logarithmus = 8,2355814414 gefunden. Bei der Anwendung der neuesten Bestimmungen der Elemente ist es nicht damit abgethan, an die Stelle von 1295977³⁵ die *Hansen'sche* Zahl 1295977⁴²¹⁹ und $m'' = \frac{1}{355094}$ zu setzen, sondern wir haben zu erwägen, dass *Gauss* die mittlere Bewegung n'' der Erde unmittelbar aus den Beobachtungen entnahm, ohne davon (wie es doch die Bedeutung der von der Sonnenmasse allein abhängigen Constante k für die Mechanik des Himmels erfordert) die von den übrigen Planeten verursachte differentielle Secular-Störung $\frac{d\varepsilon''}{dt}$ der Länge der Epoche der Erde abzuziehen. Da ich nun in meiner Abhandlung in № 1297—1299 der Astr. Nachr. $\frac{d\varepsilon''}{dt} = +2''1571$ gefunden und im Nachtrag die von den Ungewissheiten der Planeten-Massen herrührenden Glieder hinzugefügt habe, so ist (unter Zugrundelegung der unmittelbar aus Beobachtungen bestimmten mittleren Bewegung $(1+\nu'')$ 1295977⁴²¹⁹ der Erde und unter Zugrundelegung der Massen

$$m = \frac{1+\mu}{4865751}, \quad m' = \frac{1+\mu'}{401834}, \quad m'' = \frac{1+\mu''}{355094},$$

$$m''' = \frac{1+\mu'''}{3200900}, \quad m^{iv.} = \frac{1+\mu^{iv.}}{1047,871}, \quad m^v. = \frac{1+\mu^v.}{3501,6},$$

$$m^{vi.} = \frac{1+\mu^{vi.}}{20573}, \quad m^{vii.} = \frac{1+\mu^{vii.}}{14491}$$

das in die Formel

$$k = \frac{n'' \pi}{236682000'' \sqrt{1+m''}}$$

einflussende $n'' =$

$$1295975''2648 + 1295975''\nu'' - 0''6058\mu - 11''4144\mu' + 0''2256\mu''$$

$$+ 9''1942\mu^{iv.} + 0''4319\mu^v. + 0''0090\mu^{vi.} + 0''0035\mu^{vii.}$$

zu setzen.

56r Bd.

Da nun in dem Werthe $\frac{d\varepsilon''}{dt} = +2''1571$ die mit den Quadraten der Planetenmassen behafteten Glieder vernachlässigt sind, so werden wir der Consequenz wegen auch (in der Entwicklung des in k enthaltenen Factors $\frac{1}{\sqrt{1+m''}}$ nach dem binomischen Lehrsatz) die mit $m''^2, m''^3, \dots$, multiplicirten Glieder vernachlässigen müssen (was um so sicherer erlaubt ist, als der dadurch in k begangene Fehler weniger als den dreihunderttausendmillionten Theil von k beträgt und also auch die 10^{te} geltende Ziffer von k gar keinen Einfluss hat), wodurch wir

$$k = \frac{n'' \pi}{236682000''} - \frac{m'' n'' \pi}{473364000''} \dots \dots \dots (1)$$

erhalten. Die beiden Glieder dieser Formel ziehen sich bei der numerischen Substitution in ein einziges numerisches Glied zusammen (welches aber um der Wichtigkeit der Zahl k willen, und weil die vorhandenen 10 ziffrigen Logarithmentafeln mit vielen Fehlern besonders der letzten Ziffern behaftet sind, ohne Hülfe von Logarithmentafeln berechnet werden muss, wenn die 10^{te} geltende Ziffer von k verbürgt werden soll); dazu kommen aber noch 9 Glieder, indem zu dem 1^{sten} Glied der Formel (1) 8 Glieder, mit $\nu'', \mu, \mu', \mu'', \mu^{iv.}, \mu^v., \mu^{vi.}, \mu^{vii.}$ multiplicirt, hinzuzufügen sind, zu dem 2^{ten} Gled der Formel (1) aber ein mit μ'' multiplicirtes Glied; jene 8 Glieder können mit 5 ziffrigen Logarithmentafeln berechnet werden.

Dividiren wir $n'' = 1295975''2648$ durch 236682000, und multipliciren wir alsdann (mit Hülfe der in sehr vielen Decimalen bekannten Vielfachen von π) sowohl n'' als $\frac{n''}{236682000}$ mit π , so erhalten wir 2 Zahlen, von denen die grössere, durch 236682000 dividirt, die kleinere giebt; die letztere Division ist eine unzweideutige Controlle des Werthes

$$\frac{k}{1 - \frac{1}{2}m''} = 0,01720209551689\dots,$$

welchen man noch um seinen 710188. Theil 0,00000002422188... zu vermindern hat (wo die Division mit 710188 controllirt wird vermittelt der successiven Division mit 4 und 177547),

um $k = 0,0172020712950\dots$ zu finden. Mit Hinzufügung der vorher besprochenen 9 Glieder findet sich:

$$\begin{aligned} k &= 0,01720207130 + 0,0172 \nu'' - 0,00000000805 \mu \\ &\quad - 0,00000015151 \mu' - 0,00000002422 \mu'' \\ &\quad + 0,00000000299 \mu''' + 0,00000012204 \mu^{IV}. \\ &\quad + 0,00000000573 \mu^V. + 0,00000000012 \mu^{VI}. \\ &\quad + 0,00000000004 \mu^{VII}. \end{aligned}$$

(wo die Coefficienten von μ , μ' , μ'' , ... dadurch controllirt werden, dass ihre Summe, mit entgegengesetztem Zeichen zu $0,01720209552$ gefügt, $\frac{1295977''4219 \pi}{236682000''}$ bis auf einen Unterschied von $0,00000000001$ giebt), und

$$\begin{aligned} \log k &= \log 0,0172020712950\dots + \alpha \nu'' - \alpha \cdot \frac{0''6058}{n''} \mu \\ &\quad - \alpha \cdot \frac{11''4144}{n''} \mu' - \frac{1}{2} \alpha m'' \mu'' + \alpha \cdot \frac{0''2256}{n''} \mu''' + \alpha \cdot \frac{9''1942}{n''} \mu^{IV}. \\ &\quad + \alpha \cdot \frac{0''4319}{n''} \mu^V. + \alpha \cdot \frac{0''0090}{n''} \mu^{VI}. + \alpha \cdot \frac{0''0035}{n''} \mu^{VII}, \end{aligned}$$

wo α den Modulus des *Brigg'schen* Logarithmensystems bedeutet, und

$$n'' = 1295975''2648, \quad m'' = 3551094$$

zu setzen ist. Hier ist $\log 0,0172020712950\dots$ ohne Hülfe von Tafeln zu berechnen; die übrigen Glieder von $\log k$ können mit 5ziffrigen Logarithmentafeln bestimmt werden.

Nun ist aber

$$0,0172020712950\dots = 0,06 \times 0,47 \times 0,61 \times 1,000041445 \frac{7}{8} \dots, \text{ also}$$

$$\begin{aligned} \log 0,0172020712950\dots &= 8,778151250383\dots - 10 \\ &\quad + 9,672097857935\dots - 10 + 9,785329835010\dots - 10 \\ &\quad + \alpha (0,0000041445 \frac{7}{8} \dots - \frac{1}{2} \cdot 0,0000041445 \frac{7}{8} \dots^2 \\ &\quad + \frac{1}{3} \cdot 0,0000041445 \frac{7}{8} \dots^3 - \dots) = 8,235580743 \frac{2}{3} \dots - 10. \end{aligned}$$

Zur Controlle zerfallen wir $0,0172020712950\dots$ in die Factoren $2 \times 0,7 \times 0,11 \times 0,1117 \times 1,0000157713 \frac{1}{2} \dots$,

Spandau 1861 Nov. 28.

und finden

$$\begin{aligned} \log 0,0172020712950\dots &= 0,301029995663\dots \\ &\quad + 9,845098040014\dots - 10 + 9,041392685158\dots - 10 \\ &\quad + 9,048053171115\dots - 10 + \log 1,0000157713 \frac{1}{2} \dots \\ &= 8,23558074329\dots - 10. \end{aligned}$$

Mit Hinzufügung der mit ν'' , μ , μ' , μ'' , ... multiplicirten Glieder findet sich

$$\begin{aligned} \log k &= 8,2355807433\dots + 0,434 \nu'' - 0,0000002030 \mu \\ &\quad - 0,0000038252 \mu' - 0,0000006115 \mu'' + 0,0000000756 \mu''' \\ &\quad + 0,0000030811 \mu^{IV}. + 0,0000001447 \mu^V. \\ &\quad + 0,0000000030 \mu^{VI}. + 0,0000000011 \mu^{VII}. \end{aligned}$$

(wo die Coefficienten von μ , μ' , μ'' , ... dadurch controllirt werden, dass ihre Summe, mit entgegengesetztem Zeichen zu $8,2355807433$. gefügt, $\log \frac{1295977''4219 \pi}{236682000''}$ bis auf einen Unterschied $0,0000000002$ giebt).

Da der Logarithmus derjenigen in Secunden ausgedrückten mittleren täglichen Bewegung der Erde um die Sonne, welche stattfinden würde, wenn die Erde (bei unveränderter mittlerer Entfernung von der Sonne) der Anziehung der Sonne allein gehorchte, ohne ihrerseits die Sonne anzuziehen oder von den übrigen Planeten angezogen zu werden, bei astronomischen Rechnungen oft gebraucht wird, so wollen wir auch diesen Logarithmus (welchen *Gauss* $= 3,5500065746$ setzt) exact und mit Berücksichtigung der Secularstörung der Länge der Epoche der Erde bestimmen. Wir haben zu dem Ende

$$\log \frac{648000}{\pi} = 5,31442513317\dots$$

zu $\log k$ zu addiren, und finden dadurch

$$\begin{aligned} 3,5500058765 + 0,434 \nu'' - 0,0000002030 \mu - 0,0000038252 \mu' \\ - 0,0000006115 \mu'' + 0,0000000756 \mu''' + 0,0000030811 \mu^{IV}. \\ + 0,0000001447 \mu^V. + 0,0000000030 \mu^{VI}. + 0,0000000011 \mu^{VII}. \end{aligned}$$

W. Lehmann.

Über die Bestimmung der Biegung bei Meridian-Instrumenten, von Herrn Prof. Hoek.

(Fortsetzung.)

Die praktische Ausführbarkeit der Methode, welche ich im vorigen Aufsätze gegeben habe, war nur allein der vielmaligen Reflexion wegen fraglich; doch lässt sich auch diese Schwierigkeit in den meisten Fällen beseitigen. Die frühere Entwicklung setzte voraus, dass das Instrument nicht viel weiter als bis 90° Zenithdistanz geht, wie dies z. B. der Fall sein wird bei einem *Repsold'schen* Universalinstrumente, das die *Utrechter Sternwarte* bald bekommen wird. Sie ist

auch anwendbar in dem Falle, wo man nur einen einzigen Collimator besitzt.

Im Allgemeinen aber wird eine Sternwarte ein Meridianinstrument besitzen, das auf alle möglichen Zenithdistanzen freigestellt werden kann, und meistens dabei zwei Collimatoren. Sind diese Bedingungen erfüllt, so ist damit für die Auflösung des Biegungsproblems sehr viel gewonnen, sobald man nur die Zenithdistanzen, welche grösser als 90° sind,