zum Heizen dient, für chemische Laboratorien sich besonders eignet. Obwohl sich dieser principiell von dem früher beschriebenen nicht unterscheidet, so ist noch anzuführen, daß an demselben der mit dem Schlitz versehene Glascylinder auf dem Röhrenende f luftdicht aufgeschliffen ist, daß ferner sowohl das Gefäß, welches den Cylinder einschließt, als auch jenes, welches den Schwimmer umgiebt, durch entsprechende aufgeschliffene Glasstürze verschließbar sind, und daß die ganze Vorrichtung von einem, mit einer Schraube horizontal stellbaren Untersatze getragen wird.

Wien, im September 1876.

IV. *Beitrag zu Boltzmann's Theorie der elastischen Nachwirkung;* von F. Kohlrausch.

Die elastische Nachwirkung verdankt der neueren Zeit die Bearbeitung nach der bis dahin nicht entwickelten theoretischen Seite.

Zuerst hat O. E. Meyer¹⁾ eine Grundlage der Erscheinung in der inneren Reibung der Körper gesucht. Ich habe schon vor 10 Jahren (CXXVIII, 413) einige Gründe entwickelt, aus denen ich diese nächstliegende Auffassung der Erscheinung mir nicht aneignen konnte, und ich glaube auch jetzt noch bei dieser Meinung beharren zu müssen. Ein Erklärungsversuch der Nachwirkung durch Reibung im gewöhnlichen Sinne erschien mir nämlich deswegen unzulänglich, weil Nachwirkungen auch bei constanter Gestalt eines Körpers — ich gebrauchte damals das Beispiel eines plötzlich verlängerten oder verkürzten Drahtes, dessen Spannung sich nach der Gestalts-

1) O. E. Meyer, Pogg. Ann. CLI, 108; CLIV, 359.

änderung allmählich ändert, ohne daß während dieser Zeit die Theilchen eine Verschiebung erfahren — d. h. ohne innere Reibung in Meyer's Sinne beobachtet werden. Dieser Einwand gegen die Reibungstheorie ist von Boltzmann¹⁾ und Streintz²⁾ seitdem weiter ausgeführt worden. Freilich kann Meyer's Theorie, wie derselbe den genannten Einwänden entgegenhält, auch die Nachwirkung bei äußerlich constanter Gestalt umfassen, aber nur unter der Voraussetzung, daß z. B. obiger Draht in verschiedenen Querschnitten zu gleicher Zeit eine verschiedene Spannung besitze. Auch die Beobachtung, welche ich gemacht habe (CLVIII, 371), daß in einem Körper mehrere Nachwirkungen gleichzeitig vorhanden seyn, also gewissermaßen übereinandergelagert seyn können, würde unter der Annahme eines ungleichen Zustandes in verschiedenen Theilen des Körpers mit Meyer's Theorie verträglich seyn. Aber eben diese Annahme würde doch wohl auf die ungeheuer langsam verlaufenden Erscheinungen der Nachwirkung nicht angewandt werden können, ohne zugleich die bisherigen Vorstellungen über die Trägheit der Masse abzuändern, und bei einer solchen Tragweite scheint es gewagt sich dieser Vorstellungen zu bedienen, ehe ganz unzweideutige Beweise für ihre Richtigkeit vorliegen.

Ganz neulich hat ferner Neesen³⁾ eine Erklärung über die Nachwirkung aus einer Wechselwirkung bewegter Molecüle zu entwickeln versucht, die gleichfalls eine Art von Reibung genannt werden kann. Zu einer bestimmten Gleichung für die Nachwirkung führt diese Entwicklung bis jetzt nicht. Dagegen leitet sie nach Neesen ebenfalls zu der Folgerung, die ich eben als eine bedenkliche bezeichnet habe.

Abweichend von den genannten Verfassern verfährt Boltzmann (l. c.), zu dessen Theorie ich hier einen kleinen Beitrag geben möchte. Er macht lediglich die

1) Boltzmann, Pogg. Ann. Ergänzungsbd. VII, 624.

2) Streintz, Pogg. Ann. CLIII, 405.

3) Neesen, Pogg. Ann. CLVII, 579.

Annahme — ohne übrigens eine physikalische Erklärung dafür zu versuchen —, daß nach der Gestaltsänderung eines Körpers die früheren Gestalten in einer gewissen Weise noch einen Einfluß auf die derzeitigen Molecularkräfte ausüben. Er entwickelt für einige dem Versuch zugängliche Verhältnisse (welche meistens den von mir früher gewählten entsprechen) die Folgerungen aus dieser Annahme, indem er den genannten Einfluß zuerst in einer allgemeinen Form einführt, und sucht dann durch die Erfahrung einer bestimmten Form näher zu treten. Ich glaube, daß dieser Weg, wenn er auch einstweilen noch zu keiner *physikalischen* Theorie führt, und wenn auch die bisherigen Annahmen unstreitig noch einiger Abänderungen oder Ergänzungen bedürfen, eine große Beachtung verdient. Ich muß bedauern, daß bei dem Erscheinen von Boltzmann's Arbeit meine letzten Beobachtungen über die Nachwirkung (CLVIII, 337) schon abgeschlossen waren, sonst würde ich daraus manche Gesichtspunkte der Untersuchung entnommen haben.

1. Das Princip der Uebereinanderlagerung mehrerer Nachwirkungen.

Von den Bemerkungen, welche ich zu Boltzmann's Theorie mir erlauben möchte, betrifft die eine das von ihm angenommene *Princip der Superposition*, wonach in einem Körper mehrere Nachwirkungen sich einfach summiren sollen.

Die Zulässigkeit dieses Princip's betreffend, so spricht sich dasselbe in der That in den sämtlichen von mir untersuchten Fällen in der Weise aus, wie auch für die gewöhnlichen elastischen Verschiebungen die Superposition gilt: deformirt man nämlich einen Körper bei zwei Versuchen in gleicher Art und während gleicher Zeiten, aber verschieden stark, so ist die anfängliche Nachwirkung beiläufig proportional der Größe dieser Deformation, und auch ihr Verschwinden findet nahe, wenn auch nicht genau in proportionaler Weise statt ¹⁾.

1) Vgl. Pogg. Ann. CXIX, 345; CLVIII, 338, 347, 357, 360, 371.

Nun aber entsteht zweitens die Frage, wie sich verschiedene Deformationen, welche *zeitlich* aufeinander folgen, in ihrer Gesamt-Nachwirkung äussern. Dafs auch hier eine gewisse Uebereinanderlagerung stattfindet, zeigt sich in dem ganzen Charakter der Nachwirkung auf das Deutlichste; am schlagendsten wohl in dem vorhin erwähnten Wechsel des Vorzeichens der Nachwirkung nach verschiedenen gerichteten Deformationen (CLVIII, 371). Der Boltzmann'schen Theorie liegt aber die Uebereinanderlagerung als einfache Summirung zu Grunde. Ob diese stattfindet, darüber kann nach meiner Meinung nur die Erfahrung entscheiden. Von vornherein läfst sich schon deswegen gar nichts darüber sagen, weil wir ja vollkommen im Dunklen sind über die Art, *wie* überhaupt ein Einflufs der bereits vergangenen Verschiebungen zu Stande kommt.

Boltzmann meint, dafs wenigstens für nicht zu grofse Deformationen die Summirung ziemlich plausibel sey (l. c. S. 629). Aber auch dieser begränzten Meinung kann ich nicht beistimmen, schon aus dem Grunde, weil doch die Deformationen immer sehr grofs sind gegen die Nachwirkung. Am ersten könnte man das Princip wohl für kurz dauernde Verschiebungen im Zusammenwirken mit länger dauernden von vornherein zugeben. Wenigstens ist es für diesen Fall bis zu gewissen Gränzen immer stillschweigend angenommen worden, indem man ja sonst bei Beobachtungen über statische Nachwirkung Anfangsbewegungen der Körper vollständig hätte vermeiden müssen.

Es ist, um die Frage nach der einfachen Summirung verschiedener Nachwirkungen in einem Körper zu prüfen, offenbar zweckmäfsig, diese Frage ganz für sich zu behandeln, was leicht in folgender Weise geschehen kann. Die Nachwirkung nach einer Verschiebung von der Dauer T betrage zur Zeit t nach der Aufhebung dieser Verschiebung noch a_t ; nach einer gleich grofsen Verschiebung von der Dauer nT betrage sie A_t . Wenn n eine ganze Zahl ist, so spricht sich dann das Princip der Superposition in der Formel aus

$$A_t = a_t + a_{T+t} + a_{2T+t} + \dots + a_{(n-1)T+t}.$$

Diese Beziehung soll zunächst an den von Boltzmann beobachteten Nachwirkungen eines gedrillten *Glasfadens* von $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1 und 2^{min} Dauer und dann an einigen von meinen Beobachtungen geprüft werden. Ich stellte Boltzmann's Zahlen¹⁾, welche sehr regelmässig verlaufen, graphisch dar und entnahm aus den Curven einige zusammengehörige A und a . Bezeichnet A den Ueberschuß der nach dem Princip der Superposition berechneten GröÙe über die beobachteten A_t , so erhält man

$nT = \frac{1}{2} \text{ min}$			1 min			2 min			2 min		
$T = \frac{1}{4} \text{ min}$			$\frac{1}{2} \text{ min}$			1 min			$\frac{1}{2} \text{ min}$		
t	A_t	A	t	A_t	A	t	A_t	A	t	A_t	A
^{min}			^{min}			^{min}			^{min}		
1,87	10,3	+0,2	1,75	18,4	+1,6	1,5	34,0	+1,0	1,75	30,5	+3,5
2,87	7,2	-0,3	2,5	13,9	+1,3	2,5	23,9	+0,3	3,75	17,8	+1,3
5,0	4,3	-0,2	4,5	8,3	+0,8	4,5	15,5	-0,2			
			9,5	4,2	+0,3	9,5	8,5	-0,4			
			15	2,7	=	19,5	4,5	-0,6			

Es zeigt sich also hier das Princip der Summirung zeitlich aufeinanderfolgender Nachwirkungen mit ziemlicher Annäherung erfüllt, wie man übrigens schon aus Boltzmann's Rechnungen schließen konnte. Die Regelmäßigkeit des Vorzeichens und das Wachstum der Differenzen, wenn man die Nachwirkung für $nT = 2^{\text{min}}$ einmal aus $T = 1^{\text{min}}$, dann aber für $T = \frac{1}{2}^{\text{min}}$ berechnet, zeigt freilich an, daß keine genaue Gültigkeit stattfindet, und wie es scheint, würden die Unterschiede A in den früheren Zeiten noch zunehmen.

Von sonstigen Beobachtungen, welche diesen am Glasfaden angestellten entsprechen²⁾, kenne ich nur meine

- 1) Boltzmann, l. c. Nachtrag; wobei zu beachten ist, daß dort die Zeit nicht von dem Ende, sondern von der Mitte der Torsionsdauer gerechnet wird.
- 2) Ueber einige in anderer Weise ausgeführte Versuche vgl. den nächsten §, dessen Rechnungen auf dem Princip der Superposition beruhen.

eigenen am *Silberdraht*, unter denen eine Anzahl zur Prüfung der Superposition sehr geeignet ist. Die Torsionen betragen sämtlich 180° und hatten eine Dauer von $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, 1, 2, 5 und 10^{min}). Die Beobachtungen folgten einander in der unten unter No. angegebenen Reihenfolge, mit einem Zwischenraum von je 2 Tagen. Die Temperaturen lagen zwischen $11^\circ,2$ und $14^\circ,1$, so daß man die Beobachtungen nach der CXXVIII, 222 gegebenen Regel mit genügender Sicherheit auf eine gemeinsame Temperatur 13° zurückführen konnte.

Die Ueberschreitungen der Elasticitätsgränze waren bei dem schon sehr oft in gleichem Sinne gedrehten Drahte höchst unbedeutend. Bei sämtlichen Versuchen zusammen genommen belaufen sie sich auf 10 Scalentheile oder etwa $\frac{1}{10}$ Bogengrade, wovon je $2''$ auf No. 1 und 5 und $5''$ auf No. 2 kommen. Dabei gelten als Ruhelagen die nach 2 Tagen beobachteten Einstellungen.

Zur Prüfung des Principes der Superposition greife ich bei jeder Beobachtungsreihe drei Zeiten heraus, wobei $t = 0^{\text{min}}$, 4 als die erste Zeit gewählt ist, bei welcher man mit Sicherheit beobachten konnte, und $t = 25^{\text{min}}$ als letzte Zeit, weil später sich die Temperatur in dem geheizten Zimmer meistens merklich änderte. Gerade wie oben (S. 229) erhielt ich dann:

- 1) Diese Beobachtungen bilden einen Theil des Materiales, aus welchem ich die Abhängigkeit der Nachwirkung von der Dauer der vorausgehenden Verschiebung abzuleiten suchte (CXXVIII, 402). Weil damals nicht überall die schließlichen Ruhelagen beobachtet worden waren, und auch um die mühsame vollständige Rechnung zu ersparen, beschränkte ich mich a. a. O. auf die Beobachtungen der ersten 20 Minuten. (Ich darf bemerken, daß nur das Uebersehen dieses Umstandes Hrn. Boltzmann zu einer kritischen Bemerkung gegen meine Versuche veranlaßt hat, l. c. S. 637 und Wien. Sitzungsber. 1874, Oct. 8, S. 25). Man kann aus den oben gegebenen Zahlen, denen lauter beobachtete Ruhelagen zu Grunde liegen, leicht das damals gefundene Gesetz der sehr genäherten Aehnlichkeit des Verlaufes der Nachwirkungen bis zu $T = 1$ oder 2^{min} bestätigen.

No.	8.	4.	6.	4.	3.				
$nT = \frac{1}{12} \text{ min}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1.				
$T =$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$.				
t	x	x	Δ	x	Δ	x	Δ	x	Δ
min									
0,4	5,1	7,9	+1,8	12,9	+2,2	17,9	+5,3	22,8	+9,8
4,0	2,3	3,4	+1,0	5,9	+1,0	7,8	+3,8	9,6	+7,9
25,0	1,1	2,0	+0,2	3,6	+0,4	4,5	+2,8	4,9	+6,0

No.		1.		2.		5.		
$nT =$		2		5		10 ^{min}		
$T =$		1		$\frac{2}{3}$		1		5 2 ^{min}
t	x	Δ	Δ'	x	Δ	x	Δ	Δ'
min								
0,4	33,3	+3,6	+7,7	49,9	+18,8	64,1	+8,1	+28,8
4,0	15,7	+2,5	+6,5	25,1	+17,0	36,6	+6,7	+27,2
25,0	7,7	+2,1	+5,3	11,7	+13,0	17,8	+4,7	+18,9

Ohne Ausnahme sind hier die aus den Torsionen von kürzerer Dauer nach dem Princip der Superposition berechneten Nachwirkungen größer als die beobachteten. Und da die Unterschiede in den obigen Beispielen bis zu dem ganzen Betrag der zu berechnenden Größen reichen, so läßt sich also das Princip der Superposition hier kaum zu einer Annäherung verwenden ¹⁾).

2. Bestätigung von Boltzmann's Theorie an Glasfäden.

Gegenüber diesem kritischen Material zu Boltzmann's Theorie erlaube ich mir nun aus meinen älteren Beobachtungen (CXIX, 337) eine wie mir scheint merkwürdige theilweise Bestätigung seiner Annahmen hervorzuheben, von der mich wundert, daß sie von Boltzmann selbst übersehen worden ist. Und zwar folgen diese Erscheinungen nicht nur dem Princip der Superposition überhaupt, sondern sie schloßten sich der bestimmten Form an, in welche Boltzmann seine allgemeineren Annahmen schließlich übergeführt hat (l. c. S. 638).

1) Auch die Beobachtungen, über welche F. Braun so eben berichtet (Ber. d. Leipz. Nat. Ges. 1876, S. 28), streiten gegen dieses Princip.

Diese Versuche betrafen denselben Stoff, an welchem auch Boltzmann mit günstigem Erfolg seine Hypothese geprüft hat, das *Glas*. Sie umfassen aber viel weitere Zeiträume und bieten noch eine fernere Ergänzung zu Boltzmann's Versuchen, indem ich nicht nur die Nachwirkung untersucht habe, welche von einer früheren Gestaltsänderung zurückbleibt, sondern auch diejenige, welche während der Aenderung stattfindet.

Die zu prüfende Hypothese sagt, daß *eine Gestaltsänderung eines Körpers, während des Zeitelements $d\Theta$ bestanden hat, nach Verlauf einer Zeit Θ noch eine Nachwirkung hervorbringt proportional mit $\frac{\delta \cdot d\Theta}{\Theta}$, und ferner daß verschiedene Nachwirkungen in einem Körper sich einfach summiren.*

Meine damaligen Versuche maafsen das Drehungsmoment eines Glasfadens. Nehmen wir erst den Fall, daß der Faden eine Torsion besessen hatte, und daß nach ihrer Aufhebung das Drehungsmoment gemessen wurde, welches der Faden in seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage, allmählich abnehmend ausübte.

Nach obiger Hypothese möge ein Torsionswinkel φ , der vor der Zeit Θ , während des Zeitelements $d\Theta$ bestanden hatte, bewirken, daß der Faden in seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage das Drehungsmoment $a\varphi \frac{d\Theta}{\Theta}$ ausübt, so wird, wenn die constante Torsion φ während der Zeitdauer T bestanden hatte, das gesammte nachwirkende Drehungsmoment betragen

$$D = a\varphi \int_t^{t+T} \frac{d\Theta}{\Theta} = a\varphi \cdot \log \frac{T+t}{t} \quad . \quad . \quad (1),$$

t bedeutet die seit der Aufhebung der Torsion verflossene Zeit.

Man findet a. a. O. S. 346 unter Tab. V bis VIII vier *Nachwirkungen nach Torsionen von $\varphi = 1080^\circ$* und der Dauer $T = 10, 20, 40, 1380^{\text{min}}$ mitgetheilt. Ich werde

zeigen, daß diese nachwirkenden Drehungsmomente sämtlich durch die Formel

$$D = 39,5 \cdot \log \text{nat} \frac{T+t}{t} = 91 \cdot \log \text{brigg} \frac{T+t}{t}$$

dargestellt werden.

Ich lasse die damals beobachteten Zahlen für das Drehungsmoment (mit 10000 multiplicirt und mit einigen Kürzungen durch Mittelnehmen in den späteren Theilen der Tabellen) hier noch einmal folgen. Die nebenstehenden Zahlen Δ sind dann die Unterschiede berechnet minus beobachtet.

$T = 10^{\text{min}}$			20 ^{min}			40 ^{min}			1380 ^{min}		
t	D	Δ	t	D	Δ	t	D	Δ	t	D	Δ
min			min			min			min		
0,95	84	+13	1,33	108	+2	1,08	124	+20	1,08	285	- 2
1,83	70	+ 4	2,17	93	-1	2,00	107	+13	1,75	267	- 3
2,38	61	+ 4	2,83	85	-3	2,92	100	+ 6	2,75	244	+ 2
3,50	56	- 3	3,50	77	-2	4,08	90	+ 4	3,82	235	- 2
4,00	52	- 2	4,75	68	-3	5,25	79	+ 6	5,25	225	- 5
4,96	47	- 3	6,00	62	-4	6,92	74	+ 2	6,50	219	- 7
5,83	42	- 3	6,83	56	-2	8,3	67	+ 3	9,25	205	- 7
8,67	38	- 8	7,50	54	-3	11,7	58	+ 1	11,7	195	- 6
9,50	32	- 4	9,7	47	-3	14,7	51	+ 1	15	187	- 8
11,0	29	- 3	14,2	36	-1	19,7	42	+ 2	19,9	179	-11
13,0	24	- 2				31,2	32	+ 1	27,5	165	- 9
16,7	22	- 4	19	29	-1	38,5	28	=	39,2	151	- 9
25	16	- 3	23	23	+2	44	24	+ 2	53,7	134	- 4
38	15	- 6	29,5	21	-1	57	20	+ 1	68	127	- 6
			35	18	=				82	118	- 4
			41,7	16	-1	72	20	- 2	112	101	+ 1
			54	15	-3	93	15	- 1	204	76	+ 5
			70	11	-1	120	9	+ 2	282	65	+ 5
						140	7	+ 3	480	46	+ 8
									610	39	+ 8
									1450	20	+ 6
									1810	14	+ 8
									3150	6	+ 8

Freilich sind die Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung hier beträchtlich größer als bei den Formeln, durch welche ich früher die Beobachtungen dargestellt habe. Indessen waren damals, außer einer gemeinsamen Constante, für jede von den vier Reihen noch deren zwei bestimmbar, während die jetzige Rechnung für

alle Reihen mit einer einzigen Constante ausgeführt ist. Auch würden die Fehler vielleicht kleiner seyn, wenn man die Beobachtungen sämmtlich auf dieselbe Temperatur zurückführen konnte, wozu aber das Material fehlt, da mir der große Einfluß der Temperatur erst später bekannt wurde.

Auf jeden Fall müssen wir zugeben, daß die Boltzmann'sche Hypothese hier für die elastische Nachwirkung des Glases etwas geleistet hat, was bis jetzt nicht erreicht worden war; sie erlaubt, aus einer ganz einfachen Annahme über das Element des Vorganges die Erscheinungen an einem Körper genähert vorher zu bestimmen, und zwar nach Feststellung einer einzigen Constante für das Material.

Allerdings ist im Auge zu behalten, daß die Gültigkeit der Hypothese selbst für das Glas einigen Beschränkungen unterliegt, denn zunächst sagt dieselbe nichts aus über die Nachwirkung, welche *nach einem unendlich lange dauernden Zustand* eine Gestaltsänderung begleitet. Für $T = \infty$ wird nämlich die Formel unbrauchbar. Hierher gehört der wichtige Fall, *daß ein Körper aus seiner Gestalt heraus deformirt wird*. Daß die Formel hier nicht gelten kann, läßt sich, wie Boltzmann selbst bemerkt, daraus schließen, daß sie gar keinen Gränzzustand ergiebt, den wir doch jedenfalls annehmen müssen.

Doch wird sich zeigen, daß man durch eine kleine Abänderung der Formel auch Nachwirkungen der letztgenannten Art auf weite Strecken genähert darstellen kann.

In dem früheren Aufsätze finden sich (CXIX, 341, Tab. I und II) zwei Beobachtungsreihen dieser Art, indem nämlich das allmählig abnehmende Drehungsmoment gemessen wurde, welches der Faden ausübte, wenn man ihn plötzlich um 1080° drillte. Hier wurde also dem Faden eine Gestaltsänderung φ , und zwar von derselben Größe wie bei den früheren Versuchen, mitgetheilt, nachdem die vorige Gestalt (die natürliche) unendlich lange gedauert

hatte. Also ist in dem Ausdruck für die Nachwirkung (S. 232) $T = \infty$ zu setzen.

Wenn nun, wie wir annehmen, die Nachwirkung sich zu den gewöhnlichen Wirkungen der Elasticität addirt, und wenn D_0 das Drehungsmoment ist, welches ohne die Nachwirkung des früheren Zustandes stattfände, so würde also das Drehungsmoment zur Zeit t nach Mittheilung der Torsion gegeben werden durch

$$D = D_0 + a\varphi \cdot \log \frac{T+t}{t},$$

wo $T = \infty$ zu setzen wäre. Dadurch verliert aber die Formel ihren Sinn.

Nun kann man aber den Versuch machen, ihr in folgender Weise einen Sinn zu geben. Wenn für eine andere Zeit t_1 , welche wir um der Einfachheit willen $t_1 = 1$ setzen, das entsprechende Drehungsmoment

$$D_1 = D_0 + a\varphi \log (T + 1)$$

ist, so findet man durch Subtraction und mit Rücksicht auf $T = \infty$

$$D = D_1 - a\varphi \log t \quad (2).$$

Strenge Gültigkeit kann freilich die Formel nicht besitzen, weil nach derselben das Drehungsmoment des gedrillten Fadens für ein gewisses t Null und später sogar negativ werden würde. Man wird aber sehen, daß die vorliegenden Beobachtungen mit ziemlicher Annäherung durch die Formel dargestellt werden, und daß die erwähnten unmöglichen Folgerungen erst für ungeheuer große Zeiten eintreten würden.

Die eine von den Beobachtungen (I), an denen der Ausdruck (2) geprüft werden soll, bedarf denselben Glasfaden wie die früheren Beispiele (S. 233). Hier ist also $a\varphi = 39,5$ zu setzen. An der anderen Reihe ergibt sich $a\varphi = 34,7$. D_1 ist bez. = 8469 und 9264 gesetzt worden.

Ich theile wieder die beobachteten Drehungsmomente D mit und die Differenz $\Delta = \text{ber.} - \text{beob.}$

1) Vgl. auch Boltzmann l. c. S. 641.

I.			II.		
<i>t</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>t</i>	<i>D</i>	<i>A</i>
min			min		
1,33	8773	+ 6	1,25	9247	+ 9
2,33	8755	+ 2	1,92	9238	+ 3
2,93	8750	- 2	2,50	9231	+ 1
3,75	8739	- 1	3,08	9225	±
4,67	8729	±	3,92	9218	- 2
5,58	8725	- 3	5,00	9212	- 4
6,75	8718	- 4	6,07	9204	- 3
9,71	8704	- 4	7,91	9196	- 4
12,0	8694	- 2	10,0	9186	- 2
17,6	8681	- 4	12,00	9181	- 3
22,2	8670	- 2	15	9174	- 4
30,0	8657	- 1	18	9167	- 3
42	8644	- 2	21	9160	- 2
59	8624	+ 5	26	9152	- 1
72	8612	+ 9	33	9146	- 3
90	8600	+12	50	9138	-10
110	8585	+19	110	9120	-19
127	8578	+21	164	9076	+11
140	8574	+21	195	9073	+ 8
206	8546	+33	300	9054	+12
446	8507	+42	355	9042	+18
1343	8469	+36	452	9051	+ 1
			1380	9033	-20
			1780	8995	+ 9
			2760	8995	- 6
Berechnet nach					
$D = 8469 - 39,5 \log \text{nat } t$			9264 - 34,7 log nat <i>t</i>		
$= 8469 - 91 \log \text{brigg } t$			9264 - 80 log brigg <i>t</i>		

Man sieht, daß diese Nachwirkungen von 1 bez. 2 Tagen Dauer durch Boltzmann's Hypothese mit beachtenswerther Annäherung dargestellt werden. Auf die ersten Zahlen kann kein großes Gewicht gelegt werden, und die größeren Unterschiede der ersten Reihe für die späteren Zeiten können auf Temperaturschwankungen zurückkommen.

Da der Logarithme später sehr langsam wächst, so kann die Formel möglicherweise auf sehr weite Zeiträume gültig seyn. In der ersten Reihe würde z. B. die Nachwirkung nach der Rechnung erst nach 30 Tagen $\frac{1}{20}$ vom anfänglichen Drehungsmoment betragen, nach 3800 Jahren

erst $\frac{1}{10^8}$, und der Fall, daß der Faden gar kein Drehungsmoment mehr ausübt, würde erst nach 10^{87} Jahren eintreten. Desgleichen kann man, ohne auf unwahrscheinlich große Werthe zu stoßen, bis zu praktisch beliebig kleineren Zeiten zurückrechnen.

Ich habe nun ferner (CXIX, 345, Tab. III und IV) an zwei Beispielen für den einen Glasfaden nachgewiesen, daß bei verschiedenen großen Torsionen die Nachwirkungen den Winkeln nahe proportional sind, und dieses Gesetz ist bei meinen späteren in verschiedenster Weise an anderen Substanzen angestellten Beobachtungen stets bestätigt worden. Es wird unbedenklich seyn, dasselbe auch für die Glasfäden zu verallgemeinern. Alsdann können wir aus den obigen Zahlen heraus folgende allgemeine Gesetze für die Nachwirkung des Glasfadens aufstellen, welcher zu den meisten der obigen Beobachtungen gedient hat.

1) *Theilt man dem Glasfaden plötzlich eine constante Torsion mit, und ist D_1 das von dem gedrehten Faden zur Zeit $t^{\min}$ nach erfolgter Drillung ausgeübte Drehungsmoment, so ist dasjenige nach der Zeit $t^{\min}$*

$$D = D_1 (1 - 0,00467 \cdot \log \text{nat } t).$$

(Für den zweiten Faden kommt 0,00375.)

2) *Hat diese Torsion $T^{\min}$ lang bestanden, und wird alsdann der Faden in seine gewöhnliche Gestalt zurückgeführt und in derselben festgehalten, so übt er nach $t^{\min}$ ein (dem ersten entgegengesetztes) Drehungsmoment aus*

$$D = D_1 \cdot 0,00467 \log \text{nat } \frac{T+t}{t}.$$

Ist T sehr klein, so erhält man hieraus das Elementargesetz

$$D = D_1 \cdot 0,00467 \frac{T}{t}.$$

Es ist von Interesse die entsprechenden Constanten aus Boltzmann's Versuchen abzuleiten. Dieselben ergeben¹⁾:

- 1) Ebenfalls unter der Annahme, daß die Nachwirkung dem Torsionswinkel proportional ist. Man wird die obigen Zahlen aus Boltzmann's Angaben leicht ableiten können (Ergänzungsbd. VII, 650—652).

Wenn dem Glasfaden während $T^{\min}$ eine Torsion γ mitgetheilt war und nun aufgehoben wird, so zeigt der sich selbst überlassene Faden zur Zeit $t^{\min}$ nach dem Abwinden noch die Torsion $\gamma \cdot 0,00254 \cdot \log \text{nat} \frac{T+t}{t}$

Diese Zahlen-Constante hat offenbar für Boltzmann's Faden nahe dieselbe Bedeutung wie für meine Fäden die Zahlen 0,00467 und 0,00375. *Die Unterschiede sind nicht größer, als man bei verschiedenen Glassorten erwarten darf.*

Jugenheim a. B. September 1876.

**V. Weitere Mittheilungen über den Zusammenhang zwischen der Viscosität und dem galvanischen Leitungsvermögen verschiedener Flüssigkeiten;
von O. Grotrian.**

Die von mir vor einiger Zeit mitgetheilten Versuche, welche den Zweck verfolgten, versuchsweise einen Zusammenhang zwischen der Viscosität und dem galvanischen Leitungsvermögen der Elektrolyte aufzufinden¹⁾, haben glaube ich, gezeigt, daß derartige Untersuchungen immerhin geeignet sind, unsere Kenntniß über die elektrolytischen Vorgänge zu erweitern. Es lag daher bei Beendigung meiner letzten Arbeit bei mir die Absicht vor, jene Versuche auf verschiedene andere Flüssigkeiten auszudehnen.

Das damals angewandte Coulomb'sche Verfahren gestattet die zur Berechnung der Reibungsconstante nöthigen Werthe, logarithmisches Decrement und Schwingungsdauer, mit großer Genauigkeit zu messen, leidet aber an zwei Uebelständen, welche die Methode für den vorliegenden Zweck wenigstens gegenüber einer andern im Nachtheil

1) Diese Ann. Bd. 157, S. 130.