vorstehenden Zeilen hierzu Anregung geben und auch Andere veranlassen würden, dem Gegenstande ihre Aufmerksamkeit zuzuwenden.

X. Ueber einige Eigenschaften der linearen Verzweigung galvanischer Ströme; von J. Bosscha.

1. Die von Hrn. Kirchhoff gegebenen allgemeinen Gleichungen zur Bestimmung der Intensitäten von Strömen in einem System von irgend welchen linearen Leitern, die irgend welche elektromotorische Kräfte enthalten, führen nicht nur auf eine sichere und leichte Weise zur Lösung von oft sehr verwickelten Problemen, sondern erlauben auch, einige Gesetze der linearen Verzweigung galvanischer Ströme zu entdecken, welche in mehreren Fällen die Rechnung bedeutend vereinfachen. Eine dieser Eigenschaften, auf die wir weiterhin (unter No. 9) zurückkommen werden, ist schon von Hrn. Kirchhoff selber bewiesen worden; eine andere habe ich beiläufig angezeigt in einem Auszuge eines Briefes an den Hrn. Herausgeber dieser Annalen, in welchem ich von den Methoden zur Bestimmung elektromotorischer Kräfte handelte ¹⁾. Da es besonders diese letztere ist, die zu beträchtlichen Vereinfachungen führen kann, so beabsichtige ich in gegenwärtiger Mittheilung etwas ausführlicher auf sie zurückzukommen, die daraus folgenden Theorien zu entwickeln, und deren Anwendung an einigen Beispielen nachzuweisen.

2. Die Eigenschaft, um welche es sich handelt, ist im folgenden Theorem enthalten:

Theorem I. Wenn in einem System von irgend welchen Leitern, die irgend welche elektromotorische Kräfte enthalten, sich ein Leiter a befindet, in dem die Intensität $= 0$ ist, so ändert sich an den Intensitäten der Ströme in den

1) Pogg. Ann. Bd. 94, S. 175.

$$r_1 r_4 = r_2 r_3$$

was die bekannte Bedingungsgleichung ist, damit $i_0 = 0$ sey.

7. Der zweite Theil des Theorems II läßt sich anwenden auf die Anordnung in §. 4, bei welcher wir $i_1 = 0$ annehmen. Nach unserem Theorem muß man die elektromotorische Kraft e_1 in r und r_2 versetzen. Vereinigt man alsdann die Punkte m und n , so bildet das System zwei geschlossene Bahnen, die sich nur in einem Punkt berühren.

Die Intensität ist also in r :

$$i = \frac{e - e_1}{r} \quad . \quad . \quad . \quad (f)$$

und in r_2

$$i_2 = \frac{e_1 - e_2}{r_2} \quad . \quad . \quad . \quad (g)$$

wenn man in r_2 den Strom als positiv betrachtet, der im ursprünglichen System von m nach n gerichtet ist.

Im §. 4 erhielten wir Gleichung (b)

$$i = i_2 = \frac{e - e_2}{r + r_2}$$

bei Combination dieser entweder mit (f) oder mit (g) ersieht man, daß man, damit sie identisch seyen, setzen muß:

$$e_1 (r + r_2) - e r_2 - e_2 r = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (h)$$

Berechnet man aber mittelst der Kirchhoff'schen Formeln die Intensität in r_1 , in der ursprünglichen Figur, so erhält man:

$$i_1 = \frac{e_1 (r + r_2) - e r_2 - e_2 r}{r r_1 + r r_2 + r_1 r_2}$$

Die Gleichung (h) ist also die Bedingungsgleichung, damit $i_1 = 0$ sey.

8. Als allgemeinen Satz kann man hinstellen, daß die Anwendung der beiden Theoreme I und II zu verschiedenen Ausdrücken für die nämliche Intensität führen, und daß die Gleichsetzung dieser beiden Ausdrücke die Bedingungsgleichung liefern wird, welcher genügt seyn muß, damit die in den beiden Theoremen angenommene Hypothese, nämlich daß die Intensität des Stroms in einem der Leiter $= 0$ sey, erfüllt werde.

fachung der Lösung aller der Probleme, in welchen es sich darum handelt, die Strom-Intensität in einem der Leiter zu berechnen, welche Theile eines Systems ausmachen, das einen anderen einschließt, in welchem die Strom-Intensität $= 0$ ist. Dieß ist z. B. der Fall, wenn man die Strom-Intensität in einem der Leiter derjenigen Vorrichtung finden soll, die bei Hrn Wheatstone's Differentialmethode zur Messung von Widerständen angewendet wird.

Fig. 1.

Wenn der Strom, der durch einen in r befindlichen Rheomotor erzeugt wird, Null ist in dem Leiter r_0 , so kann man durch Anwendung des vorhergehenden Theorems, d. h. durch Fortnahme des Leiters r_0 , die Strom-Intensität mittelst der einfachen Ohm'schen Gesetze in jedem der übrigen Leiter sehr leicht finden. So erhält man die Intensität in r :

$$i = \frac{e(r_1 + r_2 + r_3 + r_4)}{r(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_2)(r_3 + r_4)} \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

wenn e die elektromotorische Kraft des Rheomotors bezeichnet. Zu derselben Gleichung gelangt man, wenn man in den von Hrn. Kirchhoff und Hrn. Weber gefundenen Formeln¹⁾ die bekannte Bedingung $r_1 r_4 = r_2 r_3$ einführt, welche erfüllt seyn muß, damit $i = 0$ sey.

4. Ein anderes Beispiel zeigt sich, wenn drei Leiter r, r_1, r_2 , welche die elektromotorischen Kräfte e, e_1, e_2 enthalten, wie in nebenstehender Figur angeordnet, und die elektromotorischen Kräfte gegen denselben Kreuzpunkt m gerichtet sind. In jedem dieser Leiter kann der Strom Null werden. Gesetzt es sey in r_1 .

Fig. 2.

Da nach Fortnahme dieses Leiters nur eine einfache Kette übrig bleibt, so liefert die Anwendung des Theorems für die Intensitäten in r und r_2 dieselben Gleichungen, nämlich:

$$i = i_2 = \frac{e - e_2}{r + r_2}$$

wenn man die Richtung des Stroms in r als positiv nimmt

1) Pogg. Ann. Bd. 67, S. 273.

5. Theorem II. Wenn in irgend einem Systeme von linearen Leitern, die irgend welche elektromotorischen Kräfte enthalten, sich ein Leiter a befindet, der keine elektromotorische Kraft enthält, und in welchem die Strom-Intensität $\equiv 0$ ist, so werden die Strom-Intensitäten in den übrigen Leitern nicht geändert, wenn man, nach Fortnahme des Leiters, a die Punkte m und n , in welche dieser Leiter auslief, direkt verbindet.

Im Fall der Leiter a eine elektromotorische Kraft e enthält, ändert dasselbe Verfahren nichts an den Intensitäten, sobald man eine e gleiche und in demselben Sinn gerichtete elektromotorische Kraft hinzufügt, entweder in allen im Punkt m endigenden Leitern oder in denen, die sich im Punkt n treffen.

Der Beweis des ersten Theiles dieses Theorems ist in dem des vorhergehenden mit enthalten. Da Hrn. Kirchhoffs Gleichungen unabhängig sind von dem Widerstande des einen Leiters, in welchem die Strom-Intensität $\equiv 0$ ist, so werden die Intensitäten in den übrigen Leitern nicht geändert, wenn man $r \equiv 0$ nimmt, was offenbar darauf zurückkommt, die Punkte m und n , in welche der Leiter a vom Widerstande r verläuft, miteinander zu vereinigen.

Wenn sich in diesem Leiter eine elektromotorische Kraft befindet, so muß man sie in Rechnung ziehen, weil, wenn das Produkt ir in Hrn. Kirchhoff's Gleichungen verschwindet, der Einfluß von k , welches sich nicht eliminirt findet, keinesweges vernichtet ist. Diefs war in dem vorhergehenden Theorem nicht der Fall, weil offenbar, wenn man $r \equiv \infty$ setzt, d. h. wenn man diesen Leiter durchschneidet, aller Einfluß von k auf die Intensitäten in den übrigen Leitern vernichtet ist. Davon kann man sich auch überzeugen, wenn man erwägt, daß in den Endgleichungen, zu welchen die Auflösung der Gleichungen (A) führt, die elektromotorische Kraft k des Leiters, dessen Widerstand r ist, sich im Nenner des Ausdrucks für die Intensitäten multiplicirt findet mit einem im Allgemeinen polynomen Coëfficienten, welcher niemals den Widerstand r enthält.

Da nun r ein Factor eines oder mehrer Glieder des Nenners ist, so erkennt man leicht, daß der von der elektromotorischen Kraft k herrührende Theil des Stroms Null ist, wenn r unendlich ist, was nicht der Fall ist bei den übrigen elektromotorischen Kräften, deren polynome Coefficienten Glieder enthalten können, in welche r als Factor eintritt.

Weil also k nicht eliminirt ist aus den Gleichungen, die man bildete, als man die geschlossenen, r enthaltenden Figuren des Systems betrachtete, so muß man, nachdem die Punkte m und n vereinigt worden, es so einrichten, daß man, wenn man die Gleichungen $\Sigma (i r - k) = 0$ in der modificirten Figur componirt, dadurch zu denselben Gleichungen geführt wird, welche entstehen würden, wenn man die primitive Figur betrachtete und in diesen Gleichungen bloß $r = 0$ setzte. Dahin gelangt man, wenn man die elektromotorische Kraft k in die Leiter versetzt, welche in einem der beiden Punkte m oder n endigen.

Fig 3.

In der That sey in Fig. 3 r der Leiter, in welchem $i = 0$ ist; seyen a, b, c diejenigen, welche im Punkte m endigen, e, f, g die, welche sich in n kreuzen, so ist

klar, daß alle geschlossenen Figuren, welche in dem ursprünglichen Systeme sich befanden und r enthielten, durch einen der Leiter a, b, c gehen müssen.

Fig 4.

Wenn man also die elektromotorische Kraft des Leiters r in jeden der im Punkte m endigenden Leiter a, b, c versetzt hat, so würden die Gleichungen, welche man bildete, wenn

man in dem modificirten Systeme alle geschlossenen Figuren betrachtete, die einerseits einen der Leiter a, b, c , und andererseits einen der in n zusammentreffenden, nämlich e, f oder g enthalten, nur durch Auslassung des Gliedes $i r$ von denen abweichen, zu welchen die Fig. 3 führt. Die

Gleichungen, welche man bilden kann für die geschlossenen Figuren, welche zwei der in der ursprünglichen Figur im selben Punkt endigenden Leiter a, b, c enthalten, werden durch Hinzufügung der Kraft k in jedem derselben nicht geändert, weil man, wenn man die Figur nach Angabe des Hrn. Kirchhoff durchläuft, diese elektromotorische Kraft in den beiden Leitern in entgegengesetzter Richtung antrifft. Schließen wir daraus, daß man bei Bildung der auf die geschlossenen Figuren des modificirten Systems bezüglichen Gleichungen den Einfluß der elektromotorischen Kraft k in Rechnung ziehen wird, wenn man sie entweder in die im Punkt m endigenden oder in die in n zusammen treffenden Leiter versetzt annimmt.

6. Die Vorrichtung des Hrn. Wheatstone liefert uns ein Beispiel von der Anwendung des ersten Theiles dieses Theorems. Vereinigt man in Fig. 1. die Punkte m und n ,

Fig. 5.

so erhält man Fig. 5. Man kann also die Intensitäten in jedem dieser Leiter, z. B. in r , mittelst der einfachen Ohm'schen Formeln berechnen. Man findet:

$$i = \frac{e}{r + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3} + \frac{r_2 r_4}{r_2 + r_4}} \quad \dots (c)$$

Durch Anwendung des Theorems I. erhielten wir in §. 3 die Gleichung (a):

$$i = \frac{e(r_1 + r_2 + r_3 + r_4)}{r(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_2)(r_3 + r_4)}$$

Diese beiden Ausdrücke müssen identisch seyn. Multipliziert man Zähler und Nenner des ersteren mit $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$, so findet man, daß die Identität dieser beiden Formeln erfordert, daß man habe:

$$r_1 r_3 \left\{ \frac{r_2 + r_4}{r_1 + r_3} \right\} + r_2 r_4 \left\{ \frac{r_1 + r_3}{r_2 + r_4} \right\} = r_2 r_3 + r_1 r_4 \quad \dots (d)$$

Diese Gleichung läßt sich auf folgende zurückführen:

$$(r_1 r_4 - r_2 r_3)^2 = 0 \quad \dots (e)$$

mithin

$$r_1 r_4 = r_2 r_3$$

was die bekannte Bedingungsgleichung ist, damit $i_0 = 0$ sey.

7. Der zweite Theil des Theorems II läßt sich anwenden auf die Anordnung in §. 4, bei welcher wir $i_1 = 0$ annehmen. Nach unserem Theorem muß man die elektromotorische Kraft e_1 in r und r_2 versetzen. Vereinigt man alsdann die Punkte m und n , so bildet das System zwei geschlossene Bahnen, die sich nur in einem Punkt berühren.

Die Intensität ist also in r :

$$i = \frac{e - e_1}{r} \quad . \quad . \quad . \quad (f)$$

und in r_2

$$i_2 = \frac{e_1 - e_2}{r_2} \quad . \quad . \quad . \quad (g)$$

wenn man in r_2 den Strom als positiv betrachtet, der im ursprünglichen System von m nach n gerichtet ist.

Im §. 4 erhielten wir Gleichung (b)

$$i = i_2 = \frac{e - e_2}{r + r_2}$$

bei Combination dieser entweder mit (f) oder mit (g) ersieht man, daß man, damit sie identisch seyen, setzen muß:

$$e_1 (r + r_2) - e r_2 - e_2 r = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (h)$$

Berechnet man aber mittelst der Kirchhoff'schen Formeln die Intensität in r_1 , in der ursprünglichen Figur, so erhält man:

$$i_1 = \frac{e_1 (r + r_2) - e r_2 - e_2 r}{r r_1 + r r_2 + r_1 r_2}$$

Die Gleichung (h) ist also die Bedingungsgleichung, damit $i_1 = 0$ sey.

8. Als allgemeinen Satz kann man hinstellen, daß die Anwendung der beiden Theoreme I und II zu verschiedenen Ausdrücken für die nämliche Intensität führen, und daß die Gleichsetzung dieser beiden Ausdrücke die Bedingungsgleichung liefern wird, welcher genügt seyn muß, damit die in den beiden Theoremen angenommene Hypothese, nämlich daß die Intensität des Stroms in einem der Leiter $= 0$ sey, erfüllt werde.

9. *Theorem III. In irgend einem Systeme von linearen Leitern, die irgend welche elektromotorische Kräfte enthalten, wird die Strom-Intensität, erzeugt in einem der Leiter a durch eine in einem anderen b befindliche elektromotorische Kraft, gleich seyn der, welche in b durch eine in a vorhandene gleiche elektromotorische Kraft hervorgebracht werden würde.*

Diese Eigenschaft der Verzweigung galvanischer Ströme, auf welche wir in §. 1 anspielten, ist von Hrn. Kirchhoff in diesen Ann. Bd. LXXII, S. 507 und 508 bewiesen worden. Wir nehmen sie hier wieder auf, weil sie uns zum Erweise der folgenden Theoreme dienen soll. Aus diesem Theorem kann man die wichtige Folgerung ableiten, daß wenn sich in einem Systeme von linearen Leitern ein Leiter a befindet, in welchem die Strom-Intensität unabhängig ist von der in b vorhandenen elektromotorischen Kraft, dann umgekehrt die Intensität in b unabhängig seyn wird von der in a befindlichen elektromotorischen Kraft.

Wenn mithin bei der Vorrichtung des Hrn. Wheatstone irgend ein in r angebrachter Rheomotor keinen Strom in r_0 erzeugt, so wird umgekehrt ein in r_0 versetzter Rheomotor keinen Strom in r erzeugen.

10. *Theorem IV. Wenn sich in irgend einem System von linearen Leitern, zwei Leiter a und b befinden, der Art, daß eine in dem einen a befindliche elektromotorische Kraft keinen Strom in dem anderen b erzeugt, so verändert sich nichts an der Intensität des Stromes in b , wenn man den Leiter a durchschneidet oder fortnimmt, eben so wenig an der Intensität in a , wenn man den Leiter b durchschneidet oder fortnimmt, wie auch die elektromotorischen Kräfte in den übrigen Leitern seyn mögen.*

Es reicht hin zu beweisen, daß sich die Intensität in b nicht ändert, wenn man a durchschneidet oder fortnimmt, weil, nach der Folgerung aus dem vorhergehenden Theorem wenn ein Rheomotor in a keinen Strom in b erzeugt, ein anderer in b angebrachter keinen in a hervorbringen wird. Der

Beweis des zweiten Theils des Theorems ist also in dem des ersten mitenthaltten.

Um dieses Theorem zu beweisen, bemerken wir, daß die Endgleichungen, zu welchen die Lösung der Kirchhoff'schen Gleichungen (A) führt, immer von der Form sind

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{ak + a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3 \dots + a_n k_n}{N} \\ i_1 &= \frac{a'k + a'_1 k_1 + a'_2 k_2 + a'_3 k_3 \dots + a'_n k_n}{N} \\ i_2 &= \frac{a''k + a''_1 k_1 + a''_2 k_2 + a''_3 k_3 \dots + a''_n k_n}{N} \\ i_3 &= \frac{a'''k + a'''_1 k_1 + a'''_2 k_2 + a'''_3 k_3 \dots + a'''_n k_n}{N} \\ i_n &= \text{etc.} \end{aligned} \right\} (B)$$

in welchen $N, a, a_1, a_2, \dots, a', a'_1, a'_2, \dots$ etc. Functionen von Widerständen sind.

Der Theil des Stromes i , welcher von der elektromotorischen Kraft k_1 herrührt, ist also:

$$\frac{a_1 k_1}{N}$$

Der des Stromes i_1 , erzeugt durch k , ist

$$\frac{a'k}{N}$$

Nach Hrn. Kirchhoff's Theorem (§. 9) muß man, wie auch K seyn möge, haben

$$\frac{a, K}{N} = \frac{a' K}{N}$$

oder

$$a_i = a'$$

Auf dieselbe Weise fände man $a_2 = a''$. Die Anwendung des Theorems III liefert also folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a' & a'_2 &= a_1'' & a_3'' &= a_2''' & a_4''' &= a_3'''' \text{ etc.} \\ a_2 &= a'' & a'_3 &= a_1''' & a_4'' &= a_2'''' & & \text{etc.} \\ a_3 &= a''' & a'_4 &= a_1'''' & & \text{etc.} \\ a_4 &= a'''' & & \text{etc.} \\ & \text{etc.} \end{aligned} \right\} (C)$$

Nehmen wir an, zur Fixirung der Ideen, dafs eine in r_3 angebrachte Kraft keinen Strom in r erzeuge. Es handelt sich dann darum zu beweisen, dafs, wie auch die elektromotorischen Kräfte in den übrigen Theilen des Systems seyn, die Intensität des Stromes in r sich nicht ändern werde, wenn man r_3 durchschneidet oder fortnimmt. Nach der Folgerung aus dem Theorem III wird die in r befindliche elektromotorische Kraft k keinen Strom in r_3 hervorbringen. Gesetzt die elektromotorische Kraft k sey die einzige, welche sich in dem System befinde. In diesem Fall würde der Strom in r_3 offenbar $= 0$ seyn, und die Strom-Intensitäten in den übrigen Leitern wären einfach:

$$\begin{aligned} i &= \frac{ak}{N} \\ i_1 &= \frac{a'k}{N} \\ i_2 &= \frac{a''k}{N} \\ i_3 &= \frac{a'''k}{N} \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Allein nach dem Theorem I könnte man den Leiter r_3 durchschneiden oder fortnehmen, ohne dadurch irgend etwas an diesen Intensitäten zu ändern. Es müssen also die Werthe $\frac{a}{N}$, $\frac{a'}{N}$, $\frac{a''}{N}$, etc., welche nur Functionen von Widerständen sind, von r_3 unabhängig seyn. Nach den Gleichungen (C) mufs dies auch der Fall seyn für die Werthe $\frac{a_1}{N}$, $\frac{a_2}{N}$ etc. Aber $\frac{a}{N}$, $\frac{a_1}{N}$, $\frac{a_2}{N}$, etc. sind die Coëfficienten der elektromotorischen Kräfte k , k_1 , k_2 , etc. in der allgemeinen Formel für die Intensität in r . Daraus schließt man, dafs diese Intensität unabhängig ist von r_3 .

11. Ein Beispiel dieser Eigenschaft liefert die Vorrichtung, welche Hr. Rijke zur Messung der Extra-Ströme mittelst des Weber'schen Dynamometers angewandt hat ¹⁾. Die Leiter waren angeordnet wie in der Fig. 1 S. 461. Die Inductionsrolle befand sich in r_1 , das Dynamometer in r_0 , der

1) Pogg. Ann. Bd. 102, S. 498.

Rheomotor in r . Um die durch die Extra-Ströme bewirkten Ablenkungen des Dynamometers gehörig beobachten zu können, war nothwendig, dafs dieß Instrument nicht von dem Strom des in r angebrachten Rheomotors afficirt wurde. Damit überdieß die Ablenkungen des Dynamometers ein vergleichbares Maafs für die lebendigen Kräfte der beiden, beim Oeffnen und Schließsen der Kette in r , erzeugten Extraströme gäben, mußte ein Strom in r_0 , der von einer in r_1 befindlichen elektromotorischen Kraft herrührte, unverändert bleiben, mochte der Leiter r unterbrochen oder geschlossen werden. Hr. Rijke hat bewiesen, indem er mittelst der Kirchhoff'schen Formeln die Intensität berechnete, welche in r_0 erzeugt wird, wenn eine elektromotorische Kraft in r und eine andere in r_1 vorhanden ist, dafs, wenn bei der von ihm angewandten Vorrichtung die erste Bedingung erfüllt worden, es auch die zweite ist.

Nach dem eben von uns bewiesenen Theorem wäre dieß noch der Fall, wenn sich elektromotorische Kräfte in r_2, r_3, r_4 befänden. Ueberhaupt werden in irgend einem System von Leitern die beiden Bedingungen inner gleichzeitig erfüllt seyn.

12. Wenn wir unser Theorem auf die Berechnung der Intensitäten, erzeugt in r_0 durch die in r, r_1 befindlichen elektromotorischen Kräfte e, e_1 , anwenden, so können wir im Fall, dafs e keinen Strom in r_0 bewirkt, den Leiter r durchschneiden. Die Berechnung der Intensität in r_0 reducirt sich dann auf die Anwendung der bekannten Ohm'schen Gesetze. Man erhält somit:

$$i_0 = \frac{e_1(e_2 + e_4)}{r_0(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_3)(r_2 + r_4)} \dots (i)$$

Multiplicirt man Zähler und Nenner des zweiten Gliedes dieser Gleichung durch $\frac{r_2}{r_2 + r_4}$ und erwägt, dafs

$$r_1 r_4 = r_2 r_3$$

so findet man leicht:

$$i_0 = \frac{e_1 r_2}{r_0(r_1 + r_2) + r_2(r_1 + r_3)} \dots (k)$$

was die Gleichung ist, zu welcher Hr. Rijke durch Anwendung der Kirchhoff'schen Formeln gelangt ist.

13. Theorem V. Wenn in irgend einem System von linearen Leitern sich zwei Leiter a und b befinden, der Art, daß eine in a angebrachte elektromotorische Kraft keinen Strom in b erzeugt, so wird die Strom-Intensität in b nicht geändert, wenn man, nach Fortnahme des Leiters a , die Punkte m und n , in denen dieser endigte, direct vereinigt, wie auch die elektromotorischen Kräfte in den übrigen Leitern beschaffen seyn mögen. Umgekehrt wird die Stromintensität in a nicht geändert, wenn man dasselbe Verfahren auf den Leiter b anwendet.

Nach der Bemerkung, die dem Beweise des Theorems IV vorangeht, ist der Beweis des zweiten Theils dieses Theorems in dem des ersten eingeschlossen.

Der Beweis des Theorems IV gilt auch für dieses. Da der Strom in b unabhängig ist von dem Widerstand in a , so kann man diesen ∞ setzen, d. h. die Punkte m und n direkt verbinden, ohne dadurch etwas an der Intensität in b zu ändern. Die elektromotorische Kraft des fortgenommenen Leiters, welche in einem diesem (dem Theorem II) analogen Fall in die benachbarten Leiter verlegt werden mußte, findet sich in dem Ausdruck für die Intensität in b eliminiert, weil offenbar sein Coëfficient ∞ ist.

14. Bei der von Hrn. Rijke angewandten Vorrichtung kann man auch die Intensität i_0 berechnen, wenn man das System so ändert, daß der Leiter r fortgenommen ist und die Punkte p und q sich berühren. Das System nimmt alsdann die Form der Fig. 6 an und die Intensität kann

Fig. 6.

nach den Ohm'schen Gesetzen berechnet werden. Da indess die Rechnung für diesen Fall nicht anders als etwas verwickelt seyn kann, so ist es wichtig ihn möglichst zu vereinfachen. Man gelangt dahin, wenn man, statt die in r_0 durch eine in r_1 befindliche elektromotorische Kraft e_1 erzeugte Intensität zu berechnen, diejenige berechnet, welche in r_1 erzeugt wird durch die

in r_0 angebrachte elektromotorische Kraft e_1 . Nach dem Theorem III (dem Kirchhoff'schen) werden diese Intensitäten gleich seyn.

Es handelt sich also darum, bei der Vorrichtung der

Fig. 7. Fig. 7 zu berechnen, welche Intensität in r_1 durch eine in r_0 befindliche elektromotorische Kraft e_1 erzeugt wird. So findet man leicht für den gesuchten Werth des Stromes i_0 :

$$i_0 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \cdot \frac{e_1}{r_0 + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + \frac{r_3 r_4}{r_3 + r_4}} \dots (l)$$

Diese Gleichung läßt sich unter die Form bringen:

$$i_0 = \frac{e_1(r_2 + r_4)}{r_0 \left(r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_4}{r_2} + r_4 \right) + (r_2 + r_4) \left[r_1 + r_3 \left(\frac{r_4 r_1}{r_2} + r_4 \right) \right]}$$

Durch Anwendung des Theorems IV fanden wir in §. 12 für dieselbe Intensität die Gleichung (i)

$$i_0 = \frac{e_1(r_2 + r_4)}{r_0(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_2 + r_4)(r_1 + r_3)}$$

Diese beiden letzten werden identisch seyn, wenn man hat

$$\frac{r_1 r_4}{r_2} = r_3$$

welche Gleichung die Bedingung ausdrückt, damit ein Rheomotor in r keinen Strom in r_0 hervorbringe.

15. Ueberhaupt wird die Anwendung der beiden Theoreme IV und V zu verschiedenen Ausdrücken für die nämliche Intensität führen, und die Gleichsetzung dieser Ausdrücke wird die Bedingungsgleichung liefern, welcher genügt seyn muß, damit die in den beiden Theoremen angenommene Hypothese, nämlich, daß der durch die in a befindliche elektromotorische Kraft entspringende Strom in b Null sey, erfüllt werde.

Leiden den 26. März 1858.