DI UN ELETTROCALORIMETRO E DI ALCUNE MISURE FATTE CON ESSO
INTORNO AL GENERATORE SECONDARIO GAULARD E GIBBS. MEMORIA
DEL PROF. A. ROITI.

I. *Descrizione dell' elettro-calorimetro.*

La corrente passa per un' elica formata di più metalli, la riscalda e la deforma: si misura la deformazione alla fine di un tempo determinato: e tale deformazione, entro certi limiti, è senz' altro proporzionale alla quantità di calore svolta dalla corrente nell' unità di resistenza del circuito, durante l' unità di tempo. Ciò vale anche per correnti comunque variabili, perchè è piccolissima l' induzione dell' elica sopra se stessa.

Invece di una sola, sono due le spirali che adopero: sono due spirali Breguet, entrambe destrorse; ma una, AC (*fig. 1*) è avvolta coll' argento all' esterno, talchè si svolge per effetto del riscaldamento; mentre l' altra CB, avendo l' argento all' interno, si restringe sopra se stessa. Sono saldate insieme all' estremo C così da formare una sola elica AB la quale trovandosi tesa verticalmente coi suoi due capi fissi, farà ruotare in un verso o nell' altro un indice CD, unito alla saldatura di mezzo, secondo che si riscalda o si raffredda. Per apprezzare anche gli spostamenti piccolissimi, ho avuto ricorso al solito artificio di sostituire all' indice CD uno specchietto, nel quale si osserva con cannocchiale e scala.

(*fig. 1*)

I due bastoncini di rame MH, KN, provvisti di serrafile, guidano la corrente nell' elica; ma per localizzare meglio il calore, sono interposti due filini di argentana HA, KB fra l' elica e quei bastoncini, i quali sono grossi perchè devono essere rigidi. Essi

scorrono a sfregamento entro le ghiera impiantate nel centro di due dischi d'ebanite: e possono venire comunque orientati, e fissati poi con le viti U, V.

I due dischi d'ebanite sono invitati alle estremità di un tubo d'ottone, (*fig. 2*) il quale ha molte aperture laterali, fra cui

(*fig. 2*)

due grandi finestre nel mezzo, là di faccia allo specchietto. Questo tubo forato ha l'ufficio di tenere rigidamente connesse fra loro le due estremità dell'elica, e di permettere che si dia allo specchietto qualsiasi orientazione, senza forzare punto le spirali Breguet. A tal fine esso entra esattamente nei due fori praticati sul coperchio e nel fondo del recinto calorimetrico che è a doppia parete E, F perchè possa accogliere una buona quantità d'acqua e così proteggere la camera interna e le spirali dagli sbilanci

di temperatura della stanza. L'acqua si potrebbe anche far circolare mercè le chiavette C. C'; ma di ciò non si è mai mostrata la necessità.

L'orientazione lenta del tubo e dello specchietto si ottiene al solito modo colla vite perpetua Z che ingrana in un rocchetto.

La maniera di operare è quanto mai semplice. Basta che un tasto di resistenza trascurabile chiuda sopra se stesso il calorimetro, così che la corrente ne sia sempre esclusa, meno che pel tempo durante il quale si tiene aperto il tasto: e sarà facile rendere automatica tale apertura in guisa che la durata ne risulti rigorosamente costante per ogni serie di osservazioni. Ma per ora si è operata a mano, contando le battute di un metro-nomo o di un pendolo, da una persona diversa di chi stava al cannocchiale, e in tal modo questi non avea altra preoccupazione all'infuori di leggere sulla scala la posizione iniziale e la deviazione massima.

Per dare un'idea del grado di sensibilità che offre il primo modello di elettrocalorimetro (1), che ho fatto qui costruire con due spirali ritirate dalla casa Breguet di Parigi, dirò che una corrente di due centesimi di ampère produce in 14 secondi una deviazione maggiore di un millimetro, quando la scala si trova a 160° dallo specchietto.

Da alcune prove preliminari mi sono convinto che questo strumento può servire egregiamente allo studio del calore svolto nel circuito dalle scariche dei condensatori, da quelle del rocchetto di Ruhmkorff ecc. Noterò soltanto che in questi casi di grandi tensioni sarà bene che i dischi di ebanite sieno tagliati a spirale piana per assicurar meglio l'isolamento.

Quando si tratta di correnti molto intense, piuttosto che ridurne brevissimo il passaggio nel calorimetro, il che scuoterebbe troppo bruscamente lo specchietto, ho trovato molto più opportuno di mettere l'apparecchio in derivazione, come si suol fare col galvanometro; e in tal guisa, graduando la resistenza del ramo sussidiario, si può moderarne a piacere la sensibilità.

(1) Sto costruendone un altro nel quale sostituirò alle eliche cilindriche delle spirali piane, così che riesca meno tremulo: e spero di riuscire ad un modello abbastanza sensibile per mettere da parte lo specchietto, ed abbastanza sicuro per poterne raccomandare l'uso anche nelle officine, invece dell'elettrodinamometro.

Qui citerò una serie di esperienze nelle quali ho fatto passare pel calorimetro, non una derivazione, ma tutta intera la corrente di un elemento Daniell, che passava in pari tempo per un reostata e per una bussola assoluta delle tangenti. L'ho istituita per verificare fino a qual punto regga la proporzionalità fra le deviazioni del calorimetro ed i quadrati dell'intensità delle correnti che le provocano. La durata del passaggio era di 14 secondi.

TAVOLA I.

N ordine di successione delle esperienze.

m deviazioni del calorimetro in centimetri della scala; ma ridotte ad archi.

ϕ deviazioni del calorimetro in minuti primi.

n » della bussola in centimetri della scala.

i intensità della corrente in *ampère*, adottando per la componente orizzontale terrestre 0,222 (C. G. S.).

Δ differenze di $\frac{\phi}{i^2}$ dalla media.

δ differenze fra i valori osservati e quelli calcolati per m .

N	m osservati	ϕ	n	i ampère	$\frac{\phi}{i^2}$	Δ	m δ	
							calcolati colla media	
3	11 ^c ,12	119',46	15 ^c ,88	0,2018	2934,7	— 7,5	11 ^c ,15	— 0,03
2	13,62	146,32	17,56	0,2231	2940,4	— 1,8	13,63	— 1
1	18,11	194,56	20,23	0,2569	2947,5	+ 5,3	18,08	+ 3
4	24,29	260,95	23,48	0,2981	2937,0	— 5,2	24,33	— 4
5	29,71	319,18	25,94	0,3292	2945,3	+ 3,1	29,68	+ 3
6	30,86	331,53	26,47	0,3359	2938,4	— 3,8	30,90	— 4
7	36,43	391,37	28,70	0,3641	2952,7	+ 10,5	36,30	+ 13
8	43,41	366,36	31,40	0,3981	2941,9	— 0,3	43,41	± 0

media 2942,2

Errore probabile delle singole osservazioni $0,6745\sqrt{\frac{\sum \delta^2}{7}} = 0^c,04$.

Quest'altra serie di esperienze è stata fatta con l'intento di vedere come variano le deviazioni del calorimetro variando la durata del passaggio della corrente.

TAVOLA II.

t Durata della corrente in secondi.

Θ Deviazione del calorimetro in centimetri della scala, ma ridotta ad arco. — Distanza dalla scala allo specchietto 100^c.

Intensità della corrente 0,255 ampère, adottando per l'intensità della componente orizzontale terrestre 0,222 (C. G. S.).

t	Θ	t	Θ
2	3 ^c ,96	12	16,04
4	6,65	14	17,75
6	9,59	16	19,59
8	12,08	18	20,82
10	14,26	20	22,35

La deviazione Θ dev'essere in ogni istante proporzionale all'eccesso θ di temperatura dell'elica sull'ambiente, e questo deve soddisfare all'equazione differenziale:

$$c \frac{d\theta}{dt} + a\theta = q$$

che, integrata, dà:

$$\theta = \frac{q}{a} \left(1 - e^{-\frac{a}{c}t} \right),$$

dove t è il tempo del passaggio della corrente, q il calore svolto nell'unità di tempo ed a e c sono costanti.

II. Cenni preliminari sul generatore secondario.

Il generatore secondario di Gaulard e Gibbs si compone, come ormai è noto a tutti, di due eliche formate con tante corone circolari di sottile lamina di rame ingegnosamente collegate e sovrapposte in maniera che si alternino le spire di un elica con quelle dell'altra. Esse vengono a formare un tubo cilindrico, nel quale è introdotto un fascio di fili di ferro.

La corrente, rapidamente alternata, di una macchina dinamo-elettrica passa successivamente per una delle due eliche (*l'elica primaria*) d'un certo numero di generatori; mentre le lampade chiudono le *eliche secondarie*, sia separatamente, sia riunendole in serie, oppure in archi multipli, a seconda del bisogno. Così una sola macchina dinamo-elettrica può alimentare simultaneamente delle lampade dei tipi più svariati.

Per dovere d'ufficio, come appartenente alla Giuria internazionale per la elettricità a Torino, aveva dovuto occuparmi di questo interessante sistema d'illuminazione; e, concorde coi miei colleghi di Commissione, professori F. Weber di Zurigo, E. Voit di Monaco, E. Kittler di Darmstadt e G. Ferraris di Torino, aveva stimato indispensabile di istituire delle esperienze calorimetriche prima di pronunziare un giudizio sul rendimento del generatore secondario; poichè le determinazioni, fatte in precedenza con l'elettrometro e con l'elettrodinamometro del sig. Hopkinson e del sig. Uzel lasciavano libero il campo a più di un dubbio.

La Commissione avrebbe voluto metter mano subito a tali esperienze calorimetriche; ma le difficoltà incontrate nel raggranellare gli strumenti necessari e la ristrettezza del tempo a lei concesso, la persuasero tosto che era impossibile giungere ad un risultato mentre era ancora riunita di Giuria: e però dovette accontentarsi di raccomandarle al prof. Ferraris, che solo rimaneva a Torino.

Dal canto mio poi, prescindendo dalle obiezioni sollevate contro l'uso dell'elettrodinamometro e dell'elettrometro, non aveva mancato di fare le più esplicite riserve altresì sull'attendibilità dei calcoli mediante i quali si potesse dai dati dell'osservazione dedurre il rendimento del sistema di illuminazione praticato dai signori Gaulard e Gibbs. E però, appena tornato a Firenze nell'ottobre passato, non mancai di studiare la questione la quale, se si presenta irta di difficoltà volendola risolvere rigorosamente ed ampiamente, diventa invece facilissima accontentandosi di trascurare il calore svolto nella magnetizzazione del ferro, ammettendo che la magnetizzazione sia proporzionale alla corrente magnetizzante e supponendo che la forza elettromotrice della macchina magnetoelettrica segua la più semplice legge di periodicità.

Più tardi, subito dopo la chiusura dell'Esposizione, ho potuto avere a mia disposizione uno dei generatori secondari di piccolo modello, mercè la rara cortesia dell'inventore signor Gaulard, al quale mi piace di qui tributare un pubblico attestato di riconoscenza. E su questo piccolo apparecchio, detto da un cavallo-vapore, ho intrapreso senza indugio le misure che sto per riferire e che avrei già pubblicate da più di due mesi, se, da uno scambio di lettere con l'amico mio prof. Ferraris, non avessi risaputo ch'egli aveva dato piena soddisfazione al desiderio della Giuria, e che il suo lavoro era pronto per le stampe.

Quel lavoro (*) mi è stato gentilmente comunicato ai primi del marzo, ora decorso: e vedo che quanto resta da dire a me si riduce a poco; ma ad ogni modo parmi che metta conto farlo conoscere, perchè se non altro apparisca fino a qual punto concordino le determinazioni fatte in piccolo nel laboratorio con quelle fatte su grande scala industriale; ed anche perchè ne trarrò argomento per riferire in fine alcune mie considerazioni sulla bontà economica del generatore secondario.

Dopo l'accurata e minuta trattazione teorica del prof. Ferraris basta ch'io riduca la mia a pochi cenni necessari per la più comoda intelligenza degli esperimenti e dalle conclusioni che seguiranno.

Indicando con E la forza elettromotrice della macchina magneto-elettrica, con I , R , L l'intensità della corrente, la resistenza ed il coefficiente d'induzione sopra sè stesso del circuito primario, con I' , R' , L' le quantità analoghe del circuito secondario, e con M il coefficiente d'induzione mutua dei due circuiti, sarà

$$R I + M \frac{dI'}{dt} + L \frac{dI}{dt} = E$$

(1)

$$R' I' + M \frac{dI}{dt} + L' \frac{dI'}{dt} = 0.$$

(1) Galileo Ferraris. Ricerche teoriche e sperimentali sul generatore secondario Gaulard e Gibbs. *Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino*. Serie II, Tomo XXXVII. Adunanza del dì 11 gennaio 1885.

Se poi indichiamo con L_1 il coefficiente di induzione sopra se stessa della macchina, e se riteniamo che le due spirali dell'apparecchio Gaulard sieno identiche, potremo porre

$$(2) \quad L = L' + L_1.$$

E queste formule varranno anche per il caso che vi sia un nucleo di ferro, purchè la magnetizzazione di esso sia in ogni istante proporzionale alla intensità della corrente magnetizzante.

Se la forza elettromotrice E è una funzione periodica qualunque del tempo, potremmo sempre esprimerla per mezzo di una serie di Fourier; ma noi ci limiteremo al caso semplice che tale serie si riduca ad un termine solo della forma

$$(3) \quad E = e \sin 2\pi \frac{t}{\tau}.$$

In tal caso, integrando la (1), si ottengono pel regime permanente i valori (1):

$$(4) \quad I = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \phi \right)$$

$$(5) \quad I = A' \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \phi' \right)$$

dove, avendo posto

$$(6) \quad k = \frac{\tau^2 R'^2}{4\pi^2 M^2} + \frac{L'^2}{M^2}$$

$$(7) \quad \begin{cases} r = R + \frac{R'}{k} \\ l = L - \frac{L'}{k}, \end{cases}$$

è

$$(8) \quad \begin{cases} A^2 = \frac{l^2}{r^2 + \frac{4\pi l^2}{\tau^2}} \\ \operatorname{tg} 2\pi \phi = \frac{2\pi l}{\tau r} \end{cases}$$

(1) Confronta con Mascart et Joubert. *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*. T. I, p. 594. Paris, 1882.

$$(9) \quad \begin{cases} A'^2 = \frac{A^2}{k} \\ \operatorname{tg} 2\pi\phi' = \frac{\tau}{2\pi} \frac{\frac{4\pi^2}{\tau^2} L'l - R'r}{L'r - R'l} \end{cases}$$

L'energia totale data dalla macchina durante mezzo periodo, è

$$(10) \quad C = \int_0^{\frac{\tau}{2}} EI \, dt = \frac{A'^2 r}{4} \tau.$$

Il calore svolto durante lo stesso tempo nell'unità di resistenza del circuito primario è

$$(11) \quad c = \int_0^{\frac{\tau}{2}} I^2 \, dt = \frac{A^2}{4} \tau.$$

Il calore svolto nell'unità di resistenza del secondario, è

$$(12) \quad c' = \int_0^{\frac{\tau}{2}} I'^2 \, dt = \frac{A'^2}{4} \tau.$$

E si ha identicamente, per la (7),

$$A'^2 r = A^2 R + A'^2 R'$$

ossia

$$C = c R + c' R'$$

come deve essere pel principio della conservazione dell'energia, se si trascura il calore svolto nel nucleo di ferro, come abbiamo fatto noi implicitamente col supporre costanti i coefficienti di induzione L , L' , M .

Il calore svolto complessivamente nella macchina e nella linea sarà

$$(13) \quad C'' = c(R - \rho)$$

se ρ è la resistenza dell'elica primaria; e quindi l'energia consegnata al generatore secondario è, durante mezzo periodo,

$$(14) \quad C - C'' = [A'^2 r - A^2(R - \rho)] \frac{\tau}{4} = A^2 \left(\frac{R'}{k} + \rho \right) \frac{\tau}{4} = (A'^2 R' + A^2 \rho) \frac{\tau}{4}.$$

Il calore che comparisce nel circuito secondario è

$$c' R' = A'^2 R' \frac{\tau}{4}.$$

Dunque il *coefficiente di trasformazione* dell'apparecchio Gaulard (1) viene espresso da

$$(15) \quad G = \frac{R'}{R' + \frac{L'^2}{M^2} \rho + \frac{\tau^2}{4\pi^2} \frac{R'^2}{M^2} \rho},$$

ed ammette evidentemente un massimo per

$$(16) \quad R' = \frac{2\pi L'}{\tau}.$$

Il prof. Ferraris denomina poi *coefficiente di rendimento utile* dell'apparecchio il rapporto fra l'energia, che comparisce nella parte del secondario esterna all'elica, e l'energia consegnata al generatore; così che, con le nostre notazioni e chiamando ρ' la resistenza dell'elica secondaria, verrebbe espresso da

$$(17) \quad G_0 = \frac{c'(R' - \rho')}{C - C''} = \frac{R' - \rho'}{R' + k\rho}.$$

Infatti questo coefficiente esprime correttamente quella quantità che tutti, prima del Ferraris, andavano cercando e credevano di aver determinata dando una fallace interpretazione ai risultati delle loro proprie esperienze. Ma osservo che esso esprime il rendimento di un solo organo del sistema d'illuminazione praticato da Gaulard e Gibbs: e che sarebbe illusorio il giudicare, con la sola sua scorta, del valore economico che può avere tutto il sistema, preso nel suo insieme. Ne addurrò poi le ragioni.

Intanto applichiamo le formule precedenti al caso che il circuito secondario sia aperto. Basterà fare

$$R' = \infty$$

(1) Ferraris lo chiama *coefficiente di rendimento totale*; ma per semplicizzarlo suppone $L' = M$, e però l'espressione che egli ne dà, diventa, sia pur di poco, maggiore del vero; perchè deve essere necessariamente $L' > M$.

e quindi

$$(7)' \quad \begin{aligned} r &= R \\ l &= L = L' + L_1 \end{aligned}$$

per cui la A^2 della (8) diventa

$$(8)' \quad A_0^2 = \frac{e^2}{R^2 + \frac{4\pi^2 L^2}{\tau^2}}.$$

E l'energia data dalla macchina durante mezzo periodo, sarà in questo caso

$$(10)' \quad C_0 = \frac{A^2 R}{4} \tau$$

ed il calore svolto nell'unità di resistenza primaria

$$(11)' \quad c_0 = \frac{A^2}{4} \tau.$$

Se poi escludiamo l'apparecchio Gaulard, così che la resistenza del circuito primario risulti R_1 , basterà fare in tutte le nostre formule

$$M = 0 \quad L' = 0 \quad L = L_1 \quad R = R_1$$

per avere l'intensità della corrente:

$$I_1 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \psi \right),$$

dove:

$$(8)'' \quad \left\{ \begin{aligned} A_1^2 &= \frac{e^2}{R_1^2 + \frac{4\pi^2 L_1^2}{\tau^2}} \\ \operatorname{tg} 2\pi\psi &= \frac{2\pi}{\tau} \frac{L_1}{R_1}. \end{aligned} \right.$$

L'energia fornita dalla macchina durante mezzo periodo diventa in questo caso

$$(10)'' \quad C_1 = \frac{A_1^2 R_1}{4} \tau$$

ed il calore svolto nell'unità di resistenza:

$$(11)'' \quad c_1 = \frac{A_1^2}{4} \tau.$$

Le formule (8)' e (8)'' ci potranno servire a riconoscere entro quali limiti sia permesso ritenere costanti il coefficiente di induzione sopra se stessa della macchina e quello delle eliche Gaulard: e potrebbero forse anco servire a determinare questi coefficienti L_1 e L' .

III. Esperienze.

L'elettromotore da me adoperato, era una piccola macchina magnetoelettrica del modello di Marcel Deprez, costruita da Carpentier di Parigi, alla quale ho dovuto modificare il commutatore che raddrizza le correnti, avendo bisogno di correnti alterate. Fra le branche d'una calamita permanente a ferro di cavallo girava un rocchetto lungo 13^c, e che nella sua altezza di 3^c,5 comprendeva 13 giri di filo grosso 0^c,25: non so quanti strati formasse il filo, ma presentava la resistenza di 0,1 ohm. Questa macchina era messa in movimento da una turbina idraulica; ma nella maggior parte degli esperimenti era intercalato fra l'una e l'altra un buon sistema di ruote dentate che moltiplicava il numero dei giri: e questo veniva letto sopra un tacometro di Schäffer e Budenberg. La trasmissione del moto dall'albero della turbina al tacometro e all'ingranaggio e da questo alla macchina di Deprez avveniva mediante molle a spirale. Siffatto sistema di trasmissione non si può mai raccomandare abbastanza tanta è la regolarità e la sicurezza che offre. L'erogazione dell'acqua alla turbina si regolava scrupolosamente a mano, tenendo l'occhio all'indice del tacometro, che doveva puntare sempre sullo stesso segno. Meno i giorni nei quali venivano fatte delle riparazioni ai condotti della città, l'andamento di questo sistema meccanico non ha lasciato nulla a desiderare.

Il generatore secondario da me esaminato era uno di quelli piccoli, che figuravano all'Esposizione di Torino, detto da un cavallo vapore: ed era costituito come segue:

Elica primaria: Dischi N. 250. Giri N. 225. Resistenza $\rho = 0,175$ ohm
 Elica secondaria: » 250. » 225. » $\rho' = 0,180$ »

I dischi hanno la forma di corona circolare con il diametro esterno di 11^c,5 e l'interno di 5^c,5, e la grossezza di $\frac{1}{4}$ mm: formano una colonna alta 30^c. Tutto l'apparato col suo nucleo pesa 18^k,8.

In circuito (fig. 3) con la macchina magneto-elettrica si trovavano la I. elica Gaulard ed il reostata R'. Questo circuit-

(fig. 3)

to faceva capo a due commutatori T, S, i quali permettevano di mandare la corrente primaria o nel calorimetro o nel filo compensatore avente ugual resistenza del fascio formato dal calorimetro e dalla sua derivazione. La figura indica chiaramente che quando la corrente primaria passava pel calorimetro, la secondaria, destata nella II. elica Gaulard e passante sempre pel reostata R, andava invece nel filo compensatore: e reciprocamente. Col tasto G si poteva chiudere la I. elica sopra se stessa, col tasto L si poteva aprire il circuito secondario; ed un terzo tasto C rimaneva sempre abbassato per chiudere sopra se stesso il calorimetro, meno che per quel tempo determinato da un pendolo, durante il quale, come ho detto, si osservava il riscaldamento prodotto nel calorimetro dall'una o dall'altra corrente, a seconda della disposizione data ai commutatori S e T.

Al principio ed alla fine di ciascun gruppo di esperienze si misuravano con un ponte di Elliott, in unità dell'Associazione Britannica, la resistenza primaria R e la secondaria R'. Si facevano al calorimetro almeno tre misure per la corrente primaria e tre per la secondaria; si riducevano poi ad archi le deviazioni osservate sulla scala, e se ne prendevano le medie, il cui rapporto dà il valore dell'espressione che comparisce nelle (6) e (9), cioè

$$(9)' \quad k = \frac{A^2}{A'^2}$$

ossia, ponendo

$$(18) \quad \frac{2\pi L'}{\tau} = \lambda', \quad \frac{2\pi M}{\tau} = \mu,$$

$$(6)' \quad k = \frac{R'^2 + \lambda'^2}{\mu^2}$$

od anche, indicando con

$$n = \frac{1}{\tau}$$

il numero dei giri che fa la macchina magneto-elettrica in un secondo:

$$(6)'' \quad k = \frac{R'^2 + 4\pi^2 n^2 L'^2}{4\pi^2 n^2 M^2}.$$

Questo valore, se si verificano le supposizioni da noi fatte per semplicizzare i calcoli, deve essere indipendente dalla resistenza R del circuito primario. Per verificare ciò, ho messo insieme il seguente prospetto numerico, dove i numeri della prima colonna danno l'ordine di successione dei gruppi di esperienze, e quelli dell'ultima la differenza fra i valori ottenuti per k e la loro media. Si vede infatti che k presenta una certa costanza; ma a chi ben guardi, rivela una lieve tendenza ad aumentare insieme con la resistenza primaria.

TAVOLA III.

Resistenza primaria variabile. — Resistenza secondaria costante.

N	R	R'	$k = \frac{A^2}{A'^2}$	Differ.	
15	1,026	2,183	2,043	—0,006	La macchina magneto-elettrica fa $n = 40$ giri in 1 sec. Le correnti passano pel calorimetro per 14 sec.
25	1,028	2,182	2,040	—0,009	
26	1,494	2,181	2,029	—0,020	
14	1,970	2,182	2,032	—0,017	
27	2,439	2,180	2,050	+0,001	
13	2,992	2,182	2,036	—0,013	
34	2,992	2,183	2,040	—0,009	
11	3,931	2,180	2,050	+0,001	
12	4,886	2,180	2,088	+0,039	
43	10,858	2,183	2,082	+0,033	

Media 2,049

Per verificare se la k varia con la velocità della macchina, come richiede la (6)", ha servito la Tavola IV, nella quale sono raccolte le osservazioni a resistenze costanti, ed a velocità variabili.

TAVOLA IV.

R, R', resistenze costanti.

n , velocità variabili.

j , intensità in ampère della corrente costante che produrrebbe nel calorimetro la stessa deviazione della corrente primaria.

N	R	R'	n in 1 ^s	j ampère	k		Differ.
					osserv.	calcol.	
64	1,145	1,022	7,5	0,934	3,948	—	—
63	1,145	1,022	10,0	1,138	4,216	—	—
62	1,143	1,022	12,5	1,301	3,130	—	—
59	1,028	1,021	20	1,386	1,932	1,924	+0,008
58	1,028	1,021	25	1,558	1,592	1,606	— 14
60	1,031	1,022	30	1,749	1,431	1,434	— 3
57	1,028	1,021	35	1,921	1,326	1,316	+ 10
61	1,031	1,022	40	2,095	1,255	1,262	— 7
22	1,028	1,023	40	—	1,269	1,262	+ 7

$$\frac{1}{k\pi^2 M^2} = 339,1$$

$$\frac{L'^2}{M^2} = 1,041$$

Coefficienti d'induzione $M = 0,00864$

$L' = 0,00882$.

67	3,012	1,606	20	0,893	3,122	—	—
32	3,002	1,607	40	—	1,587	—	—

$$\frac{1}{4\pi^2 M^2} = 317,2$$

$$\frac{L'^2}{M^2} = 1,075$$

$M = 0,00893$

$L' = 0,00926$.

Coi minimi quadrati si sono calcolati i coefficienti M ed L' segnati in calce alla Tavola precedente: e poi con questi valori e con la (6)" si sono calcolati i valori di k scritti nella penultima colonna. Essi concordano bene con quelli osservati finchè la velocità è compresa fra 20 e 40 giri al secondo. Ma si sono dovute escludere dal calcolo le osservazioni relative alle velocità minori, che sono segnate nelle prime tre linee: perchè a quella velocità i valori di k sono molto minori di quanto richiederebbe la (6)": ed i valori che si ottengono mediante la (6)" pei coefficienti di induzione, vanno aumentando a quelle piccole velocità di mano in mano che esse scemano.

Ciò si spiega forse pensando che, insieme colla velocità, aumenta il valore che assume ad ogni istante l'intensità della corrente magnetizzante; e che il coefficiente di magnetizzazione e con esso i coefficienti di induzione non si mantengono costanti ma sono funzioni dapprima crescenti e poi decrescenti della forza magnetizzante. Il fenomeno si deve inoltre complicare a motivo del tempo che richiede il ferro per magnetizzarsi e smagnetizzarsi; ed infatti da certe prove fatte dal signor Gaulard all'Esposizione di Torino (1) si dedurrebbe che k non diminuisce indefinitamente al crescere della velocità, ma oltre le 300 inversioni al secondo arriverebbe ad un minimo per poi aumentare.

In ciascuno dei tre prospetti che seguono, ho raccolto le esperienze relative ad una data velocità della macchina (40 giri al secondo), e ad una data resistenza R del circuito primario, con diverse resistenze R' del secondario. Applicando alla formula (6)' il metodo dei minimi quadrati, si sono calcolati i valori di μ^2 e λ'^2 più compatibili coi numeri della terza e della quarta colonna, poi con questi valori e colla (6)' si è calcolato k , registrando i risultati ottenuti nella quinta colonna, e segnando nell'ultima le differenze fra il calcolo e l'osservazione.

(1) V. Ferraris. *Mem. cit.*, pag. 55 in nota.

TAVOLA V.

R Resistenza primaria costante. — R' Resistenza secondaria variabile.

N	R	R'	$\frac{A^2}{A'^2}$ osserv.	$\frac{R'^2 + \lambda'^2}{\mu^2}$ calcol.	Differ.	$k = \frac{A^2}{A'^2} = \frac{R'^2 + \lambda'^2}{\mu^2}$ $\frac{1}{\mu^2} = 0,1986; \quad \frac{\lambda'^2}{\mu^2} = 1,0653$ $\frac{\mu}{2\pi n} = M = 0,00893; \quad \frac{\lambda'}{2\pi n} = L' = 0,00921$ $n = 40$
24	1,029	0,251	1,032	1,078	-0,046	
23	1,029	0,635	1,120	1,145	- 25	
22	1,028	1,023	1,269	1,273	- 4	
16	1,025	1,201	1,336	1,352	- 16	
17	1,026	1,605	1,594	1,577	+ 17	
15	1,026	2,183	2,043	2,012	+ 31	
47	1,026	2,682	2,532	2,494	+ 38	
19	1,023	2,683	2,569	2,495	+ 74	
20	1,024	3,231	3,111	3,139	- 28	
48	1,024	3,891	4,030	4,072	- 42	

TAVOLA VI.

R Resistenza primaria costante. — R' Resistenza secondaria variabile.

N	R	R'	$\frac{A^2}{A'^2}$ osserv.	$\frac{R'^2 + \lambda'^2}{\mu^2}$ calcol.	Differ.	$\frac{1}{\mu^2} = 0,1968; \quad \frac{\lambda'^2}{\mu^2} = 1,0650$ $n = 40$ $M = 0,00897; \quad L' = 0,00926$
29	3,003	0,318	1,038	1,085	-0,047	
30	2,999	0,635	1,110	1,142	- 32	
31	3,001	1,024	1,273	1,272	+ 1	
32	3,002	1,607	1,587	1,573	+ 14	
34	2,992	2,183	2,040	2,003	+ 37	
33	3,000	2,680	2,504	2,479	+ 25	
36	2,989	3,231	3,138	3,119	+ 19	
37	2,995	3,894	4,076	4,049	+ 27	
38	3,000	4,913	5,773	5,815	- 42	

TAVOLA VII.

R Resistenza primaria costante. — R' Resistenza secondaria variabile.

N	R	R'	$\frac{A^2}{A'^2}$ osserv.	$\frac{R'^2 + \lambda'^2}{\mu^2}$ calcol.	Differ.	$\frac{1}{\mu^2} = 0,1905; \quad \frac{\lambda'^2}{\mu^2} = 1,1021$ $n = 40$ $M = 0,00912; \quad L' = 0,00957$
40	10,856	0,588	1,099	1,163	-0,069	
41	10,844	1,023	1,240	1,301	- 61	
42	10,864	1,608	1,617	1,595	+ 22	
43	10,858	2,183	2,082	2,010	+ 72	
44	10,861	2,685	2,545	2,475	+ 70	
45	10,855	4,913	5,667	5,700	- 33	

Confrontando fra di loro i valori dei coefficienti di induzione M ed L' ottenuti in queste tre tavole, si scorge che aumentano col crescere di R, e che l'aumento di L' è più rapido che non sia quello di M.

Quanto alle differenze inscritte nell'ultima colonna, esse variano con tale regolarità da indicare apertamente come k sia funzione di R' meno crescente di quanto vorrebbe la (6)" e con essa la costanza perfetta dei coefficienti di induzione M ed L' .

Nella Tavola VIII ho registrato alcune esperienze analoghe alle precedenti col solo divario che il fascio di ferro non era introdotto per intero, come al solito, nelle eliche del generatore secondario: ma ne sporgeva per circa un quarto della propria lunghezza. I coefficienti di induzione ne vengono naturalmente scemati; ma risultano minori dei $\frac{3}{4}$ dei valori trovati per essi, in condizioni analoghe, quando il nucleo era introdotto totalmente.

TAVOLA VIII.

Il nucleo di ferro sporge per $\frac{1}{4}$ dal generatore secondario.

A^* Deviazione del calorimetro prodotta dalla corrente primaria.

A'^* » » » » » secondaria.

N	R	R'	A^*	A'^*	k		Differ.	
					osserv.	calcol.		
52	1,026	0,636	86,11	26,95	1,339	1,351	-0,012	$\frac{1}{\mu^*} = 0,6850; \quad \frac{\lambda'^*}{\mu^*} = 1,0736$ $n = 40$ $M = 0,00481; \quad L' = 0,00498$
51	1,031	1,023	28,62	15,90	1,800	1,790	+ 10	
50	1,029	1,201	27,11	13,14	2,063	2,062	+ 1	
49	1,032	1,605	25,27	8,90	2,839	2,838	+ 1	

Ho voluto sottoporre al medesimo calcolo anche le esperienze del prof. Ferraris e quantunque esse, a motivo delle molte perturbazioni cui erano necessariamente soggette, presentino minore regolarità; pure lasciano intravedere anch'esse che la k cresce con R' meno rapidamente di quanto richiederebbe la (6)".

TAVOLA IX.

Esperienze del Prof. G. Ferraris.

N	R'	A'	A''	$k = \frac{t-t_0}{t^2-t_0^2}$		Differ.
				osserv.	calcol.	
1	4,70	6,62	6,35	1,042	1,085	-0,043
2	5,09	6,57	6,10	1,077	1,092	- 15
3	6,10	6,10	5,50	1,109	1,110	- 1
4	6,80	6,00	5,36	1,120	1,125	- 5
5	7,73	6,85	6,01	1,140	1,148	- 8
6	10,02	5,90	4,70	1,255	1,215	+ 40
7	10,02	6,00	5,00	1,200	1,215	- 15
8	12,12	5,80	4,35	1,333	1,292	+ 41
9	15,43	5,78	3,75	1,541	1,443	+ 98
10	17,70	6,25	3,95	1,582	1,568	+ 14
11	17,73	5,58	3,78	1,476	1,569	- 93
12	19,80	6,20	3,67	1,689	1,698	- 6
13	21,50	5,94	3,28	1,811	1,814	- 3

$$\frac{1}{\mu^2} = 0,001656; \quad \frac{\lambda^2}{\mu^2} = 1,049$$

$$n = 263$$

$$M = 0,01407; \quad L' = 0,01441$$

$$\mu^2 = 603,8; \quad \lambda^2 = 633,2$$

Non deve sorprendere che i valori per M ed L' ricavati dalle misure del Ferraris siano tanto diversi dai nostri: giacchè egli operava sopra un generatore secondario di modello più grande. Ma una circostanza è degna di nota, ed è che il prof. Ferraris per semplificare i calcoli, trascura fin da principio la differenza fra i due coefficienti di induzione; e chiama indifferentemente C' le due quantità da noi chiamate μ^2 e λ^2 . Assegna poi a C' un valore diverso da quelli calcolati di sopra, o precisamente troverebbe $C' = 500,1$ invece di 603 o 633. Questo valore non lo deduce però dalle esperienze surriferite, ma da altre nelle quali egli teneva aperto il circuito secondario.

Un risultato analogo m' hanno dato le esperienze raccolte nella seguente tavola, sebbene io, per la diversità del metodo seguito, abbia dovuto tener conto anche del coefficiente d' induzione della macchina magneto-elettrica.

Circuito secondario aperto, $R' = \infty$.

n Numero dei giri della macchina magneto-elettrica in 1^s .

J Intensità della corrente costante che svolgerebbe nel calorimetro lo stesso calore svolto dalla corrente primaria variabile.

L Coefficiente d'induzione sopra se stessa dell'intero circuito primario.

L_1 Coefficiente d'induzione sopra se stessa della macchina.

L' Coefficiente d'induzione sopra se stessa d'un'elica Gaulard.

N	"	R	A^*_0	J ampère	R_1	A^*_1	J_1 ampère	R_2	A^*_2	J_2	L	L_1	$L' = L - L_1$
{ 21	40	1,026	11,93	—	2,890	12,27	—	2,991	11,55	—	0,0118	0,0043	0,0075
{ 39	40	2,998	25,39	—	4,087	26,66	—	4,183	25,63	—	0,0134	0,0070	0,0064
68 {	40	3,001	29,87	1,635	4,181	29,71	1,631	—	—	—	0,0146	0,0089	0,0056
	30	3,001	22,75	1,427	4,181	18,49	1,287	—	—	—	—	—	—
69 {	40	10,87	29,92	0,937	11,28	30,37	0,944	—	—	—	0,0552	0,0532	0,0020
	30	10,87	18,85	0,744	11,28	18,73	0,742	—	—	—	—	—	—

Le deviazioni del calorimetro (A^*_0 , A^*_1) relative alle varie esperienze di questo prospetto non sono confrontabili fra di loro, perchè nel passare dall'una all'altra era stata variata la sensibilità dello strumento. I numeri delle tre ultime colonne sono stati calcolati secondo le formole (8)' e (8)" facendovi

$$C = n \epsilon$$

e prendendo ϵ costante: il che non è vero in generale a motivo della magnetizzazione indotta nella macchina; ma si può ammettere approssimativamente per correnti le cui intensità medie non sieno fra loro molto diverse. Il coefficiente L d'induzione totale del circuito sopra se stesso (incluso il generatore secondario) aumenta rapidamente al crescere della resistenza, ossia al diminuire dell'intensità media della corrente: e così pure il coefficiente d'induzione L_1 del circuito sopra se stesso quando il generatore secondario è escluso. Il coefficiente L' dell'elica Gaulard sopra se stessa (comprendente il nucleo di ferro), fu qui dedotto per differenza dai due precedenti; e però i numeri dell'ultima

colonna meritano minor fiducia, e non saprei ora vedere il perchè vadano diminuendo insieme coll'intensità della corrente: a meno che la magnetizzazione non si trovasse, per il ferro del generatore secondario e per quello della macchina, a distanza diversa dal punto d'inflessione di Wiedemann (1). Ma ad ogni modo non lasciano dubbio intorno alla circostanza che il coefficiente L' determinato, come qui, a circuito secondario aperto, risulta notevolmente minore di quando è determinato misurando l'energia che comparisce nel circuito secondario, come dalle tavole V, VI, VII. E ciò d'accordo con quanto si deduce dalle misure del prof. Ferraris.

Da tutto l'insieme delle esperienze riferite possiamo concludere che i coefficienti d'induzione, i quali sarebbero costanti se sussistesse la proporzionalità fra la magnetizzazione indotta nel nucleo di ferro e la corrente magnetizzante, sono invece variabili, come era prevedibile: ed *in generale diminuiscono al crescere della intensità media della corrente primaria e diminuiscono ancora di più quanto meno l'azione magnetizzante di essa è contrastata da quella della corrente secondaria.*

IV. *Riflessioni intorno al rendimento dell'apparecchio di Gaulard e Gibbs.*

Da quanto precede è messa in chiaro l'insufficienza della svolta teoria a render conto esatto del modo nel quale si repartisce col generatore secondario l'energia fornita dalla macchina magnetoelettrica: e tale insufficienza fa sorgere naturalmente il dubbio che la porzione d'energia, che passa nel nucleo di ferro sotto forma di calore, possa essere di qualche entità. È ben vero che il prof. Ferraris la stima inferiore all'uno per cento di quella che passa nel circuito secondario; ma, se sono ingegnosissimi gli artifici dei quali si è valso per provarlo, la dimostrazione è di necessità troppo indiretta ed involuta perchè riesca schietamente accettabile senza veruna riserva: in guisa che, se si volesse il valore esatto di tale energia, non sarebbe superfluo determinarlo sia col misurare mediante un freno dinamometrico il lavoro che propriamente si spende intorno alla macchina, o sia col racchiu-

(1) Gustav Wiedemann. *Die Lehre von der Elektrizität*, 1883; Vol. III, pag. 426.

dere il fascio di ferro in una specie di dilatometro: cose queste che si possono tentare da chi abbia mezzi per fare andare gli apparecchi con la molta potenza che si usa nella pratica.

Comunque si sia, le considerazioni del prof. Ferraris, corroborate dalle ricerche di E. Warburg ed L. Hönig ⁽¹⁾ e dalle più recenti di A. Oberbeck ⁽²⁾, sono più che sufficienti perchè sia permesso trascurare, *come prima approssimazione*, il calore svolto nel nucleo: e con ciò ritenere che tutta l'energia fornita dalla macchina magneto-elettrica venga espressa dalla somma del calore svolto nei due circuiti primario e secondario, conforme alla legge di Joule.

Con tale supposizione, ci faremo a studiare in qual modo si debba determinare il valore economico del sistema d'illuminazione Gaulard e Gibbs.

Il coefficiente di trasformazione esterna del generatore secondario, che esprime qual parte dell'energia consegnata all'apparecchio comparisca al di fuori della spirale secondaria, è stato da noi espresso con:

$$(17) \quad G_0 = \frac{R' - \rho'}{R' + k\rho} = \frac{\mu^2 (R' - \rho')}{\mu^2 R' + R'^2 \rho + \lambda'^2 \rho}$$

dove ρ e ρ' sono le resistenze delle due eliche primaria e secondaria, R' l'intera resistenza secondaria, e k è il solito rapporto delle quantità di calore svolte durante l'unità di tempo nell'unità di resistenza del circuito primario e del secondario: quantità di calore che chiameremo γ e γ' .

Affinchè questo coefficiente esprimesse il rendimento utile del sistema Gaulard e Gibbs, confronto a quello conseguibile in un circuito semplice, bisognerebbe che in ambo i casi si potesse ricavare, il medesimo effetto utile col medesimo sacrificio d'energia. Ma è facile convincersi che ciò non regge, poichè per tenere accese certe date lampade bisogna lasciare sulla linea quantità diverse di calore secondo che si ricorra all'uno o all'altro sistema.

(1) *Ueber die Wärme, welche durch periodisch wechselnde magnetisirende Kräfte im Eisen erzeugt wird.* — *Wiedemann's Annalen* 1883, XX, pag. 814.

(2) *Ueber magnetische Schwingungen.* — *Die magnetisirende Wirkung derselben.* — *Id. id.* 1884, XXI, pag. 672.

Caso d' un solo generatore secondario. — Infatti cominciamo dal caso più semplice che sulla linea si trovi un solo generatore secondario, il quale alimenti una sola lampada e supponiamo che per il buon andamento di questa le si debba comunicare, per la (12), il calore :

$$\gamma' = 2nc'$$

ad ogni secondo e per ogni *ohm* della resistenza che essa presenta. È chiaro che, se la lampada fosse inserita in circuito semplice con la macchina, si dovrebbe comunicare la stessa quantità di calore γ' ad ogni *ohm* della linea. Invece col sistema Gaulard e Gibbs un *ohm* della linea riceve, per la (11), il calore:

$$\gamma = 2nc$$

Ma è per (9), (6) e (18)

$$(19) \quad \frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{c}{c'} = \frac{A'^2}{A'^2} = k = \frac{R'^2 + \lambda'^2}{\mu^2} = \frac{R'^2}{4\pi^2 n^2 M^2} + \frac{L'^2}{M^2}$$

ed anche se k , contrariamente alle prove fatte dallo stesso Gaulard, diminuisse indefinitamente al crescere della velocità n , pur tuttavia al limite, per una velocità infinita, essendo di necessità $L' > M$, sarà sempre $k > 1$.

Dunque il calore che rimane sulla linea è maggiore col sistema Gaulard e Gibbs che col sistema ordinario. Dunque il coefficiente di trasformazione G_0 non può dare nessun criterio del sacrificio che si deve fare per usufruire dei comodi che presenta l'uso del generatore secondario.

Ecco a parer mio il modo equo di trattar la questione.

Sia P la resistenza della lampada, sia Q la resistenza della linea insieme con la macchina. Ricorrendo al circuito semplice, l'energia:

$$\gamma' P$$

che riceve la lampada starà all'energia:

$$\gamma' (P + Q),$$

che si spende e che viene comunicata all'intero circuito, nel rapporto:

$$(20) \quad S = \frac{P}{P+Q}$$

che esprimerà il rendimento del sistema solito.

Togliamo la lampada dal circuito, inseriamovi invece la spirale primaria del Gaulard, di resistenza ρ : e la resistenza del circuito primario diverrà:

$$R = Q + \rho;$$

mentre che il secondario sarà costituito dall'altra spirale di resistenza ρ' e dalla lampada, per cui avrà la resistenza:

$$R' = P + \rho'.$$

Se il calore utilizzato nella lampada è anche in questo caso $\gamma'P$, l'unità di resistenza del primario dovrà ricevere invece di γ' una quantità di calore γ : e però la totalità dell'energia spesa, e che supponiamo comparisca per intero nei due circuiti, sarà:

$$\gamma R + \gamma' R' = \gamma(Q + \rho) + \gamma'(P + \rho').$$

Quindi il rendimento di questo nuovo sistema riceverà l'espressione:

$$(21) \quad G_1 = \frac{\gamma' P}{\gamma'(P+\rho')+\gamma(Q+\rho)} = \frac{P}{P+\rho'+k(Q+\rho)}.$$

E per conseguenza il rendimento utile del sistema Gaulard e Gibbs relativamente a quello del circuito semplice sarà espresso da:

$$(22) \quad g = \frac{G_1}{S} = \frac{\gamma'(P+Q)}{\gamma'(P+\rho')+\gamma(Q+\rho)} = \frac{R'-\rho'+R-\rho}{R'+kR}$$

dove k è il solito rapporto dato dalla (19).

Notiamo che questo coefficiente esprime pure il rapporto del lavoro elettrico richiesto dal metodo solito a quello necessario adoperando il generatore secondario, per ricavarne la medesima illuminazione: e potremo denominarlo *coefficiente economico* del sistema Gaulard e Gibbs, relativamente al circuito semplice.

Mentre la resistenza della macchina e della linea non compare per nulla nel coefficiente di trasformazione dato dalla (17), ha invece una grande influenza sul coefficiente economico: e i due coefficienti coincidono nel solo caso che la resistenza

della linea sia trascurabile rispetto alla resistenza della spirale primaria.

Quantunque le mie esperienze di gabinetto non possano avere nessun significato industriale, specialmente a cagione del piccolo numero d'inversioni ($n = 40$ in 1^a al più), che mi era imposto; pur tuttavia stimo istruttivo il seguente prospetto che ho ricavato da esse. Vi ho registrato i coefficienti di trasformazione G_0 , corrispondenti alle resistenze secondarie R' e calcolati introducendo nella (17) i valori di k , tratti dall'esperienze e consegnati nelle tavole V, VI e VII. Vi ho segnati anche i coefficienti economici g accanto alle rispettive resistenze primarie R , calcolandoli mediante la (22).

TAVOLA XI.

G_0 Coefficienti di trasformazione esterna.

g Coefficienti economici.

N	R'	G_0	R	g	G_0	R	g	G_0	R	g
24	0,251	0,165	1,029	0,704	—	—	—	—	—	—
29	0,318	—	—	—	0,270	3,003	0,863	—	—	—
40	0,588	—	—	—	—	—	—	0,518	10,856	0,885
23	0,635	0,547	1,029	0,732	—	—	—	—	—	—
30	0,635	—	—	—	0,549	2,999	0,827	—	—	—
22	1,023	0,677	1,028	0,729	—	—	—	—	—	—
31	1,024	—	—	—	0,677	3,001	0,758	—	—	—
41	1,023	—	—	—	—	—	—	0,680	10,844	0,796
16	1,201	0,711	1,025	0,728	—	—	—	—	—	—
.....										
17	1,605	0,756	1,026	0,702	—	—	—	—	—	—
32	1,607	—	—	—	0,757	3,002	0,668	—	—	—
42	1,608	—	—	—	—	—	—	0,755	10,864	0,632
15	2,183	0,789	1,026	0,667	—	—	—	—	—	—
34	2,183	—	—	—	0,789	2,992	0,582	—	—	—
43	2,183	—	—	—	—	—	—	0,786	10,858	0,512
47	2,682	0,801	1,026	0,635	—	—	—	—	—	—
19	2,683	0,799	1,023	0,631	—	—	—	—	—	—
33	2,680	—	—	—	0,802	3,000	0,522	—	—	—
44	2,685	—	—	—	—	—	—	0,800	10,861	0,435
20	3,231	0,808	1,024	0,608	—	—	—	—	—	—
36	3,231	—	—	—	0,807	2,989	0,465	—	—	—
48	3,891	0,807	1,024	0,569	—	—	—	—	—	—
37	3,894	—	—	—	0,806	2,985	0,406	—	—	—
38	4,913	—	—	—	0,799	3,000	0,340	—	—	—
45	4,913	—	—	—	—	—	—	0,802	10,855	0,232
Mass. per $R' = 3,432$		$R' = 0,917$		3,451	$R' = 0,171$		3,529	$R' = 0,025$		

Intanto si vede subito che il coefficiente di trasformazione va aumentando insieme con R' , mentre al contrario il coefficiente economico in generale va diminuendo al crescere della resistenza secondaria. Ed è degno di nota che il signor Gaulard cercava istintivamente di disporre le sue lampade in maniera che la resistenza esterna alla spirale secondaria fosse piuttosto piccola.

Stando alla (17), il coefficiente di trasformazione diventa massimo per

$$R' = \rho + \sqrt{\rho^2 + \frac{\lambda'^2 \rho + \mu^2 \rho'}{\rho}}$$

e con questa formola appunto e coi valori di μ^2 e λ'^2 tratti dalle tavole V, VI, VII sono stati calcolati i numeri iscritti a piedi delle colonne corrispondenti.

Invece, stando alla (22), il coefficiente economico g per un dato valore di Q o di R , ammette un massimo quand'è:

$$P = \sqrt{(Q - \rho')^2 + \lambda'^2 - \mu^2 \frac{Q - \rho'}{Q + \rho}} - Q$$

ossia quand'è:

$$(23) \quad R' = \sqrt{(R - \rho - \rho')^2 + \lambda'^2 - \mu^2 \frac{R - \rho - \rho'}{R}} - (R - \rho - \rho')$$

e quest' ultima formola ha servito a calcolare i valori di R' scritti in fondo alle relative colonne.

Una circostanza a prima giunta sembra paradossale, ed è che *il coefficiente economico possa riuscire maggiore quando si accresca la resistenza della linea*. Ma ciò si capisce pensando che l'energia spesa col sistema Gaulard e Gibbs aumenti meno rapidamente di quella spesa nel circuito semplice.

Infatti dalla (22) si deduce che g è funzione crescente di R per tutti i valori di R' inferiori a

$$k \frac{\rho + \rho'}{k - 1}$$

o, che torna lo stesso, finchè sia:

$$\frac{1}{k} > 1 - \frac{\rho + \rho'}{R'}$$

e si vede nella parte superiore della Tavola XI che per piccoli valori di R' il rendimento è maggiore quanto più grande è R , e che accade il rovescio nella parte inferiore per valori grandi di R' .

Dovrebbe essere interessante per gli industriali la Tavola XII compilata coi dati dell'esperienza del prof. Ferraris, ove accanto ai coefficienti di trasformazione esterna G_0 , da lui calcolati, e denominati coefficienti di rendimento utile ν , sono raccolti i coefficienti economici corrispondenti ad alcune resistenze primarie R , la maggiore delle quali fu scelta di 130 ohm, perchè all'incirca era quella che presentava il circuito fra Torino e Lanzo.

Mentre il coefficiente di trasformazione G_0 , come osserva il Ferraris, ha il valor massimo:

0,966 per $R' = 31,90$ ohm:

il coefficiente economico g , stando alla (23), ammette valori massimi diversi a seconda della resistenza R : e precisamente servendoci dei valori di μ^* e λ'^* calcolati alla Tavola IX, troviamo ad esempio che:

per $R = 130$ ohm il massimo di g corrisponderebbe ad $R' = 0,123$ ohm, e sarebbe $g_{\text{mass}} = 0,949$; per $R = 50$ ohm corrisponderebbe ad $R' = 1,365$ ohm, e sarebbe $g_{\text{mass}} = 0,945$ ecc.

TAVOLA XII.

Coefficienti di trasformazione e coefficienti economici dedotti dalle esperienze del Prof. Ferraris.

N	R'	ν	k	Valori di g per le resistenze primarie $R =$				
				130 ohm	100 ohm	50 ohm	20 ohm	10 ohm
1	4,70	0,885	1,042	0,957	0,956	0,953	0,947	0,935
2	5,09	0,893	1,077	0,927	0,927	0,925	0,921	0,916
3	6,10	0,910	1,109	0,902	0,902	0,902	0,903	0,904
4	6,80	0,918	1,120	0,894	0,894	0,896	0,899	0,902
5	7,73	0,926	1,140	0,880	0,880	0,883	0,890	0,898
6	10,02	0,941	1,255	0,805	0,808	0,817	0,839	0,862
7	10,02	0,941	1,200	0,840	0,842	0,849	0,866	0,884
8	12,12	0,949	1,333	0,763	0,767	0,782	0,814	0,847
9	15,43	0,956	1,541	0,671	0,677	0,701	0,754	0,806
10	17,70	0,960	1,582	0,659	0,666	0,694	0,753	0,809
11	17,73	0,960	1,476	0,702	0,709	0,734	0,787	0,836
12	19,80	0,962	1,689	0,623	0,635	0,664	0,732	0,797
13	21,50	0,963	1,811	0,587	0,597	0,633	0,709	0,781

Elica primaria $\rho = 0,276$, Elica secondaria $\rho' = 0,281$; $\mu^* = 603,8$; $\lambda'^* = 633,2$

Ho stimato superfluo calcolare i coefficienti economici e di trasformazione per velocità variabili, deducendoli dalla Tavola IV, giacchè entro i limiti imposti alle mie esperienze, altro non si potrebbe vedere se non che entrambi crescono insieme colla velocità.

Sarà piuttosto di qualche interesse il seguente problema.

Data la resistenza Q della linea e la resistenza P della lampada, ci sarà vantaggio ad escludere dal circuito primario una porzione della linea per includerla nel secondario, collocando così l'apparecchio Gaulard in un punto intermedio fra le due stazioni?

Sia x la porzione della linea che s'include nel circuito secondario: ed il coefficiente economico riceverà in tal caso l'espressione:

$$g_x = \frac{P + Q}{P + \rho' + x + \frac{(P + \rho' + x)^2 + \lambda'^2}{\mu^2} (Q + \rho - x)},$$

la quale, supponendo per semplicità che sia $\lambda' = \mu$ e $\rho' = \rho$, ammette un minimo per

$$x = \frac{2Q + \rho - P}{3}.$$

Ma siccome dev'essere necessariamente:

$$x < Q,$$

così il valore più grande possibile di g_x al di là di questo minimo, sarà per $x = Q$, e tale valore sarà minore di quello corrispondente ad $x = 0$, ogniqualvolta sia:

$$P^2 < \rho(Q + \rho').$$

Dunque nei casi nei quali questa condizione sia verificata, sarà più vantaggioso porre il generatore secondario in prossimità della lampada. Negli altri casi vi sarebbe invece vantaggio a collocarlo vicino alla macchina dinamo-elettrica. Se non che allora svanirebbe ogni convenienza di ricorrere all'apparecchio Gaulard e Gibbs.

Caso di più lampade affidate ad un generatore secondario. —

È evidente che tutto quanto si è detto fin qui vale pure pel caso che, invece di una sola lampada sieno alimentate dal generatore più lampade o disposte in serie, oppure in archi multipli. Basterà sostituire alla resistenza della lampada unica o la somma delle resistenze della serie, o l'inversa delle conducibilità del fascio formato con quelle lampade date.

Possiamo dunque concludere che in tutti questi casi, essendo $g < 1$, l'impiego del generatore secondario richiederebbe un sacrificio d'energia, sacrificio che non so vedere da che cosa possa esser compensato. Ed invero l'utilità del sistema Gaulard e Gibbs, e l'interessamento che ha suscitato, non trovano giustificazione se non quando più generatori secondari siano inseriti in una medesima linea, che allora essi rendono possibile l'alimentazione simultanea di lampade di tutti i tipi più disparati, e distribuite a piacere nei vari punti della linea di qualsiasi lunghezza.

È tale e tanta l'importanza tecnica di questa possibilità da far dichiarare alle persone più competenti in materia (1) che la questione del rendimento meccanico diventa, per la pratica, quasi quasi oziosa.

Ad onta di ciò noi vogliamo continuare a discuterla un poco, ed arriveremo alla conclusione inaspettata che *il sistema Gaulard e Gibbs non solamente è comodo, ma può anche riuscire meccanicamente economico!*

Caso di una lampada che chiude più generatori secondari in archi multipli. — Le eliche primarie di z apparecchi Gaulard, tutti eguali fra loro, sieno disposte in serie sulla linea di resistenza Q : e le eliche secondarie vengano chiuse, una accanto all'altra, dalla lampada di resistenza P .

Chiamiamo γ , l'energia che in questo caso deve assorbire la linea per ohm e per secondo affinchè nella lampada si utilizzi, come dianzi, l'energia $\gamma' P$.

Siccome in ciascuna spirale secondaria l'energia svolta per

(1) Prof. G. Colombo. *Le système Gaulard et Gibbs à l'Exposition de Turin* — *La Lumière électrique*, 11 Octobre 1884.

ohm e per secondo è $\frac{\gamma'}{z^2}$ e quindi in tutte è $z \frac{\gamma'}{z^2} \rho'$, così il lavoro totale necessario sarà:

$$\gamma' P + \frac{\gamma'}{z} \rho' + \gamma_1 (Q + z\rho).$$

Il lavoro necessario per tenere accesa la lampada nelle medesime condizioni col sistema ordinario sarebbe invece:

$$\gamma' (P + Q)$$

Dunque in questo caso il coefficiente economico relativo diventa:

$$g_1 = \frac{P + Q}{P + \frac{\rho'}{z} + \frac{\gamma_1}{\gamma'} (Q + z\rho)}.$$

Per trovare il valore di $\frac{\gamma_1}{\gamma'}$ basterà riflettere che ognuno di questi generatori si troverà nelle condizioni medesime come se agisse indipendentemente dagli altri essendo chiuso con una resistenza esterna zP e venisse percorso da una corrente capace di svolgere il calore $\frac{\gamma'}{z^2}$ per ohm e per secondo, così che il nostro k verrà espresso in questo caso da:

$$k_1 = \frac{z^2 \gamma_1}{\gamma'} = \frac{(zP + \rho')^2 + \lambda'^2}{\mu^2}$$

per cui il coefficiente economico riceverà l'espressione:

$$g_1 = \frac{P + Q}{P + \frac{\rho'}{z} + \frac{(Pz + \rho')^2 + \lambda'^2}{z^2 \mu^2} (Q + z\rho)}$$

e potrà riuscire maggiore dell'unità quando la resistenza Q della linea sia grande e quella della lampada P sia piccola.

Caso di più lampade alimentate da più generatori secondari in linea. — Sieno ora più apparecchi Gaulard disposti uno dietro l'altro nel circuito primario e ciascuno alimenti delle lampade indipendentemente dagli altri. In tal caso nulla si deve cambiare nelle nostre formole, se non che porre pel coefficiente d'induzio-

ne L sopra se stesso del circuito primario la somma di tutti i coefficienti delle spirali primarie e di quello della macchina: e porre per ρ la somma delle resistenze delle spirali medesime. Notiamo che il rapporto k relativo a ciascun generatore non verrà punto alterato. Per semplicità supporremo che gli n apparecchi messi in circuito sieno tutti uguali fra loro: e che ciascuno alimenti una lampada di resistenza P . — Se per ogni ohm delle lampade si richiede in un secondo la quantità di calore equivalente a γ' unità di lavoro, l'energia assorbita dalle lampade, che rappresenta il lavoro utile, sarà $n \gamma' P$ ed a questa bisognerà aggiungere l'energia $n \gamma' \rho$ assorbita dalle eliche secondarie, e l'energia $\gamma (Q + n \rho)$ richiesta dal circuito primario: dunque in tutto il lavoro necessario sarà:

$$n \gamma' (P + \rho) + \gamma (Q + n \rho).$$

Le medesime n lampade non si potrebbero, com'è noto, mettere in serie sopra una sola linea, perchè ogni perturbazione d'una sola di esse, le turberebbe tutte. V'è chi ha consigliato il rimedio di adoperare correnti alternate e di provvedere ciascuna lampada d'una derivazione formata d'un conduttore avente pari resistenza e grandissima induzione sopra se stesso; ma non so se questa idea abbia bene corrisposto all'atto pratico. Certamente in pratica fa ottima prova la disposizione dell'Edison, con tutte le lampade in derivazione.

Con tale disposizione, se si tratta delle nostre n lampade che ricevono in un secondo l'energia:

$$n \gamma' P,$$

l'intensità della corrente sulla linea di resistenza Q dovrà essere n volte quella di ciascuna lampada, così la linea assorbirà per ohm e per secondo il lavoro $n^2 \gamma'$ ed in tutto si richiederà quindi il lavoro:

$$n \gamma' P + n^2 \gamma' Q.$$

Il coefficiente economico relativo ai due sistemi sarà dunque:

$$g' = \frac{n \gamma' (P + n Q)}{n \gamma' (P + \rho) + n \gamma \left(\frac{Q}{n} + \rho \right)}$$

ossia, ponendo al solito:

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = k = \frac{(P + \rho')^2 + \lambda'^2}{\mu^2},$$

$$g' = \frac{P + nQ}{P + \rho' + k\left(\frac{Q}{n} + \rho\right)},$$

la quale espressione, non solamente può rendersi maggiore dell'unità; ma cresce indefinitamente col numero delle lampade: e la superiorità del sistema Gaulard e Gibbs sarà più rilevante quanto maggiore sia la resistenza della linea.

Un esempio numerico non sarà superfluo per chiarir meglio questo punto, che a me pare di grande importanza industriale.

Si tratti di $n = 3000$ lampade da $P = 70$ ohm l'una, ed ammettiamo pure che le resistenze delle eliche Gaulard sieno $\rho = \rho' = 0,28$ e supponiamo che sia $\mu^2 = 600$, $\lambda'^2 = 630$. Con questi dati cerchiamo quale resistenza Q possa avere la linea affinchè sia ancora vantaggioso il sistema Gaulard e Gibbs di fronte all'Edison.

Dovrà essere:

$$g' > 1$$

cioè:

$$nQ > \rho' + k\left(\frac{Q}{n} + \rho\right)$$

e per $\rho = \rho'$

$$Q > n\rho \frac{1+k}{n^2-k}.$$

Ma

$$k = \frac{(P - \rho')^2 + \lambda'^2}{\mu^2} = \frac{5490}{600} = 9,15.$$

Dunque basta che sia

$$Q > 0,001.$$

E la linea Edison, compresa la macchina dinamo-elettrica, dovrebbe superare, e di parecchio, il millesimo di ohm.

Ponendo poi $Q = 0,6$, si ottiene pel coefficiente economico relativo di questi due sistemi:

$$g = 25,7,$$

cosicchè il sistema Edison richiederebbe più di 25 volte il lavoro richiesto dal sistema Gaulard e Gibbs. Ma bisognerebbe mettere in bilancio gl'interessi del costo di 3000 generatori secondari.

Proviamoci di scemare il numero dei generatori secondari riducendolo ad x ed affidando a ciascuno y lampade disposte in derivazione, talchè sia $xy = n$. Allora mediante considerazioni analoghe a quelle da noi già troppo ripetute, si ricava pel coefficiente economico l'espressione:

$$g_1 = \frac{n\mu^2(P + nQ)}{n\mu^2(P + y\rho') + [(P + y\rho')^2 + \lambda'^2 y^2] \left(Q + \frac{n}{y} \rho \right)}$$

la quale, per $x = 100$ ed $y = 30$ e coi precedenti dati numerici, fornisce:

$$g_{10} = 21,4.$$

Talchè, con soli cento generatori secondari, prescindendo dagli altri vantaggi del sistema Gaulard e Gibbs, il consumo di energia si ridurrebbe a meno d'un ventesimo di quanto è necessario col sistema Edison!

Molti altri problemi si affacciano alla mente; ma ne lascio la soluzione agl'ingegneri, temendo d'essermi già troppo avventurato in un campo che non è il mio.

Qui mi piace concludere segnalando la circostanza che il sistema d'illuminazione Gaulard e Gibbs, non solo ha reso possibile di alimentare sopra una sola linea le lampade di tutti i tipi, ma può anche presentare un notevolissimo risparmio di energia in confronto dei sistemi finora praticati.

Porgo i più sentiti ringraziamenti al sig. Adolfo Heydweiller, il quale con rara assiduità mi ha aiutato nelle esperienze, e con pazienza unica ha eseguito quasi tutti i calcoli numerici.

Firenze, 1° aprile 1885.