Ueber das Gesetz der Zunahme der Brechungs- indices innerhalb der Krystalllinsen der Säugethiere und Fische.

Von

Prof. Dr. Ludwig Matthiessen
in Rostock.

Die bisherigen Messungen der variablen Indices innerhalb der Schichten der Krystalllinsen haben zu einem sehr einfachen Gesetze geführt, welches sich graphisch durch die Indicialcurve darstellen lässt. Dasselbe findet seinen Ausdruck in folgenden Sätzen:

1. Wenn man in der Krystalllinse des menschlichen Auges, eines Landsäugethier- oder Fischeauges von dem Kerncentrum, dem Punkte des Maximalindex oder des Centrums der Schichtung sich einen beliebigen dünnen, geradlinigen Kanal nach ihrer Oberfläche gezogen denkt, so lässt sich die Indexzunahme in demselben graphisch durch einen halben Parabelscheitel darstellen.

Es sei y der Abstand eines Punktes des Kanals vom Kerncentrum, b die Länge des Kanals, N_1 der Index der äussersten Corticalis, N_m der des Kerncentrums, N der laufende absolute Index, so ist der relative Index bezüglich der Corticalis $n = N:N_1$, wofür ein Ausdruck ge-

gefunden werden soll. Es sei nun der relative Index des Kerncentrums $N_m : N_1 = n_1 = 1 + \zeta$, ausserdem die Gleichung der Parabel $y^2 = 2px$; dann ist $x = 1 + \zeta - n$. Um den Parameter $2p$ zu bestimmen, benutzen wir die zweite Beziehung, wonach $n = 1$ wird für $y = b$; also $x_1 = \zeta$. Dies ergibt die Relation $b^2 = 2p\zeta$, wodurch die Gleichung der Parabel übergeht in

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{1 + \zeta - n}{\zeta}, \text{ oder } n = 1 + \zeta \frac{b^2 - y^2}{b^2}.$$

Der absolute Index eines Punktes wird

$$N = N_1 \left(1 + \zeta \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right).$$

Die vorhergehenden Gleichungen kann man auch schreiben in der Form

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{n_1 - n}{n_1 - 1}, \text{ oder } n - 1 = (n_1 - 1) \frac{b^2 - y^2}{b^2}.$$

Für zwei verschiedene Centralkanäle b_1 und b_2 , sowie ein gleiches n ist demnach

$$y_1 : b_1 = y_2 : b_2,$$

d. h. die Niveauflächen constanter Indices sind ähnlich und homothetisch um das Kerncentrum gelegen*).

2. Ist die Krystalllinse kugelförmig (Fischlinse), so ist die Indicialcurve für jeden beliebigen geradlinigen, auch excentrisch die Kugel durchbohrenden Kanal, ein Parabelscheitel.

Dieser Satz lässt sich auf Grund des ersten Satzes auf folgende Art beweisen. Für irgend einen Centralkanal ist der relative Index

$$n - 1 = \zeta \frac{r_1^2 - r^2}{r_1^2} = (n_1 - 1) \frac{r_1^2 - r^2}{r_1^2},$$

wo n_1 den relativen Index der Kerncentrums, r_1 den Radius der Kugel, r den Abstand irgend eines Punktes

*) Pflüger's Arch. f. d. ges. Physiol. XXXVI, S. 78; Klin. Monatsbl. f. Augenheilk., Märzheft 1885, Referate S. 9.

vom Centrum bezeichnet. Für irgend einen anderen geradlinigen, excentrischen Kanal mögen die entsprechenden Werthe bezeichnet werden durch ν , ξ_1 , ν_1 , ϱ_1 und ϱ ; dann lässt sich zeigen, dass ebenfalls sein muss

$$\nu - 1 = \xi_1 \frac{\varrho_1^2 - \varrho^2}{\varrho_1^2} = (\nu_1 - 1) \frac{\varrho_1^2 - \varrho^2}{\varrho_1^2}.$$

Der senkrechte Abstand des Kanals vom Kerncentrum sei a ; dann ist für das Centrum des Kanales

$$\nu_1 - 1 = \xi \frac{r_1^2 - a^2}{r_1^2} = (n_1 - 1) \frac{r_1^2 - a^2}{r_1^2},$$

und für die Punktepaare des Kanales, welche den Abstand r vom Kerncentrum haben,

$$\nu - 1 = (n_1 - 1) \frac{r_1^2 - r^2}{r_1^2}.$$

Daraus folgt

$$\nu - 1 = (\nu_1 - 1) \frac{r_1^2 - r^2}{r_1^2 - a^2} = (\nu_1 - 1) \frac{\varrho_1^2 - \varrho^2}{\varrho_1^2},$$

oder

$$\nu = 1 + \xi_1 \frac{\varrho_1^2 - \varrho^2}{\varrho_1^2}.$$

Das Gesetz der Indexzunahme ist zugleich dasjenige, durch welches die Kugellinse der Fische in den Augenflüssigkeiten aplanatisch wird*).

Die Indicialcurve der Krystalllinse hat aber noch ein merkwürdiges physikalisches Analogon. Formt man aus Gelatine kreisförmige Cylinder von etwa 10 Centim. Länge und $2\frac{1}{2}$ Centim. Durchmesser, oder auch Kugeln von etwa 3 Centim. Durchmesser, hängt sie einige Zeit zum Trocknen und hiernach, in Schläuche von dünner Gaze eingenäht, einige Wochen in Wasser auf, bis die Quellung zur Axe der Cylinder oder zum Centrum der Kugeln vorgeedrungen ist, so ergiebt die Prüfung der Schichten mit Hilfe eines Abbe'schen Refractometers, indem man schmale,

*) Schlömilch's Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXVI, S. 200.
v. Graefe's Archiv für Ophthalmologie XXXI, 2.

parallelepipedische Streifen herauschneidet, ebenfalls eine parabolische Indicialcurve. Zur Vergleichung concreter Fälle mögen hier zwei Beobachtungsreihen Platz finden, von denen die erste aus 16, die zweite aus 14 aequidistanten Punkten eines Centralkanales vom Kerncentrum bis zur Peripherie entnommen ist. Die berechneten Werthe sind gefunden aus den Formeln

$$\text{I. } n = 1,3712 \left(1 + 0,01371 \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right),$$

$$\text{II. } n = 1,3744 \left(1 + 0,00742 \frac{b^2 - y^2}{b^2} \right).$$

I. Reihe.				II. Reihe.			
y	n		Δ	y	n		Δ
mm	gem.	ber.		mm	gem.	ber.	
0	1,3900	1,3900	0	0	1,3846	1,3846	0
1	1,3898	1,3899	+ 1	1	1,3844	1,3845	+ 1
2	1,3896	1,3897	+ 1	2	1,3841	1,3844	+ 3
3	1,3893	1,3893	0	3	1,3838	1,3841	+ 3
4	1,3888	1,3888	0	4	1,3834	1,3838	+ 4
5	1,3885	1,3881	— 4	5	1,3831	1,3833	+ 2
6	1,3877	1,3873	— 4	6	1,3829	1,3827	— 2
7	1,3869	1,3863	— 6	7	1,3821	1,3821	0
8	1,3857	1,3852	— 5	8	1,3807	1,3813	+ 6
9	1,3848	1,3839	— 9	9	1,3795	1,3804	+ 9
10	1,3836	1,3825	— 11	10	1,3786	1,3794	+ 8
11	1,3802	1,3809	+ 7	11	1,3777	1,3783	+ 6
12	1,3791	1,3792	+ 1	12	1,3768	1,3771	+ 3
13	1,3774	1,3774	0	13	1,3756	1,3758	+ 2
14	1,3765	1,3754	— 11	14	1,3744	1,3744	0
15	1,3726	1,3733	+ 7				
16	1,3712	1,3712	0				

Rostock, 16. April 1885.