Ueber Nervenenerregung durch frequente Wechselströme.

Von

J. L. Hoorweg, Utrecht.

1. Ueber diesen Gegenstand hat Prof. Dr. Einthoven in Leiden in diesem Archiv¹⁾ eine Reihe von Versuchen mitgetheilt, welche sowohl durch die talentvolle Weise, in welcher die vielen und grossen Schwierigkeiten der Untersuchung vor Augen geführt und überwunden worden sind, wie durch die theoretische Beleuchtung gewisser Beobachtungen in hohem Maasse die Aufmerksamkeit verdienen.

Diese Versuche beweisen mit Klarheit, dass die Tesla-Wechselströme von z. B. einer Million Perioden per Secunde wirklich noch erregend auf den Nerven einwirken können, und geben zugleich die Relation zwischen Frequenz und minimaler Intensität, eine Relation, welche bisher der Messung entgangen war.

Zwar hat v. Kries²⁾ Versuche angestellt über die Erregung der motorischen Nerven durch Wechselströme, aber die Frequenz derselben steigt nicht über 1000 per Secunde hinaus.

Auch hat v. Zeynek³⁾ die Einwirkung der Wechselströme auf den sensiblen Hautnerven untersucht. Für geringere Frequenzen von 1—4000 per Secunde waren hier die Resultate ziemlich befriedigend, aber für die hoch frequenten Tesla-Ströme waren die Ergebnisse recht unregelmässig und zweifelhaft. Einthoven ist also der Erste, der die Einwirkung der frequenten Wechselströme auf den Nerven genau bestimmt und messend verfolgt hat. Zugleich zeigte Einthoven, wie irrig die allgemein verbreitete (auch von mir bisher angenommene) Meinung ist, dass diese hoch frequenten Ströme über die Oberfläche des menschlichen Körpers oder des Froschpräparates

1) Pflüger's Archiv Bd. 82 S. 101.

2) Bericht der naturf. Gesellsch. in Freiburg i. B. Bd. 8.

3) Gött. Nachr. Math.-phys. Classe 1899 S. 95.

hinschleichen, ohne in's Innere derselben durchzudringen. Aus einer nach der Formel Rayleigh's¹⁾ angestellten Berechnung über die Tiefe, bis zu welcher diese Ströme in's Innere des Leibes eindringen, folgt mit Sicherheit, dass wegen des sehr grossen specifischen Widerstandes der thierischen Gewebe diese Ströme selbst bei Frequenzen von mehr als 1 Million per Secunde doch noch das ganze Gewebe durchdringen. Durch dieses unerwartete Resultat verliert die Anwendung der Tesla-Ströme in der Elektrotherapie das Problematische, was derselben bisher anklebte. Wie jetzt der bekannte Versuch Tesla's, mit den Fingern eine Glühlampe zu entzünden, erklärt werden kann, will ich an einer anderen Stelle behandeln.

Hier in diesem Archiv will ich jetzt nur die Frage beantworten, inwieweit die Versuche mit Wechselströmen im Allgemeinen mit meinem Gesetze im Einklang sind.

2. In meiner letzten Abhandlung²⁾ wird man sehen, dass man kein Bedenken mehr haben kann, dieses Gesetz auch auf anhaltenden, tetanisirenden und ebenso auf periodischen Reize anzuwenden. Die Einführung dieses Gesetzes in das Gebiet der Gehör- und Gesichtsempfindungen hat zu keinerlei Ungereimtheit Anlass gegeben. Im Gegentheil war das Gesetz im Stande, auf mehrere Erscheinungen ein gewünschtes Licht zu werfen.

Wenden wir also jetzt die Formel

$$\varepsilon = \alpha e^{-\beta t} \times i$$

auf die Reizung der Nerven durch Wechselströme an.

Alsdann ist:

$$i = I \sin p t,$$

wo I = die maximale Intensität oder die Intensitäts-Amplitude,

$$p = 2 \pi N$$

und N = die Zahl der Wechslungen per Secunde.

Wir finden dann, wie in meiner vorigen Abhandlung,

$$y = \alpha I \int_0^{\infty} e^{-\beta t} \sin p t dt$$

oder

$$y = \alpha I \times \frac{p}{p^2 + \beta^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1).$$

1) Die Formeln (11) und (12) Einthoven's folgen aus der bekannten Formel Rayleigh's $R' = \sqrt{\frac{1}{2} p \mu l R_0}$. Phil. Mag. May 1886.

2) Pflüger's Archiv Bd. 82 S. 399.

Für minimale Erregungen wird $y = m$ und

$$I_m = \frac{m}{\alpha} \times \frac{p^2 + \beta^2}{p} = \frac{m}{\alpha} \times \frac{\beta^2 + 4\pi^2 N}{2\pi N} \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Die maximale Intensität, welche für eine minimale Erregung ausreicht, oder, wie man auch sagen kann, die minimale Amplitude, I_m , ist also von der Frequenz N in dieser Weise abhängig, dass sie im Allgemeinen mit dieser ansteigt, aber nicht so schnell wie die Frequenz selber.

Auch kann man, wie in meiner vorigen Abhandlung¹⁾, leicht beweisen, dass I_m einen minimalen Werth bekommt für einen gewissen Werth von N und zwar für:

$$\left. \begin{array}{l} p = \beta \\ \text{oder } N_m = \frac{\beta}{2\pi} \end{array} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Der minimale Werth der minimalen Amplitude $\overline{I}_m$ wird gefunden durch die Formel:

$$\overline{I}_m = \frac{m}{\alpha} \times 2\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Nach meinem Gesetze besteht also bei jeder Reizung durch Wechselströme ein bestimmter Werth der Frequenz, für welchen der Nerv am meisten empfindlich ist. Wir wollen diese die Optimal-Frequenz nennen.

Das Ergebniss meines Gesetzes ist mit allen Versuchen über Wechselströme im Einklang. d'Arsonval²⁾ findet, dass der physiologische Effect der Erregung erst mit der Frequenz zunimmt, dann bei etwa 1250 Perioden per Secunde einen maximalen Werth erreicht und später bei zunehmender Frequenz stetig abnimmt.

v. Kries³⁾ theilt das Ergebniss seiner Versuche in folgenden Worten mit: „dass die Minimal-Amplitude bei einer gewissen, gar nicht immer hohen Frequenz ihren geringsten Werth besitze, nämlich bei etwa 100 Perioden per Secunde. Der Erregungseffect nimmt ab, sowohl wenn die Frequenz wächst als wenn sie abnimmt.“

v. Zeynek⁴⁾ findet bei seinen Versuchen an sensiblen Nerven: bei Anwendung constanter Ströme eine minimale Intensität von 70×10^{-5} Ampère,

1) l. c. S. 404.

2) Archives de phys. normale et pathol. 1893 p. 401.

3) l. c.

4) l. c. S. 100.

- bei Anwendung schwach frequenter Ströme eine minimale Intensität von $6 - 5 \times 10^{-5}$ Ampère,
- bei Anwendung grösserer Frequenz eine minimale Intensität von $100 - 117 \times 10^{-5}$ Ampère,
- bei Anwendung von Tesla-Strömen $\frac{1}{20}$ Ampère oder 5000×10^{-5} Ampère.

Auch hier ist eine Optima-Frequenz nachweisbar.

Mit dem Giltay'schen Elektrodynamometer habe ich manchmal an mit Haut bedeckten Muskeln des lebendigen Menschen die minimale Zuckung durch faradische Ströme von 0,1 M. A. mittlerer Intensität beobachtet, während dieselben Muskeln mit denselben Elektroden für den constanten Strom erst bei 1 M. A. Intensität die minimale Zuckung zeigten. Die Nerven sind also für faradische Ströme, d. h. für Wechselströme von geringer Frequenz, empfindlicher als für constante Ströme. Weil aber der menschliche Körper für Tesla-Ströme nur sehr wenig empfindlich ist, so wird auch hierdurch die Existenz einer kleinsten minimalen Amplitude dargethan.

Prevost und Battelli¹⁾ theilen mit, dass das Herz am meisten empfindlich ist für Wechselströme von 150 Oscillationen per Secunde. Es leidet also keine Zweifel: es besteht für Wechselströme eine Optima-Frequenz, für welche die Nerven am meisten empfindlich sind, gerade wie Formel (2) es verlangt.

3. Lassen wir jetzt untersuchen, inwieweit die Zahlen der mitgetheilten Versuche mit dieser Formel stimmen.

Aus Fig. IV der v. Kries'schen Untersuchung habe ich die relativen Werthe der minimalen Amplituden für verschiedene Frequenzen ausgemessen und dann, unter Voraussetzung einer Optima-Frequenz von 100 Perioden per Secunde, nach (4) und (2) dieselben Werthe berechnet. Nachstehende Tabelle I gibt die gefundenen Zahlen.

Man sieht, dass die v. Kries'schen Zahlen etwas weniger schnell anwachsen als die nach meinem Gesetze berechneten Zahlen, dass aber im Vergleich mit der Schwierigkeit der Beobachtungen die Differenzen nicht gross sind.

Die Versuche v. Zeynek's²⁾ stimmen nicht so gut mit meiner Formel, wie aus folgender Tabelle II erhellt.

1) Journ. de physiol. et de path. générale vol. 2 p. 255.

2) l. c. S. 99.

Tabelle I.

Frequenz der Wechselströme pro Secunde	Minimale Amplitude	
	Beobachtet durch v. K.	Berechnet nach (2)
100	9,5	12
200	13	16
300	20	20
400	28,5	28
500	34,5	33,6
600	40	40
700	44	46
800	48	52

Tabelle II.

Frequenz	Minimale Amplitude	
	Beobachtet	Berechnet
100	24	15
200	30	24
300	35	35
400	38	46
500	42	57

Hier wachsen die berechneten Werthe von I_m viel schneller an als die von v. Zeynek gefundenen Zahlen, wie auch hieraus ersichtlich ist, dass v. Zeynek nahezu die Formel von Nernst zurückfindet, nach welcher die minimale Amplitude der Wurzel aus der Frequenz proportional ist, während nach meiner Formel I_m etwas weniger schnell als die erste Potenz der Frequenz zunimmt.

Ich kann für diese starke Abweichung der v. Zeynek'schen Zahlen keinen anderen Grund finden als die Polarisation der in die Salzlösung der Paraffinnäpfe gesteckten Finger.

Nach Kohlrausch¹⁾ und Wien²⁾ u. A. (siehe auch Warburg und Neumann in Wiedemann's Annalen Bd. 67 S. 473) geben selbst reine Sinusströme in einer Flüssigkeit Anlass zu Polarisationserscheinungen, die die Intensität des Hauptstromes abschwächen und also die eigene Wirkung desselben verringern. Diese Polarisation ist ceteris paribus der Wurzel der Periodenzahl umgekehrt proportional, und deshalb ändert sich alsdann die Formel (2) in:

1) Poggendorff's Annalen Bd. 148 S. 143.

2) Wiedemann's Annalen Bd. 58 S. 37.

$$I_m = \frac{m}{\alpha} \times \frac{p^2 + \beta^2}{p} \left(1 + \frac{f}{\sqrt{p}} \right) (5)$$

wo die Terme $\frac{f}{\sqrt{p}}$ jetzt den Einfluss der Polarisation bedeutet. Die Anwesenheit dieser Terme hat nun eine viel langsamere Steigerung der minimalen Amplitude I_m mit der Frequenz zu Folge. Es ist aber nicht möglich, aus den Daten der v. Zeynek'schen Versuche den Werth von f zu berechnen und also die Formel (5) der Beobachtungen zu vergleichen.

Die nach meiner Formel (4) berechneten Werthe der minimalen Amplitude wachsen im Vergleich mit den von v. Kries und v. Zeynek erhaltenen Zahlen zu schnell an; für die obengenannten sorgfältigen Versuche Einthoven's mit hoch frequenten Wechselströmen dagegen steigen die nach (4) berechneten Zahlen nicht schnell genug.

Denn nach meiner Formel ist der Anwachs der minimalen Amplitude etwas langsamer als der der Frequenz, während er in den Einthoven'schen Versuchen viel schneller vor sich geht, denn als die Frequenzen zunahmen wie die Zahlen 1 : 3,08 : 13,4, stiegen die Amplituden wie die Zahlen: 1 : 5,61 : 45,1.

Die Ursache dieser Abweichung ist aber nicht weit zu suchen.

Einthoven (l. c. S. 113) nimmt für seine Versuche einen sinusoidal schwingenden Strom an. Es ist aber leicht einzusehen, dass hier im Messingringe, von welchem die erregenden Ströme abgeleitet werden, elektrische Ströme fließen, deren Verlauf durch folgende Formel dargestellt wird:

$$i = I_0 e^{-\frac{R}{2L} t} \sin p t (6)$$

wo R den Widerstand und L den Selbstinductionscoefficient des Ringes bedeuten.

Diese Formel geht nur dann in einen einfachen Sinusstrom über, falls R verschwindend klein ist. Nun berechnet Einthoven den Widerstand des Ringes für constante Ströme auf 0,0128 Ohm und für Wechselströme von 10^6 Perioden per Secunde auf 0,163 Ohm.

Dieser Widerstand ist zwar klein, und Einthoven hat vollkommen Recht, denselben in der Formel

$$P = \sqrt{R^2 + (2\pi n L)^2}$$

in Hinsicht auf die viel grössere Terme $2\pi n L$ zu vernachlässigen,

aber in dem Ausdruck $\frac{R}{2L}$ hat R mehr Einfluss, weil L nach der

Berechnung Einthoven's selber sehr klein ist, und zwar $3,6 \times 10^{-6}$ Henry. Die Terme $\frac{R}{2L}$, welche wir weiter mit dem Buchstaben q andeuten werden, erreicht also bei den genannten Versuchen für sehr hohe Frequenzen den Werth 227 und für sehr niedrige den Werth 18. Im Allgemeinen wird diese Terme um so grösser ausfallen, je höher die Frequenz ist, weil alsdann R grösser wird. Aber die niedrigeren Frequenzen werden von Einthoven erreicht durch Vergrösserung von L , denn alsdann wird der Ring durch eine Solenoide von 6 oder selbst von 30 Windungen ersetzt. Bei höherer Frequenz wird also q in zweifacher Weise anwachsen: erstens weil R alsdann grösser, zweitens weil L alsdann kleiner ist.

Genauer können wir sagen: Weil nach Lord Rayleigh¹⁾ für hohe Frequenzen:

$$R = \sqrt{\frac{1}{2} p \mu l R_0},$$

und weil weiter

$$p = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

also:

$$L = \frac{1}{Cp^2},$$

also ist

$$q = \frac{R}{2L} = \frac{1}{2} Cp^2 \sqrt{\frac{1}{2} p \mu l R_0} \dots \dots \dots (7)$$

wo R_0 den Widerstand des Ringes für constante Ströme, l die Länge und μ die magnetische Permeabilität des Ringes bedeutet.

Wir sehen also, dass die Terme q mit der Frequenz sehr schnell anwächst, nämlich nach der $5/2$ ten Potenz von p .

In meiner Formel

$$e = \alpha i e^{-\beta x}$$

ist also für die Einthoven'schen Versuche zu setzen:

$$i = I e^{-qt} \sin pt$$

und daher

$$e = \alpha I \times e^{-(\beta+q)t} \sin pt$$

und

$$y = \alpha I \int_0^{\omega} e^{-(\beta+q)t} \sin pt.$$

Wir bekommen alsdann für die minimale Amplitude:

$$I_m = \frac{m}{\alpha} \times \frac{p^2 + (\beta + q)^2}{p} \dots \dots \dots (8)$$

1) Phil. Mag. Mai 1886.

Weil nun nach (7) der Coëfficient q nach der Frequenz schnell anwächst, ist auch die Zunahme der minimalen Amplitudo schneller als nach Formel (2). Formel (8) stimmt ziemlich wohl mit den Einthoven'schen Versuchen¹⁾.

Zugleich wird erklärt, warum der Nerv nicht von der durch den Wechselstrom entwickelten Wärme getödtet wird²⁾.

Die per Secunde entwickelte Wärme ist jetzt nicht mehr

$$W = \frac{E_0^2}{2R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

sondern

$$W' = \frac{E_0^2}{2R} \times \frac{p^2}{p^2 + q^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

also viel weniger als die von Einthoven nach (9) berechnete Wärme.

In diesem Sinne muss man die Worte Einthoven's auffassen: „dass ein Strom nach der Periodenzahl von 1 Million per Sec. unter unseren Versuchsbedingungen schon bald in Intensität abnimmt“. Die Geschwindigkeit dieses Herabsinkens der Intensität wird gerade durch die Terme q angedeutet.

4. In diesem Archive Bd. 75 S. 574 hat Hermann, sich auf seine eigenen zahlreichen Versuche stützend, eine neue Theorie der elektrischen Reizung entworfen, welche zu folgender Gleichung führt:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{w}{k} \times \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{h}{k} \times \frac{d^2 \varepsilon}{dx^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Diese Gleichung ist die correcte mathematische Darstellung der von Hermann mit so grossem Talente vertheidigten Ansichten über die elektrischen Erscheinungen in Nerven. Sie ist sozusagen der Schlussstein des Gebäudes, das Hermann mit so vielem Fleisse und mit so grosser Energie aufgerichtet hat und das die Erklärung aller Erscheinungen in Nerven und Muskeln bezweckt. In dieser Gleichung ist ε die Erregung, welche sich von $x = 0$ bis zu $x = l$, d. h. bis zum Ende den Nerven entlang fortpflanzt und dann im Muskel die Zuckung auslöst.

Eine particuläre Lösung dieser Differentialgleichung ist:

$$\varepsilon = A e^{-\gamma x} \cos (p t - \delta x)$$

und weil Hermann stellt:

$$\varepsilon_0 = \alpha \frac{di}{dt}$$

1) Nach Einthoven (l. c. S. 130) differiren die für verschiedene Präparate gefundenen Werthe um etwa 54%.

2) Siehe Einthoven, l. c. S. 125.

$$C = c_0 - \frac{fI}{\sqrt{p}} \cos \left(pt + \frac{\pi}{4} \right) (13)$$

wo c_0 die normale Concentration der Flüssigkeit, C die Concentration in der Nähe der Membran und f eine Constante bedeutet.

Die maximale Concentrationsänderung ist also

$$c_0 - C = \frac{fI}{\sqrt{p}}$$

und wenn diese die minimale Zuckung auslösen will, so soll sein:

$$I_m = \frac{m\sqrt{p}}{f} (14)$$

In der Nernst'schen Theorie ist also die minimale Amplitude der Wurzel der Frequenz direct proportional.

Das Resultat stimmt zwar ziemlich gut mit den Versuchen v. Zeynek's, ist aber in offenem Widerspruche mit den so viel genaueren Versuchsergebnissen Einthoven's. Ich wiederhole hier die oben gegebenen Zahlen:

Verhältniss der Frequenzen: 1 : 3,05 : 13,4

„ „ Amplituden: 1 : 5,61 : 45,1

Was aber die Sache noch bedenklicher macht, ist, dass in der Formel (14) nicht die geringste Spur einer Optimal-Frequenz zu finden ist. Die so unzweifelhaft constatirte Existenz einer Frequenz, für welche die Nerven am meisten empfindlich sind, ist mit der Nernst'schen Theorie nicht vereinbar. Ich habe versucht, die Nernst'sche Formel durch Einführung der von du Bois-Reymond entdeckten und von Nernst vernachlässigten kataphorischen Wirkung des Stromes in eine glücklichere Gestalt umzuformen. Gleichfalls habe ich untersucht, wie die Nernst'sche Theorie sich gegenüber der Wirkung constanter Ströme und von Condensatorentladungen verhält, bin aber bis heute nicht zu befriedigenden Resultaten gekommen.