DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XXXVI.

I. *Die Kräfte electrischer Schwingungen,
behandelt nach der Maxwell'schen Theorie;
von H. Hertz.*

(Hierzu Taf. I Fig. 1—6.)

Die Ergebnisse der Versuche, welche ich über schnelle electrische Schwingungen angestellt habe, scheinen mir der Maxwell'schen Theorie ein Uebergewicht über die anderen Theorien der Electrodynamik zu verleihen. Gleichwohl habe ich der ersten Deutung jener Versuche ältere Anschauungen zu Grunde gelegt, indem ich die Erscheinungen zum Theil zu erklären suchte aus dem Zusammentreffen der electrostatischen und der electrodynamischen Kraft. Der Maxwell'schen Theorie in reiner Entwicklung ist ein derartiger Unterschied fremd. Ich wünsche deshalb gegenwärtig zu zeigen, dass auch auf Grund der Maxwell'schen Theorie die Erscheinungen gedeutet werden können, ohne jene Trennung einzuführen. Gelingt dieser Versuch, so ist damit die Frage nach der besonderen Ausbreitung der electrostatischen Kraft als bedeutungslos in Maxwell's Theorie von selbst erledigt.

Auch abgesehen von dem besonderen Zwecke ist ein näherer Einblick in das Spiel der Kräfte um eine geradlinige Schwingung nicht ohne Interesse.

Die Formeln.

Wir haben es im Folgenden fast allein mit den Kräften im freien Aether zu thun. Es seien also in demselben X, Y, Z die Componenten der electrischen Kraft nach den Coordinaten der x, y, z ¹⁾, es seien L, M, N die entsprechenden Componenten

1) Geht die Richtung der positiven x nach vorn, der positiven z nach oben, so möge die Richtung der positiven y nach rechts gehen. Ohne

der magnetischen Kraft, beide Kräfte gemessen in Gaussischem Maasse¹⁾, es messe t die Zeit und A sei die reciproke Lichtgeschwindigkeit. Dann ist nach Maxwell die zeitliche Aenderung der Kräfte von ihrer räumlichen Vertheilung abhängig nach folgenden Gleichungen:

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} A \frac{dL}{dt} = \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz}, \\ A \frac{dM}{dt} = \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx}, \\ A \frac{dN}{dt} = \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy}, \end{array} \right. \quad (2) \left\{ \begin{array}{l} A \frac{dX}{dt} = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy}, \\ A \frac{dY}{dt} = \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz}, \\ A \frac{dZ}{dt} = \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx}. \end{array} \right.$$

Von Anfang an soll sein, und zu jeder Zeit muss daher sein:

$$(3) \quad \frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0, \quad \frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} = 0.$$

Die in einem Raumtheil τ des Aethers enthaltene electricische Energie ist gleich $1/8\pi \cdot \int (X^2 + Y^2 + Z^2) d\tau$, die magnetische Energie gleich $1/8\pi \cdot \int (L^2 + M^2 + N^2) d\tau$, die Integrale über den Raum τ erstreckt. Die Gesamtenergie ist die Summe dieser beiden Theilenergien.

Diese Aussagen bilden, was den Aether anlangt, den wesentlichen Bestandtheil der Maxwell'schen Theorie. Maxwell gelangte zu denselben, indem er von Fernkräften ausging und dem Aether die Eigenschaften eines in hohem Grade dielectricisch polarisirbaren Mittels beilegte. Man kann auch auf anderen Wegen zu denselben gelangen. Auf keinem Wege kann indessen bislang ein directer Beweis für jene Gleichungen aus der Erfahrung erbracht werden. Es erscheint deshalb am folgerichtigsten, dieselben unabhängig von dem Wege, auf welchem man zu ihnen gelangt ist, als eine hypothetische Annahme zu betrachten und ihre Wahrscheinlichkeit auf der sehr grossen Zahl an Gesetzmässigkeiten beruhen zu lassen, welche sie zusammenfassen. Stellt man sich auf diesen Standpunkt, so kann man eine Reihe von Hilfsbegriffen entbehren, welche das Verständniss der Maxwell'schen Theorie erschweren, zum

---

diese Festsetzung würde das Vorzeichen der electricischen und magnetischen Kräfte in den folgenden Gleichungen nicht die conventionelle Bedeutung behalten.

1) H. v. Helmholtz, Wied. Ann. 17. p. 48. 1882.

Theil aus keinem anderen Grunde, als weil sie in der That keine Bedeutung besitzen¹⁾, sobald man endgültig die Vorstellung unvermittelter Fernkräfte ausschliesst.

Durch Multiplication der Gleichungen (1) mit L, M, N , der Gleichungen (2) mit X, Y, Z , Addition sämtlicher Gleichungen und Integration über einen Raum, dessen Raumelement $d\tau$, und dessen Oberflächenelement $d\omega$ ist, folgt:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{8\pi} \int (X^2 + Y^2 + Z^2) d\tau + \frac{1}{8\pi} \int (L^2 + M^2 + N^2) d\tau \right\} \\ &= \frac{1}{4\pi A} \int \{ (NY - MZ) \cos n, x + (LZ - NX) \cos n, y \\ & \quad + (MX - LY) \cos n, z \} d\omega, \end{aligned}$$

worin n, x, n, y, n, z die Winkel bezeichnen, welche die Normale von $d\omega$ mit den Axen bildet.

Die Gleichung zeigt, dass man den Betrag, um welchen die Energie des Raumes zugenommen hat, betrachten kann als eingetreten durch die Oberflächenelemente. Der durch jedes einzelne Oberflächenelement eintretende Betrag ist gleich dem Product aus den in die Oberfläche fallenden Componenten der electricischen und der magnetischen Kraft, multiplicirt mit dem Sinus des Winkels, welchen sie miteinander bilden, und dividirt durch $4\pi A$. Auf dieses Resultat hat bekanntlich Hr. Poynting²⁾ eine höchst bemerkenswerthe Theorie über die Bewegung der Energie im electromagnetischen Felde gegründet.

Hinsichtlich der Lösung der Gleichungen beschränken wir uns auf den besonderen, aber wichtigen Fall, dass die Vertheilung der electricischen Kraft symmetrisch um die z -Axe ist, und zwar derart, dass diese Kraft in jedem Punkte in die durch die z -Axe gelegte Meridianebene fällt und nur abhängig ist von der z -Coordinate des Punktes und seinem Abstand $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ von der z -Axe. Wir bezeichnen die Componente der electricischen Kraft in der Richtung von ρ , nämlich $Xx/\rho + Yy/\rho$ mit R , ferner die Componente der magnetischen Kraft, welche auf der Meridianebene senkrecht steht, nämlich

1) Als Beispiel erwähne ich den Begriff einer Dielectricitätsconstante des Aethers.

2) J. H. Poynting, Phil. Trans. 1884. II. p. 343.

$Ly/\rho - Mx/\rho$ mit P . Wir behaupten alsdann: Ist Π eine übrigens beliebige Function von ρ, z, t , welche der Gleichung:

$$A^2 d^2 \Pi / dt^2 = A \Pi$$

genügt, und setzen wir $Q = \rho d\Pi/d\rho$, so bezeichnet das System:

$$\begin{aligned} \rho Z &= dQ/d\rho, & \rho P &= A dQ/dt, \\ \rho R &= -dQ/dz, & N &= 0 \end{aligned}$$

eine mögliche Lösung unserer Gleichungen.

Um die Behauptung zu beweisen, beachten wir, dass wir haben:

$$\begin{aligned} X &= R \frac{d\rho}{dx} = -\frac{d^2 \Pi}{dx dz}, & L &= P \frac{d\rho}{dy} = A \frac{d^2 \Pi}{dy dt}, \\ Y &= R \frac{d\rho}{dy} = -\frac{d^2 \Pi}{dy dz}, & M &= -P \frac{d\rho}{dx} = -A \frac{d^2 \Pi}{dx dt}, \\ Z &= \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{d\Pi}{d\rho} \right) = \frac{d^2 \Pi}{dx^2} + \frac{d^2 \Pi}{dy^2}, & N &= 0. \end{aligned}$$

Man hat nur nöthig, diese Ausdrücke in die Gleichungen (1), (2), (3) einzusetzen, um die Gleichungen (2) und (3) identisch, die Gleichungen (1) aber unter Berücksichtigung der Differentialgleichung von Π erfüllt zu finden.

Es sei erwähnt, dass auch umgekehrt, von gewissen praktisch bedeutungslosen Beschränkungen abgesehen, sich jede mögliche Vertheilung der electricischen Kraft, welche symmetrisch um die z -Axe ist, in obiger Form darstellen lässt, doch ist es für das Folgende nicht nöthig, auf diese Behauptung einzugehen.

Von Wichtigkeit ist uns die Function Q . Die Linien nämlich, in welchen die Rotationsflächen $Q = \text{constans}$ ihre Meridianebenen schneiden, sind die electricischen Kraftlinien; die Construction derselben für eine Meridianebene vermag in jedem Augenblicke ein anschauliches Bild der Kraftvertheilung zu liefern. Schneiden wir den schalenförmigen Raum, welcher zwischen der Fläche Q und der Fläche $Q + dQ$ liegt, an verschiedenen Stellen durch Rotationsflächen um die z -Axe, so ist für alle solche Querschnitte das Product aus electricischer Kraft und Querschnitt, welches Maxwell die Induction durch den Querschnitt nennt, das gleiche. Legen wir das System der Flächen $Q = \text{constans}$ so, dass von der einen zur anderen

Q um den gleichen Betrag dQ wächst, so gilt die gemachte Aussage auch, wenn wir die Querschnitte der verschiedenen entstehenden Räume untereinander vergleichen. In der ebenen Figur, welche durch den Schnitt der Meridianebenen mit den äquidistanten Flächen $Q = \text{constans}$ entsteht, ist die electrische Kraft dem senkrechten Abstand zweier Linien $Q = \text{constans}$ nur dann umgekehrt proportional, wenn die verglichenen Punkte in gleichem Abstände von der z -Axe liegen; allgemein gilt die Regel, dass die Kraft umgekehrt proportional ist dem Product aus jenem Abstand und der Coordinate ρ des betrachteten Punktes.

Neben ρ und z führen wir in der Folge noch Polarcordinaten r und θ ein, welche mit jenen verknüpft sind durch die Gleichungen $\rho = r \sin \theta$, $z = r \cos \theta$. Es bezeichnet alsdann r den Abstand vom Nullpunkt unseres Coordinatensystems.

Die Kräfte um eine geradlinige Schwingung.

Es sei verstanden unter E eine Electricitätsmenge, unter l eine Länge, unter $m = \pi/\lambda$ eine reciproke Länge und unter $n = \pi/T$ eine reciproke Zeit. Wir setzen nun:

$$II = El \frac{\sin (mr - nt)}{r}.$$

Dieser Werth genügt der Gleichung $A^2 d^2 II / dt^2 = \Delta II$, sobald wir festsetzen, dass $m/n = T/\lambda = A$, λ/T also gleich der Lichtgeschwindigkeit sein soll. Und zwar geschieht der angeführten Gleichung Genüge überall, ausser im Nullpunkt des Coordinatensystems.

Um zu erfahren, welche electrischen Vorgänge in diesem Punkte der durch II gegebenen Kräftevertheilung entsprechen, untersuchen wir seine nächste Umgebung. Wir setzen daher r verschwindend gegen λ und vernachlässigen mr gegen nt . Es wird alsdann $II = El \sin nt/r$. Da nun:

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \right) \left(\frac{1}{r} \right) = - \frac{d^2}{dz^2} \left(\frac{1}{r} \right),$$

so haben wir:

$$X = - d^2 II / dx dz, \quad Y = - d^2 II / dy dz, \quad Z = - d^2 II / dz dz.$$

Die electrischen Kräfte erscheinen also hier als die Ableitungen eines Potentials:

$$q = \frac{dH}{dz} = El \sin nt \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{r} \right),$$

und dieses entspricht einem electrischen Doppelpunkt, dessen Axe in die z -Axe fällt, und dessen Moment mit der Periode T zwischen den extremen Werthen $+El$ und $-El$ hin und her schwankt. Unsere Kraftvertheilung stellt also die Wirkung einer geradlinigen Schwingung dar, welche die sehr kleine Länge l hat, und an deren Polen im Maximum die Electricitätsmengen $+E$ und $-E$ frei werden. Die magnetische Kraft senkrecht auf der Richtung der Schwingung in unmittelbarer Nähe derselben ergibt sich zu:

$$P = -AEl n \cos nt \sin \theta / r^2.$$

Entsprechend dem Biot-Savart'schen Gesetz ist dies die Kraft eines in die Richtung der z -Axe fallenden Stromelementes von der Länge l , dessen Intensität, magnetisch gemessen, zwischen den extremen Werthen $+\pi AE/T$ und $-\pi AE/T$ hin und her schwankt. In der That bedingt die Bewegung der Electricitätsmengen E eine Strömung von solcher Grösse.

Aus H ergibt sich:

$$Q = Elm \left\{ \cos (mr - nt) - \frac{\sin (mr - nt)}{mr} \right\} \sin^2 \theta,$$

und hieraus folgen durch Differentiation die Kräfte Z , R , P . Im allgemeinen fallen nun allerdings die Formeln zu verwickelt aus, als dass es möglich wäre, aus denselben unmittelbar einen Ueberblick über die Vertheilung der Kräfte zu gewinnen. Für einige Specialfälle sind indess die Resultate verhältnissmässig einfach; wir heben dieselben hervor:

1) Die unmittelbare Nachbarschaft der Schwingung haben wir bereits behandelt.

2) In der z -Axe, also in Richtung der Schwingung, haben wir $d\varrho = r d\theta$, $dz = dr$, $\theta = 0$, also wird hier:

$$\begin{aligned} R &= 0, & P &= 0, \\ Z &= 2Elm/r^2 \left\{ \cos (mr - nt) - \frac{\sin (mr - nt)}{mr} \right\}. \end{aligned}$$

Die electriche Kraft fällt stets in die Richtung der Schwingung, sie nimmt in kleinen Entfernungen ab wie die dritte

Potenz, in grösseren Entfernungen wie das Quadrat des umgekehrten Abstandes.

3) In der xy -Ebene, also für $z=0$, haben wir $dz = -r d\theta$, $d\varrho = dr$, $\theta = 90^\circ$, also wird:

$$P = \frac{A Elm n}{r} \left\{ \sin(mr - nt) + \frac{\cos(mr - nt)}{mr} \right\},$$

$$R = 0,$$

$$Z = \frac{Elm^2}{r} \left\{ -\sin(mr - nt) - \frac{\cos(mr - nt)}{mr} + \frac{\sin(mr - nt)}{m^2 r^2} \right\}.$$

Die electrische Kraft ist in der durch die Schwingung gelegten Aequatorialebene parallel der Schwingung, ihre Amplitude ist gleich $El/r^3 \sqrt{1 - m^2 r^2 + m^4 r^4}$. Die Kraft nimmt bei Entfernung von der Schwingung beständig ab, anfangs schnell wie die dritte Potenz des reciproken Abstandes, später nur sehr langsam, nämlich umgekehrt proportional dem Abstand selbst. In grösseren Entfernungen wird die Wirkung der Schwingung nur in der Aequatorialebene, nicht in der Axe derselben bemerkbar sein.

4) In sehr grossen Entfernungen können wir höhere Potentiale von $1/r$ gegen niedrige vernachlässigen. Wir haben daher in solchen Entfernungen:

$$Q = Elm \cos(mr - nt) \sin^2 \theta,$$

woraus man ableitet:

$$P = A \cdot Elm n \sin(mr - nt) \sin \theta / r,$$

$$Z = -Elm^2 \sin(mr - nt) \sin^2 \theta / r,$$

$$R = Elm^2 \sin(mr - nt) \sin \theta \cos \theta / r.$$

Daraus folgt: $Z \cos \theta + R \sin \theta = 0$. Die Richtung der Kraft steht also in grossen Entfernungen überall senkrecht auf der Richtung vom Ausgangspunkte der Kraft, die Ausbreitung erfolgt hier als reine Transversalwelle. Die Grösse der Kraft ist gleich $Elm^2 \sin(mr - nt) \sin \theta / r$, dieselbe nimmt bei constanter Entfernung vom Nullpunkte gegen die Axe hin ab, wie der Abstand von der letzteren.

Um nun auch für die übrigen Theile des Raumes die Vertheilung der Kraft zu erkennen, bedienen wir uns der graphischen Darstellung, indem wir für bestimmte Zeiten die Linien der electrischen Kraft, nämlich die Curven $Q = \text{constans}$

für gleichabstehende Werthe von Q ziehen. Da Q sich darstellt als das Product zweier Factoren, von denen der eine nur von r , der andere nur von θ abhängt, bietet die Construction dieser Curven keine grossen Schwierigkeiten. Wir zerlegen jeden Werth von Q , für welchen wir die Curve zeichnen wollen, auf verschiedene Weisen in zwei Factoren, bestimmen den Winkel θ , für welchen $\sin^2 \theta$ gleich dem einen Factor wird, und mittelst einer Hülfscurve denjenigen Werth von r , für welchen die in Q enthaltene Function von r dem anderen Factor gleich wird, wir finden so beliebig viele Punkte der Curve. Versucht man, die Construction auszuführen, so nimmt man noch manche kleine Vortheile wahr, deren Aufführung hier zu weitläufig sein würde. Begnügen wir uns, in den Figuren 1, 2, 3, 4 das Resultat einer solchen Construction zu betrachten. Diese Figuren stellen die Kraftvertheilung dar zu den Zeiten $t = 0, \frac{1}{4}T, \frac{1}{2}T, \frac{3}{4}T$, aber bei passender Umkehr der Pfeile auch für alle weiteren Zeiten, welche ganzzahlige Vielfache von $\frac{1}{4}T$ sind. Im Nullpunkt ist in richtiger Lage und ungefähr richtigem Grössenverhältniss die Vorrichtung angedeutet, durch welche in unseren früheren Versuchen die Schwingungen erregt wurden. Die Kraftlinien sind allerdings nicht völlig bis zu diesem Bilde fortgeführt, da ja unsere Formeln die Schwingung als unendlich kurz annehmen, daher in der Nachbarschaft der endlichen Schwingung unzulänglich werden.

Beginnen wir eine Erläuterung der Figuren mit Fig. 1. Hier ist $t = 0$, die Strömung ist im Zustande ihrer stärksten Entwicklung, aber die Pole der geradlinigen Schwingung sind nicht electricisch geladen, es führen keine Kraftlinien auf dieselben zu. Solche Kraftlinien beginnen nun aber von der Zeit $t = 0$ an aus den Polen hervorzuschiessen, sie sind eingeschlossen in eine Kugel, welche einem Werth $Q = 0$ entspricht. In Fig. 1 ist diese Kugel allerdings noch verschwindend klein, aber sie vergrössert sich schnell und erfüllt zur Zeit $t = \frac{1}{4}T$ (Fig. 2) schon den Raum R_1 . Die Vertheilung der Kraftlinien im Innern der Kugel ist nahezu der Art, wie sie einer ruhenden electricischen Ladung der Pole entspricht. Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Kugeloberfläche $Q = 0$ vom Nullpunkt entfernt, ist zunächst weit grösser als $1/4$, in der That

würde der letzteren Geschwindigkeit während der Zeit $\frac{1}{4}T$ nur der in der Figur angegebene Werth von $\frac{1}{4}\lambda$ entsprechen. In verschwindendem Abstand vom Nullpunkt ist die Geschwindigkeit der Ausbreitung sogar unendlich. Diese Erscheinung ist es, welche wir in der alten Ausdrucksweise durch die Aussage darstellten, dass sich der mit der Geschwindigkeit $1/A$ fortschreitenden Inductionswirkung eine mit unendlicher Geschwindigkeit fortschreitende electrostatische Kraft superponire. Richtiger deuten wir wohl im Sinne unserer Theorie die Erscheinung, indem wir bemerken, dass im Grunde die sich bildende Welle nicht lediglich den Vorgängen im Nullpunkt ihre Entstehung verdankt, sondern aus den Zuständen des ganzen umgebenden Raumes hervorgeht, welcher letzterer nach unserer Theorie der eigentliche Sitz der Energie ist. Wie dem auch sei, die Fläche $Q=0$ breitet sich weiter mit einer Geschwindigkeit aus, welche mehr und mehr auf $1/A$ herabsinkt, und erfüllt zur Zeit $t = \frac{1}{4}T$ (Fig. 3) den Raum R_2 . Nunmehr ist die electrostatische Ladung der Pole in ihrer grössten Entwicklung, die Zahl der Kraftlinien, welche auf die Pole zuführen, erreicht ihren Maximalwerth. Bei weiterem Fortschreiten der Zeit treten keine weiteren Kraftlinien aus den Polen hervor, vielmehr beginnen die vorhandenen sich wieder in den schwingenden Leiter zurückzuziehen, um dort als electrische Kraftlinien zu verschwinden, ihre Energie aber in magnetische Energie umzuwandeln. Hierbei tritt ein eigenthümliches Verhalten ein, welches aus Figur 4 ($t = \frac{3}{4}T$), wenigstens in seinen Anfängen deutlich zu erkennen ist. Die Kraftlinien nämlich, welche sich am meisten vom Nullpunkt entfernt haben, erhalten bei dem Bestreben, sich zusammenzuziehen, eine seitliche Einbiegung, und indem diese Einbiegung sich mehr und mehr gegen die z -Axe zusammenzieht, schnürt sich von jeder der äusseren Kraftlinien eine in sich geschlossene Kraftlinie ab, welche selbständig in den Raum fortschreitet, während der Rest der Kraftlinien in den schwingenden Leiter zurücksinkt.

Die Zahl der zurückkehrenden Kraftlinien ist also ebenso gross, wie die Zahl der ausgegangenen, ihre Energie aber ist nothwendig um die Energie der abgeschnürten Theile vermindert. Dieser Energieverlust entspricht der Strahlung in den

Raum. Infolge desselben müsste die Schwingung bald zur Ruhe kommen, wenn nicht fremde Kräfte im Nullpunkte die verlorene Energie ersetzen. Indem wir die Schwingung als ungedämpft einführen, haben wir das Vorhandensein solcher Kräfte stillschweigend unterstellt. In Figur 1, zu welcher wir nunmehr zur Zeit $t = T$ zurückkehren, indem wir uns die Pfeile umgekehrt denken, erfüllen die abgeschnürten Theile der Kraftlinien den Kugelraum R_4 , während die von den Polen ausgehenden Kraftlinien vollständig verschwunden sind. Aber neue Kraftlinien brechen aus den Polen hervor und drängen die Kraftlinien, deren Entstehung wir verfolgten, in den Raum R_5 (Fig. 2) zusammen. Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, wie nun weiter diese Kraftlinien in den Raum R_6 (Fig. 3), R_7 (Fig. 4), R_8 (Fig. 5) gelangen. Mehr und mehr gehen dieselben in eine reine Transversalwelle über und verlieren sich als solche in der Entfernung. Das beste Bild vom Spiel der Kräfte würde man erhalten, wenn man die Zeichnungen für noch kleinere Zeitabstände herstellte und dieselben auf einer stroboskopischen Scheibe befestigte.

Eine nähere Betrachtung der Figuren ergibt, dass für solche Punkte, welche weder in der z -Axe, noch in der xy -Ebene liegen, die Richtung der Kraft sich von Augenblick zu Augenblick ändert. Stellen wir daher die Kraft für einen Punkt in üblicher Weise durch eine von dem betrachteten Punkt ausgehende Linie dar, so oscillirt der Endpunkt dieser Linie während der Schwingung nicht etwa in einer Geraden hin und her, sondern beschreibt eine Ellipse. Um zu erfahren, ob es Punkte gibt, für welche diese Ellipse nahezu in einen Kreis übergeht, in welchen also die Kraft ohne wesentliche Aenderung ihrer Grösse die Richtungen der Windrose durchläuft, superponiren wir zwei der Zeichnungen, welche Zeiten entsprechen, die um $\frac{1}{2}T$ voneinander entfernt sind, z. B. Figur 1 und 3 oder 2 und 4. Für Punkte, wie wir sie suchen, muss offenbar das Liniensystem der einen senkrecht dasjenige der anderen schneiden, und die Abstände der Linien der einen Figur denen der Linien der anderen gleich werden. Die kleinen Vierecke, welche durch den Schnitt der beiden Systeme entstehen, müssen also für die gesuchten Punkte Quadrate werden. Es lassen sich nun

in der That Gebiete der gesuchten Art bemerken; dieselben sind in Figur 1 und 2 durch kreisförmige Pfeile angedeutet, deren Richtung zugleich die Drehungsrichtung der Kraft angibt. Die punktirten Linien sind zur Erläuterung eingetragen, dieselben gehören den Liniensystemen der Figuren 3 und 4 an. Uebrigens findet man, dass die Kraft das hier geschilderte Verhalten nicht allein in den angegebenen Punkten zeigt, vielmehr in dem ganzen streifenförmigen Gebiet, welches von jenen Punkten ausgehend die Nachbarschaft der *z*-Axe bildet. Doch nimmt in dieser Richtung die Kraft so schnell an Grösse ab, dass nur in den hervorgehobenen Punkten ihr eigenthümliches Verhalten auffällig werden kann.

Das beschriebene, von der Theorie geforderte Kraftsystem kann nun einer unvollkommenen und noch nicht durch die Theorie geleiteten Beobachtung ganz wohl sich in der Weise darstellen, welche ich in einer früheren Arbeit geschildert habe.¹⁾ Zwar lassen jene Beobachtungen bei weitem nicht alle verwickelten Einzelheiten erkennen, aber sie ergeben das Wesentliche der Vertheilung richtig. Nach Beobachtung wie nach Theorie ist die Vertheilung der Kraft in der Nähe der Schwingung ähnlich der electrostatischen Vertheilung; nach Beobachtung wie nach Theorie breitet sich die Kraft wesentlich in der Aequatorialebene aus und nimmt hier anfangs schnell, dann langsam ab, ohne in einer mittleren Entfernung Null zu werden; nach Beobachtung wie nach Theorie ist die Kraft in der Aequatorialebene, der Axe und in grossen Entfernungen von beständiger Richtung und wechselnder Grösse, während sie in zwischenliegenden Punkten weniger ihre Grösse, als vielmehr ihre Richtung ändert. Nur darin mangelt die Uebereinstimmung zwischen der Theorie und jenen Beobachtungen, dass in grossen Entfernungen nach ersterer die Kraft stets senkrecht auf der Geraden zum Ursprung steht während sie in der letzteren parallel der Schwingung erschien. Für die Nähe der Aequatorialebene, wo die Kräfte am stärksten, kommt dies zwar auf das gleiche hinaus, nicht aber für Richtungen, welche zwischen Aequatorialebene und Axe liegen. Ich glaube, dass

---

1) H. Hertz, Wied. Ann. 34. p. 155. 1888.

der Fehler auf Seiten der Beobachtung ist. In jenen Versuchen war die Richtung der Schwingung parallel den beiden Hauptwänden des Beobachtungsraumes, dadurch konnte die Componente der Kraft, welche parallel der Schwingung war, verstärkt erscheinen gegenüber der zur Schwingung senkrechten Componenten.

Ich habe deshalb die Versuche wiederholt bei verschiedentlich abgeänderter Aufstellung der primären Schwingung und fand bei gewissen Aufstellungen die Ergebnisse mit der Theorie übereinstimmend. Zu einem eindeutigen Resultate gelangte ich indessen nicht, sondern fand, dass bei grossen Abständen und in Gebieten von geringer Intensität der Kraft die Störungen der Umgebung in dem zur Verfügung stehenden Raum schon zu beträchtlich waren, um ein sicheres Urtheil zu verstatten.

Während die Schwingung arbeitet, schwankt die Energie durch die Kugelflächen, welche den Nullpunkt umgeben, aus und ein. Durch jede Kugelfläche aber tritt während einer Schwingungsdauer mehr Energie aus, als in die Kugelfläche zurücktritt, und zwar für alle Kugelflächen der gleiche Betrag. Dieser Betrag stellt den während der Schwingungsdauer durch Strahlung erlittenen Energieverlust dar. Wir können ihn leicht berechnen für Kugelflächen, deren Radius r schon so gross ist, dass wir die vereinfachten Formeln anwenden dürfen. Es wird nämlich während des Zeitelementes dt durch eine Kugelzone, welche zwischen θ und $\theta + d\theta$ liegt, austreten die Energie:

$$dt \cdot 2\pi r \sin \theta \cdot r d\theta \cdot \frac{1}{4} \pi A \cdot (Z \sin \theta - R \cos \theta) P.$$

Setzen wir hierin für Z , P , R die für grosse r gültigen Werthe und integriren nach θ von 0 bis π und nach t von 0 bis T , so ergibt sich, dass durch die ganze Kugel während jeder halben Schwingung austritt die Energie:

$$\frac{1}{3} E^2 l^2 m^3 n T = \pi^4 E^2 l^2 / 3 \lambda^3.$$

Suchen wir hieraus eine angenäherte Schätzung der Verhältnisse zu gewinnen, welche bei unseren wirklichen Versuchen vorlagen. In denselben luden wir zwei Kugeln von 15 cm Radius in entgegengesetztem Sinne zu einer Schlagweite von etwa 1 cm. Schätzen wir die electrostatische Potentialdifferenz zwischen den beiden Kugeln hiernach zu $120 \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$, so

war jede Kugel auf das Potential $\pm 60 \text{ gr}^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$ geladen, und es war also $E = 15 \times 60 = 900 \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{3/2} \text{ sec}^{-1}$. Der Gesamtvorrath von Energie, welchen die Schwingung bei ihrem Beginne besass, betrug darnach $2 \times \frac{1}{2} \times 900 \times 60 = 54000 \text{ g cm}^2 \text{ sec}^{-2}$, entsprach daher etwa der Energie, welche ein Grammgewicht nach dem Fall durch 55 cm erreicht hat. Es war weiter die Länge der Schwingung $l = 100 \text{ cm}$ näherungsweise und die Wellenlänge etwa gleich 480 cm. Daraus ergibt sich der Energieverlust in der halben Schwingungsdauer zu etwa $2400 \text{ g cm}^2 \text{ sec}^{-2}$. Es erhellt, dass schon nach elf halben Schwingungen die Hälfte der Energie auf Strahlung verausgabt sein musste. Die schnelle Dämpfung, welche die Erscheinungen an unseren Schwingungen erkennen liessen, war also schon durch die Strahlung nothwendig bedingt und konnte fehlen, selbst wenn der Widerstand der Leiter und des Funkens zu vernachlässigen gewesen wäre.

Eine Energieabgabe von $2400 \text{ g cm}^2 \text{ sec}^{-2}$ in 1,5 Hundert-millionteln Secunde entspricht einer Arbeitsleistung von 22 Pferdekraften. Mindestens in dieser Fülle müsste der primären Schwingung Energie zugeführt werden, wollte man trotz der Strahlung die erregten Schwingungen dauernd mit gleicher Intensität erhalten. Während der ersten wenigen Schwingungen entspricht die Intensität der Strahlung in etwa 12 m Abstand vom primären Leiter der Intensität der Sonnenstrahlung auf der festen Erdoberfläche.

Die Interferenzversuche.

Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit der electrischen Kraft in der Aequatorialebene zu ermitteln, brachten wir die Wirkung derselben zur Interferenz mit der Wirkung einer mit gleichbleibender Geschwindigkeit in einem Drahte fortschreitenden electrischen Welle.¹⁾ Es zeigte sich, dass die auftretenden Interferenzen nicht in gleichem Abstand folgten, sondern sich in der Nähe der Schwingung schneller veränderten, als dies in grösseren Abständen der Fall war. Dies Verhalten wurde durch die Annahme erklärt, dass sich die Gesamtkraft

1) H. Hertz, Wied. Ann. **34**, p. 551. 1888.

in zwei Theile zerspalten lasse, von welchen der eine, der electrodynamische, sich mit Lichtgeschwindigkeit, der andere, der electrostatische, sich mit grösserer, vielleicht unendlicher Geschwindigkeit ausbreite. Nach unserer Theorie ist nun aber die in Frage kommende Kraft in der Aequatorialebene:

$$Z = Elm^3 \left\{ -\frac{\sin(mr - nt)}{mr} - \frac{\cos(mr - nt)}{m^2 r^2} + \frac{\sin(mr - nt)}{m^3 r^3} \right\},$$

und dieser Ausdruck zerfällt auf keine Weise in zwei einfache, mit verschiedener Geschwindigkeit fortschreitende Wellen. Ist also die gegenwärtige Theorie richtig, so kann die frühere Erklärung nur eine Annäherung an die Wahrheit darbieten. Wir wollen untersuchen, ob die gegenwärtige Theorie überhaupt zu einer Erklärung der Erscheinungen führt.

Zunächst können wir schreiben $Z = B \sin(\pi t - \delta_1)$, wo die Amplitude der Kraft $B = El/r^3 \sqrt{1 - m^2 r^2 + m^4 r^4}$ und die Phase δ_1 der Kraft bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin mr/mr + \cos mr/m^2 r^2 - \sin mr/m^3 r^3}{\cos mr/mr - \sin mr/m^2 r^2 - \cos mr/m^3 r^3},$$

welche nach Umformung ergibt:

$$\delta_1 = mr - \arctan \frac{mr}{1 - m^2 r^2}.$$

In Fig. 5 ist durch die Curve δ_1 die Grösse δ_1 als Function von mr anschaulich gemacht. Die Länge ab entspricht dabei in Abscissen und Ordinaten dem Werthe π . Betrachtet man nicht mr , sondern r als variable Abscisse, so entspricht die Länge ab in den Abscissen der halben Wellenlänge.

Um unmittelbar an die Versuche anzuknüpfen, welche wir darzustellen wünschen, ist unter der Zeichnung noch eine weitere Theilung der Abscissenaxe nach Metern angebracht. Es ist nämlich nach den Ergebnissen der directen Messung¹⁾ $\lambda = 4,8$ m gesetzt und danach die Länge des Meters bestimmt; der Anfangspunkt der Theilung ist aber nicht in die Schwingung, sondern in einen Abstand von 0,45 m von derselben verlegt. Die Eintheilung stellt auf diese Weise die Eintheilung der Grundlinien dar, in welcher wir die Interferenzen bestimmten. Man ersieht aus der Figur, dass die Phase überhaupt

1) H. Hertz, Wied. Ann. 34. p. 609. 1888.

nicht vom Ursprung an wächst, vielmehr ist der Verlauf der Phase ein solcher, als entstände die Welle in einem Abstand von etwa $\frac{1}{2}\lambda$ im Raume und liefe von dort theils gegen den Leiter, theils in den Raum hinaus. In grossen Entfernungen ist die Phase um den Werth π kleiner, als sie sein würde, wenn die Welle mit constanter Geschwindigkeit vom Ursprung ausgegangen wäre; die Welle verhält sich also in grossen Entfernungen so, als hätte sie die erste halbe Wellenlänge mit unendlicher Geschwindigkeit durchlaufen.

Die Wirkung w der Drahtwellen auf eine bestimmte Stellung des secundären Leiters kann nun jedenfalls dargestellt werden in der Form: $w = C \sin(nt - \delta_2)$, worin als Abkürzung $\delta_2 = m_1 r + \delta = \pi r/\lambda_1 + \delta$ gesetzt ist. λ_1 bezeichnet die halbe Wellenlänge der Drahtwellen, in unseren Versuchen 2,8 m, δ aber die Phase ihrer Wirkung im Punkte $r = 0$, welche wir durch Verschaltung von Drahtlängen willkürlich abänderten. Ebenso konnten wir die Amplitude C abändern und gaben ihr solche Grösse, dass die Wirkung der Drahtwellen der directen Wirkung nahezu gleich war. Die Phase der Interferenz hängt dann nur ab von dem Unterschied der Phasen δ_1 und δ_2 . Bei derjenigen Stellung des secundären Kreises, auf welche sich unser Ausdruck für w bezieht, verstärken sich beide Wirkungen (die Interferenz hat das Zeichen +), wenn $\delta_1 - \delta_2$ gleich Null oder einem ganzen Vielfachen von 2π ist; die Wirkungen vernichten sich (die Interferenz hat das Zeichen -), wenn $\delta_1 - \delta_2$ gleich π oder einem ganzen Vielfachen dieses Werthes ist; eine Interferenz findet nicht statt (die Interferenz hat das Zeichen 0), wenn $\delta_1 - \delta_2$ gleich einem ganzen Vielfachen von $\frac{1}{2}\pi$ ist.

Wir wollen uns nun δ so bestimmt denken, dass im Anfangspunkt der Metertheilung die Phase der Interferenz einen bestimmten Werth ε habe, dass daselbst also $\delta_1 = \delta_2 + \varepsilon$ sei. Die gerade Linie 1 unserer Figur soll uns alsdann den Werth von $\delta_2 + \varepsilon$ als Function der Entfernung darstellen. Die Linie ist nämlich mit solcher Neigung gezogen, dass für ein Wachsthum der Abscisse um $\lambda_1 = 2,8$ m die Ordinate um den Werth π wächst, und sie ist so gelegt, dass sie die Curve δ_1 schneidet in einem Punkte, dessen Abscisse die des Anfangspunktes

der Metertheilung ist. Die Linien 2, 3, 4 etc. stellen dann weiter den Verlauf der Werthe von $\delta_2 + \varepsilon - \frac{1}{2}\pi$, $\delta_2 + \varepsilon - \pi$, $\delta_2 + \varepsilon - \frac{3}{2}\pi$ etc. vor. Diese Linien sind nämlich parallel der Linie 1 und so gezogen, dass sie ein und dieselbe Ordinate in Abständen von je $\frac{1}{2}\pi$, ein und dieselbe Abscisse in Abständen von je 1,4 m schneiden. Projicirt man nun die Schnittpunkte dieser Geraden mit der Curve δ_1 auf die Abscissenaxe herunter, so erhält man offenbar diejenigen Entfernungen, für welche $\delta_1 = \delta_2 + \varepsilon + \frac{1}{2}\pi$, $\delta_2 + \varepsilon + \pi$, $\delta_2 + \varepsilon + \frac{3}{2}\pi$ etc. wird, für welche also die Phase der Interferenz gegen die des Ausgangspunktes um $\frac{1}{2}\pi$, π , $\frac{3}{2}\pi$ etc. gewachsen ist. Man entnimmt so unmittelbar aus der Figur die Aussagen: Besitzt die Interferenz im Anfangspunkt der Grundlinie das Zeichen + (–), so erlangt sie das Zeichen 0 zum ersten mal bei ca. 1 m, das Zeichen – (+) bei ca. 2,3 m, um wieder das Zeichen 0 zu erreichen bei ca. 4,8 m; die Interferenz kehrt zurück zum Zeichen + (–) bei ca. 7,6 m, sie ist wiederum 0 bei ca. 14 m, um von nun an die Reihe der Zeichen in nahezu gleichen Abständen zu durchlaufen. Besitzt die Interferenz im Nullpunkt der Grundlinie das Zeichen 0, so besitzt sie dies Zeichen ebenfalls bei ca. 2,3 m, 7,6 m, 14 m, sie hat ausgesprochen positiven oder negativen Charakter in ca. 1 m, 4,8 m, 11 m Entfernung vom Nullpunkt. Für mittlere Phasen gelten mittlere Werthe. Man vergleiche mit diesem Ergebniss der Theorie das Ergebniss des Versuches, insbesondere diejenigen Interferenzen, welche stattfanden bei Vorschaltung von 100, 250, 400, 550 cm Draht¹⁾, und man wird die Uebereinstimmung so vollkommen finden, als irgend erwartet werden kann.

Nicht ganz so gut ist es mir gelungen, die Interferenzen der zweiten Art wiederzugeben.²⁾ Zur Herstellung dieser Interferenzen benutzten wir eine Lage des secundären Kreises, bei welcher hauptsächlich die Integralkraft der Induction um den geschlossenen Kreis in Betracht kam. Sehen wir die Dimensionen des letzteren als verschwindend klein an, so ist die Integralkraft proportional der Aenderungsgeschwindigkeit der

---

1) Hertz, l. c. p. 563.

2) Hertz, l. c. p. 565.

magnetischen Kraft, welche senkrecht auf der Ebene des Kreises steht, also proportional dem Ausdruck:

$$\frac{dP}{dt} = AElm^2n^2 \left\{ -\frac{\cos(mr - nt)}{mr} + \frac{\sin(mr - nt)}{m^2r^2} \right\}.$$

Hieraus erhält man für die Phase δ_3 dieser Wirkung:

$$\operatorname{tg} \delta_3 = -\frac{\cos mr/mr - \sin mr/m^2r^2}{\sin mr/mr + \cos mr/m^2r^2},$$

oder nach Umformung:

$$\delta_3 = mr - \arctan mr.$$

Die Linie δ_3 unserer Figur 5 stellt den Verlauf dieser Function dar. Man ersieht, dass für diese Wirkung die Phase schon vom Ursprung an dauernd wächst. Es müssen daher die Erscheinungen, welche auf eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit hinweisen, bei diesen Interferenzen allerdings schon in der Nähe der Schwingung sich geltend machen. So zeigte es sich auch in den Versuchen, und eben darin bestand der Vortheil, welchen uns diese Art der Interferenz bot. Aber es ergibt sich die scheinbare Geschwindigkeit in der Nähe der Schwingung doch grösser, als in der Ferne, und es ist nicht zu leugnen, dass die Phase der Interferenz sich nach der Theorie wenig, aber bemerkbar schneller ändern müsste, als es in den Versuchen der Fall war. Es erscheint mir wahrscheinlich, dass eine vollkommenere Theorie, welche nicht die beiden wirkenden Leiter als verschwindend klein betrachtet, vielleicht auch eine andere Annahme des Werthes von λ , hier ein bessere Uebereinstimmung herstellen würde.

Von Wichtigkeit ist, dass auch unter Zugrundelegung der Maxwell'schen Theorie die Versuche nicht gedeutet werden können, ohne einen merklichen Unterschied zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in Drähten und der Wellen im freien Raum anzunehmen.

Wellen in drahtförmigen Leitern.

$$\text{Die Function: } K(p\rho) = \int_0^\infty e^{-1/2 p \rho (e^u + e^{-u})} du,$$

welche sich für grosse Werthe von ρ der Function $\sqrt{\pi/2p\rho} \cdot e^{-\rho/2}$, für verschwindende Werthe von ρ der Function $-\log(p\rho/2) - 0,577$ anschmiegt, genügt der Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 K(p\varrho)}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{dK(p\varrho)}{d\varrho} - p^2 K(p\varrho) = 0.$$

Setzen wir also:

$$II = 2J/An \cdot \sin(mz - nt) \cdot K(p\varrho),$$

so genügt II der Gleichung $A^2 d^2 II/dt^2 = \Delta II$, sobald wir machen $p^2 = m^2 - A^2 n^2$. Dabei soll verstanden sein unter J eine in magnetischem Maass gemessene Stromstärke, unter p und $m = \pi/\lambda$ reciproke Längen, unter $n = \pi/T$ eine reciproke Zeit. Die Function II genügt ihrer Gleichung im ganzen Raum, ausser in der z -Axe, in welcher sie unstätig wird. Es entsprechen also die aus obigem II abzuleitenden Werthe von R, Z, P, N einer electrischen Bewegung, welche in einem sehr dünnen, längs der z -Axe ausgespannten Drahte stattfindet. In unmittelbarer Nachbarschaft dieses Drahtes wird bis auf Grössen, welche gerade Potenzen von ϱ enthalten:

$$\begin{aligned} Q_0 &= -2J/An \cdot \sin(mz - nt), & \text{also:} \\ R_0 &= 2Jm/An\varrho \cdot \cos(mz - nt), \\ P_0 &= 2J/\varrho \cdot \cos(mz - nt), \end{aligned}$$

wobei durch den Index o der Bezug auf verschwindende ϱ festgehalten ist. Aus dem Werthe von R_0 folgt, dass die auf der Längeneinheit des Drahtes sich befindende freie Electricität e ist:

$$e = 1/4\pi \cdot 2\pi\varrho \cdot R_0 = Jm/An \cdot \cos(mz - nt).$$

Aehnlich folgt aus P_0 die Stromstärke i :

$$i = 1/4\pi \cdot 2\pi\varrho \cdot P_0 = J \cos(mz - nt).$$

Die Werthe von i und e genügen von selber der nothwendig zu erfüllenden Gleichung $Ade/dt = -di/dz$. Dieselben zeigen uns, dass die behandelte Bewegung eine electrische Sinuswelle darstellt, welche sich in der z -Axe in Richtung der wachsenden z fortpflanzt, deren halbe Wellenlänge λ , und deren halbe Schwingungsperiode T , deren Geschwindigkeit also $\lambda/T = n/m$ ist, und welche eine solche Intensität besitzt, dass die grössten auftretenden Stromstärken $\pm J$ betragen.

Behalten wir uns vor, über fremde Kräfte im Drahte willkürlich zu verfügen, so können wir λ und T als unabhängig voneinander ansehen. Für jedes bestimmte Verhältniss dieser

Grössen, also für jede bestimmte Geschwindigkeit der Welle haben die Linien der electrischen Kraft eine bestimmte Gestalt, welche, unabhängig von der Zeit, am Drahte entlang gleitet. Wie früher stellen wir diese Gestalt dar, indem wir die Linien $Q = \text{constans}$ ziehen.

In Figur 6 ist eine solche Darstellung ausgeführt, und zwar zunächst in Figur 6a für den Fall, dass die Geschwindigkeit sehr klein, p also gleich m ist. Die Zeichnung entspricht dann einer electrostatischen Kraftvertheilung, nämlich derjenigen, welche wir erhalten, wenn wir auf dem Draht Electricität so vertheilen, dass die Dichtigkeit eine Sinusfunction der Drahtlänge ist. Figur 6_b gibt die Kraftlinien für eine Geschwindigkeit, welche etwa $28/48$ der Lichtgeschwindigkeit beträgt. Man sieht, dass die Kraftlinien einen grösseren Umweg als vorher machen, um, von dem Drahte ausgehend, zu demselben zurückzugelangen. In der älteren Anschauungsweise ist dies erläutert durch die Aussage: Die electrodynamische Kraft, welche parallel dem Drahte gerichtet sei, schwäche die gleichgerichtete Componente der electrostatischen Kraft, während sie die zum Drahte senkrechte Componente nicht beeinflusse. Die Schwächung der dem Draht parallelen Componente kann bis zur Vernichtung derselben sich steigern. Nehmen wir nämlich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Drahtwellen gleich der Lichtgeschwindigkeit, so wird $p = 0$, es artet dann für jeden Werth von $\rho K(p\rho)$ aus in $-\log \rho + \text{constans}$, und es wird für jeden Werth von ρ :

$$Q = -2J/An \cdot \sin(mz - nt), \quad \text{also:}$$

$$R = 2Jm/An\rho \cdot \cos(mz - nt), \quad Z = 0,$$

$$P = 2J/\rho \cos(mz - nt), \quad N = 0.$$

Die Kraftvertheilung ist alsdann die denkbar einfachste, die electriche Kraft steht überall senkrecht auf dem Drahte und nimmt ab im umgekehrten Verhältniss der Entfernung von diesem. Die für gleichabstehende Werthe von Q gezogenen Linien $Q = \text{constans}$ sind in Figur 6_a angedeutet. Für Wellen, welche sich mit einer grösseren Geschwindigkeit als $1/A$ fortpflanzen, wird p imaginär. Für diesen Fall müssen wir unsere Formeln umgestalten, doch gehen wir nicht auf denselben ein, da ihm keine praktische Bedeutung zukommt.

An der Oberfläche eines Leiters setzt sich diejenige Componente der electricischen Kraft, welche tangential zur Oberfläche liegt, stetig in das Innere des Leiters fort. Unter einem vollkommenen Leiter versteht man nach Maxwell einen solchen, in dessen Inneren stets nur verschwindend kleine Kräfte auftreten können. Daraus folgt für die Oberfläche eines vollkommenen Leiters als Bedingung, dass die zur Oberfläche tangential Componente der Kraft verschwinden muss. Enthält diese Behauptung keinen Irrthum, so folgt, dass sich in gut leitenden Drähten electricische Wellen mit Lichtgeschwindigkeit und in derjenigen Gestalt ausbreiten müssen, welche durch Fig. 6_a gegeben ist. Denn nur für diese Kraftvertheilung steht die Kraft überall senkrecht auf der Oberfläche des Drahtes. In der That ist denn auch stets aus der Maxwell'schen Theorie, wie aus den älteren Theorien, der Schluss gezogen worden, dass sich durch vollkommen leitende Drähte electricische Wellen mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten.

Dürfen wir indessen unseren Versuchen nur ein wenig trauen, so ist dies Resultat unrichtig, die Ausbreitung geschieht mit einer viel geringeren Geschwindigkeit und etwa in derjenigen Gestalt, welche Fig. 6_b anzeigt. Dies Ergebniss ist um so auffallender, als die Geschwindigkeit in Drähten ebenfalls eine von der Natur des Drahtes gänzlich unabhängige Geschwindigkeit zu sein scheint. Ich habe dieselbe als gleich gefunden in Drähten der verschiedensten Metalle, der verschiedensten Dicke, der verschiedensten Gestalt des Querschnittes, auch in Säulen leitender Flüssigkeit. Die Ursachen, welche diese Geschwindigkeit bestimmen, sind noch dunkel. Der Widerstand spielt jedenfalls keine Rolle. Ich vermuthete eine Zeit lang, dass sich ein Einfluss der Constanten k geltend mache, durch deren Einführung Hr. H. v. Helmholtz die Maxwell'sche Theorie erweitert hat.¹⁾ Eine nähere Ueberlegung lässt diese Vermuthung indessen zurückweisen. Wäre die Grenzbedingung nur richtig, so wäre eine Welle von der Form der Fig. 6_a immer noch möglich. Dieselbe würde stets eine reine Transversalwelle sein und müsste sich als solche

---

1) H. v. Helmholtz, Ges. Abb. 1. p. 545.

mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen, wie ebene Transversalwellen im Raume, ob nun gleichzeitig Longitudinalwellen möglich sind oder nicht. Ein endlicher Werth der Constanten k würde, ohne die Verschiedenheit der beobachteten Geschwindigkeiten zu erklären, fordern, dass zweierlei Arten von Wellen verschiedener Geschwindigkeit im Draht möglich seien, wofür bisher Andeutungen aus der Erfahrung noch nicht vorliegen. Es dürfte die Richtigkeit der Grenzbedingung für schnell veränderliche Kräfte zu bezweifeln sein.

Erscheint es einerseits nicht möglich, den in der z -Axe fortschreitenden Wellen eine beliebig grosse Geschwindigkeit zu ertheilen, so hat es auf der anderen Seite keine Schwierigkeit, die Geschwindigkeit von ihrem Maximalwerth beliebig herabzudrücken und Kraftvertheilungen herzustellen, welche zwischen den Formen 6_a und 6_b eingeschlossen sind. Man lässt zu dem Ende die Welle durch regelmässig gezackte oder spiralförmig aufgerollte Drähte fortschreiten. Indem ich z. B. einen Draht von 40 m Länge zu einer einfachen Spirale von 1 cm Durchmesser in solcher Dichte aufrollte, dass die Länge der Spirale 1,6 m wurde, konnte ich Knotenpunkte in Abständen von ca. 0,31 m beobachten, während im gestreckten Draht die Abstände der Knoten 2,8 m betrugen. Bei allmählichem Ausrecken der Spirale ging der eine Werth auf den anderen über. In der Richtung der z -Axe (der Axe der Spirale) gemessen, bewegt sich also die Welle wesentlich langsamer in dem aufgerollten Drahte. In der Drahtlänge gemessen allerdings bewegt sie sich schneller. Aehnlich ist das Verhalten in gezackten Drähten. Irre ich nicht, so vermag auch hiervon die Maxwell'sche Theorie unter Annahme jener Grenzbedingung für gute Leiter keine Rechenschaft zu geben. Es müsste nach dieser Theorie, wie mir scheint, die in der z -Axe gemessene Ausbreitung durch jede Form des Leiters mit Lichtgeschwindigkeit erfolgen, sobald nur erstens der Widerstand des Leiters nicht in Betracht kommt und zweitens die Dimensionen des Leiters senkrecht zur Axe verschwindend klein gegen die Wellenlänge sind. Beide Bedingungen aber sind in spiraligen Metalldrähten erfüllt, ohne dass die Folgerung zuträfe.

Indem wir versuchten, die Beobachtungen aus der Max-

well'schen Theorie zu erklären, ist es uns nicht gelungen, alle Schwierigkeiten zu beseitigen. Gleichwohl wird man die Vollständigkeit, mit welcher jene Theorie den grössten Theil der Erscheinungen wiedergibt, als eine nicht verächtliche Leistung derselben betrachten dürfen. Denn wenn man versucht, auf die Erscheinungen eine der älteren Theorien anzuwenden, so geräth man schon in den elementarsten Zügen auf Widersprüche, es sei denn, dass man durch Einführung des Aethers als Dielectricum jene Theorien mit der Maxwell'schen versöhnt auf dem durch v. Helmholtz angegebenen Wege.

Karlsruhe, im November 1888.

II. *Eine Bestimmung des Ohm;* *von E. Dorn.*

(Im Auszuge der Königlichen Academie der Wissenschaften zu Berlin vorgelegt am 5. Juli 1888.)

(Hierzu Taf. I Fig. 7—13.)

Inhaltsangabe: 1. Vorbemerkungen. — 2. Ableitung der Formeln. — 3. Ort der Beobachtungen. — *Beschreibung der Apparate:* 4. Herstellung unmagnetischen Kupfers. — 5. Hauptgalvanometer. — 6. Stativ dazu. — 7. Tangentenbussole. — 8. Differentialgalvanometer und aperiodisches Galvanometer. — 9. Localvariometer. — 10. Widerstände. — 11. Uhr, Maasse und Gewichte, Scalen, Thermometer. — *Vorbereitende Messungen und Hilfsbeobachtungen:* 12. Calibrirung der Widerstände; Temperaturcoefficienten. — 13. Widerstände in m/qmm Hg. 0°. 14. Constanten des Galvanometers: Temperaturcoefficient des Widerstandes, Selbstinduction, Aenderung der Galvanometerfunction, Magnetischer Localeinfluss, Torsionsverhältniss, Temperaturcoefficient und Inductioncoefficienten des Magnets, Trägheitsmoment. — 15. Constanten der Tangentenbussole: Durchmesser, Polabstand, Torsionsverhältniss, Magnetischer Localeinfluss. — 16. Zur Ermittlung von M/H : Magnetabstände, Hilfsmagnete, Polabstände. — 17. Localvariometer: Temperaturcoefficient, Reductionsfactor, Vergleichung mit der Schwingungsmethode, Verhältniss von H für verschiedene Stellen. — *Anordnung und Aufstellung der Apparate:* — 18. Galvanometer. — 19. Tangentenbussole. — 20. Variometer. — 21. Leitungen und Verbindungen. — *Die Hauptbeobachtungen:* 22. Allgemeines. — 23. Gegenseitige Beeinflussung der Instrumente. — 24. Scalenabstände. — 25. Magnetabstände. — 26. Verhält-