**VI. Bemerkung zu dem Aufsätze des Hrn. Lorberg¹⁾
über einen Gegenstand der Electrodynamik;
von Ludwig Boltzmann in Graz.**

Hr. Lorberg hat zunächst die erste von Hrn. Aulinger²⁾ gefundene Formel beträchtlich verallgemeinert. Die Wichtigkeit dieser Formel scheint mir darin zu bestehen, dass sie ein Experimentum crucis für die Weber'sche Theorie der Electrodynamik angibt, welches mit durchaus geschlossenen Strömen und ruhenden electrostatischen Ladungen ausgeführt werden kann. Die zu erwartende Wirkung ist freilich, wenn auch vielleicht nicht gänzlich ausserhalb der Grenze des Beobachtbaren gelegen, doch jedenfalls so klein, dass die grossartigsten experimentellen Hilfsmittel zu ihrem Nachweise erforderlich wären, und gegenwärtig keine Aussicht vorhanden ist, dass ein solcher Versuch unternommen werden wird. Doch scheint es mir immerhin nicht ganz ohne Interesse, wenn in solchen Dingen die Theorie dem Experimente hier und da voraneilt.

Hr. Lorberg unterzieht ferner auch die Betrachtungen einer Kritik, welche von mir stammen, und welche die Anregung zu den Untersuchungen des Hrn. Aulinger gegeben haben und von diesem auch seiner Abhandlung vangeschickt werden. Hr. Lorberg erinnert zunächst, dass diesen Betrachtungen noch eine Annahme zu Grunde liegt, welche weder Hr. Aulinger, noch Hr. Hertz³⁾ explicit erwähnt haben. Diese Annahme besteht darin, dass die electrischen Kräfte, welche die Inductionsströme erzeugen, nicht blos im Stande sind, electromotorisch, sondern auch ebenso gut ponderomotorisch zu wirken. Diese ponderomotorische Wirkung ist so klein, dass sie bisher allerdings nicht experimentell beobachtet wurde; allein es schien mir und offenbar auch Hrn. Hertz ganz selbstverständlich, dass ein in sich geschlossenes Solenoid, wenn darin die Stromstärke ansteigt oder abnimmt, nicht nur in einem geschlosse-

1) Lorberg, Wied. Ann. **27.** p. 666. 1886.

2) Aulinger, Wied. Ann. **27.** p. 119. 1886.

3) Hertz, Wied. Ann. **23.** p. 84. 1884.

nen Leitungsdraht, welcher seine Mittellinie umfasst, einen Inductionsstrom erzeugt, sondern auch auf eine in der Nähe befindliche, electrostatisch geladene kleine Kugel ponderomotorisch wirkt, d. h. sie gerade so um seine Mittellinie herumzudrehen strebt, wie das Faraday'sche Pendel um einen electrischen Strom kreist, überhaupt, dass alle electrischen Kräfte, welche Inductionsströme erzeugen, auch eben so gut auf electrostatisch geladene Körper ponderomotorisch zu wirken im Stande sind. Es soll dies als die Annahme *X* bezeichnet werden. Ich will hier die grössere oder geringere aprioristische Wahrscheinlichkeit dieser Annahme nicht weiter discutiren; jedenfalls würde ihre experimentelle Bestätigung wieder Veranlassung zu einem interessanten und schwierigen Versuche geben. Es müsste da eine leichte kreisförmige, ebene Metallscheibe um eine darauf senkrechte Axe leicht drehbar zwischen zwei entgegengesetzten ebenen Magnetpolen, wovon einer durchbohrt, aufgehängt und ihre Drehung um diese Axe beobachtet werden, wenn die statisch electrische Ladung der Scheibe, sowie der Magnetismus der Pole fortwährend commutirt würden.

Eine Bemerkung will ich mir noch erlauben. Denken wir uns im Inneren eines unendlichen oder ellipsoidförmigen Solenoids, kurz in einem homogenen magnetischen Felde einen in sich geschlossenen Drahtkreis, dessen Ebene senkrecht auf den Kraftlinien steht; bei jeder Aenderung des Feldes wird dann in dem Drahtkreise ein electrischer Strom inducirt. So weit ist das Feld in allen Punkten vollkommen gleich beschaffen. Es gibt kein Merkmal, welches irgend einen Punkt des Feldes vor einem anderen zu unterscheiden erlauben würde. Unter der Annahme *X* wird aber bei jeder Veränderung der Intensität des Feldes auf eine kleine, im Felde befindliche, electrostatisch geladene Kugel eine ponderomotorische Kraft ausgeübt werden. Die Richtung dieser Kraft *K* liegt jedenfalls in der durch das Centrum *Z* der Kugel senkrecht zu den Kraftlinien gelegten Ebene. Um aber diese Richtung genauer zu bestimmen, muss ein Punkt *O* in dieser Ebene gegeben sein, welchen wir den Mittelpunkt des homogenen Feldes (oder, genauer gesprochen, der Feldänderung) nennen

wollen. Die Richtung der Kraft K steht dann immer senkrecht auf der geraden Verbindungslinie dieses Punktes O mit dem Punkt Z . Bezüglich dieser experimentell allerdings noch nicht nachgewiesenen Kraft K verhalten sich also durchaus nicht alle Punkte des homogenen Feldes gleich. Im Punkte O wird auf einen electrostatisch geladenen Körper durch Aenderung der Feldintensität keine ponderomotorische Kraft ausgeübt. In jedem anderen Punkte ist eine solche wirksam, welche der Entfernung des Körpers vom Punkte O proportional ist.¹⁾

Machen wir nun die Annahme X , so ist klar, dass das Potential der electricischen Kräfte der Induction eine genau ebenso reelle physikalische Bedeutung hat, wie das der electromagnetischen und electrodynamischen Kräfte; denn die ersteren können in genau ebenso reeller Weise auf eine dünne geladene Franklin'sche Tafel wirken, wie die letzteren auf eine transversal magnetische Scheibe. Sie existiren auch im Inneren eines Nichtleiters, welcher durch sie dielectricisch polarisirt wird, ebenso gut, wie im Inneren eines Leiters, auf welchem letzteren sie auch eine Influenzladung erzeugen können. Nach dem Principe der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung endlich übt auch ein electrostatisch geladener Körper eine ponderomotorische Rückwirkung auf ein Solenoid mit veränderlicher Stromintensität aus. Die Annahme X ist also jedenfalls zum Beweise der von Hrn. Hertz erschlossenen Wechselwirkung der erlöschender Ringmagnete nothwendig.

Ich glaube aber, dass Hr. Lorberg durchaus Unrecht hat, wenn er behauptet, dass ausser ihr hierzu nur mehr das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft erforderlich sei. Die Gleichungen (3) der Lorberg'schen

1) Ist p die Kraft in Dynen, welche auf die im Punkte Z befindliche Electricitätsmenge 1 (electrostatich gemessen) senkrecht auf $OZ=r$ wirkt, so ist $2\pi r p$ die ebenfalls electrostatich gemessene electromotorische Kraft in einem Kreise vom Radius r , dessen Ebene auf den Kraftlinien senkrecht steht; $2\pi r p v$ ist diese electromotorische Kraft in magnetischem Maasse. Da diese andererseits gleich $\pi r^2 dM:dt$ ist, so folgt $p = (r/2v) \cdot (dM/dt)$. Hierbei ist M die Stärke des Magnetfeldes in magnetischem Maasse, $v = 3 \cdot 10^{10}$ cm : sec.

Abhandlungen können nämlich aus den Gleichungen (2) keineswegs mittelst des Principes der Erhaltung der lebendigen Kraft ganz allein abgeleitet werden. Ich will hier nicht weiter ausführen, dass bei Ableitung der ersteren Gleichungen aus den letzteren ausser diesem Principe auch noch das Ohm'sche, das Joule'sche Gesetz, das Gesetz, dass die Arbeit einer galvanischen Batterie pro Zeiteinheit dem Producte der electromotorischen Kraft und der Stromintensität gleich ist, oder ähnliche Gesetze herangezogen werden müssen, welche alle nicht in gleicher Weise von magnetischen Strömen gelten, und dass es schon aus diesem Grunde zur vollkommenen Klarlegung aller zum Beweise nothwendigen Voraussetzungen sehr erwünscht wäre, die Gleichungen (6) wirklich explicit und ausführlich aus den Gleichungen (5) abzuleiten, anstatt einfach auf die Analogie mit der Ableitung der Gleichungen (3) aus den Gleichungen (2) hinzuweisen. Der Kernpunkt scheint mir vielmehr darin zu liegen, dass die Gleichungen (3) überhaupt erst dann mit Hülfe des Principes der lebendigen Kräfte aus den Gleichungen (2) gewonnen werden können, wenn aus diesen letzteren die electrodynamischen Kräfte zwischen zwei electrischen Strömen erschlossen worden sind. Hr. Lorberg erkennt dies selbst im folgenden Passus auf p. 66 an: „Aus der Intensität der Resultirenden der Kräfte auf ein magnetisches Molecül nach dem Ampère'schen Principe folgt dann weiter, dass auch die Componenten und Drehungsmomente der gesammten ponderomotorischen Kraft auf einen electrischen Strom ein Potential besitzen.“ Diesem Schlusse aus der Wirkung eines electrischen Stromes auf einen Magnet oder umgekehrt auf die Wechselwirkung zweier electrischer Ströme, ohne welchen (ich betone es nochmals) die Gleichungen (3) aus den Gleichungen (2) nicht gewonnen werden können, entspricht bei Ableitung der Gleichungen (6) aus den Gleichungen (5) der Schluss von der Wirkung eines geschlossenen Solenoides von veränderlicher Stromintensität auf einen electrostatisch geladenen Körper oder umgekehrt auf die Wirkung zweier geschlossener Solenoide mit veränderlicher Stromintensität auf einander. Gerade dieser letztere Schluss scheint mir aber aus dem Principe

der lebendigen Kräfte in keiner Weise zu folgen und überhaupt nicht möglich zu sein ohne das von mir aufgestellte Princip, dass in einem Raume alle electricischen und magnetischen Kräfte gegeben sind, sobald in jedem Punkte die auf eine ruhende unveränderliche electricische Masse und auf einen ruhenden unveränderlichen Magnetpol wirkenden Kräfte gegeben sind oder unter Annahme der Ampère'schen Theorie des Magnetismus, dass die electricischen Kräfte nur von den Coordinaten der electricischen Massen und deren ersten Differentialquotienten nach der Zeit abhängen. Aus den Gleichungen (5) folgt unter der Annahme X unzweifelhaft, dass ein Solenoid von veränderlicher Stromstärke auf eine electricische Doppelschicht (geladene Franklin'sche Tafel) ponderomotorische Kräfte ausübt, daher auch umgekehrt, dass die Doppelschicht auf das veränderliche Solenoid ponderomotorisch wirkt; daraus kann aber noch nicht geschlossen werden, dass auch ein zweites veränderliches Solenoid auf das erste ponderomotorisch wirkt; denn daraus, dass das zweite veränderliche Solenoid dieselben electrostatischen, magnetischen und inducirenden Wirkungen wie die Doppelschicht ausübt, mögen diese ein Potential haben oder nicht, folgt ohne das von mir aufgestellte Princip noch nicht, dass es auch auf veränderliche electricische Ströme (z. B. auf das erste Solenoid) dieselbe Wirkung ausübt. Nimmt man das Weber'sche Gesetz als richtig an, so würde in der That im ganzen Raume mit Ausnahme des Inneren der Doppelschicht diese dieselben electrostatischen und inducirenden Kräfte ausüben, wie ein Solenoid mit variabler Stromstärke, aber auf ein zweites derartiges Solenoid würde die Doppelschicht ponderomotorisch wirken, das erste Solenoid dagegen nicht. Der beste Beweis für die Unentbehrlichkeit des von mir ausgesprochenen Principes besteht in diesem ebenfalls von Hrn. Aulinger¹⁾ bereits ausführlich erbrachten Nachweise, dass aus dem Weber'schen Gesetze sich nicht die mindeste Wirkung zwischen zwei geschlossenen, von Strömen mit veränderlicher Intensität durchflossenen Solenoiden ergibt. Da es sich hier nur um

---

1) Aulinger, l. c. p. 131.

logische Untersuchungen handelt, so kann die Frage, ob die Electricitäten wirklich Fluida sind, welche das Weber'sche Gesetz befolgen, ganz aus dem Spiele bleiben. Folgendes ist unbestrittene Thatsache. Unter der Annahme des Weber'schen Gesetzes folgen mit Nothwendigkeit die Lorberg'schen Gleichungen von (1) bis (5); unter Annahme des Weber'schen Gesetzes folgt aber auch mit Nothwendigkeit, dass ein geschlossenes Solenoid von veränderlicher Stromintensität auf einen statisch geladenen electrischen Körper, daher auch auf eine electrische Doppelschicht, etwa eine geladene Franklin'sche Tafel, ponderomotorische Kräfte ausüben muss, also dasjenige, was wir die Annahme *X* nannten, die reale Existenz des Potentials der electrischen Kräfte der Induction. Trotz alledem folgt aber aus dem Weber'schen Gesetze keine Wechselwirkung zweier geschlossener Solenoide von veränderlicher Stromintensität. Diese letztere Consequenz kann also aus allen vorhergenannten Sätzen nur mittelst eines Principes abgeleitet werden, welches das Weber'sche Gesetz ausschliesst, also keinesfalls allein mittelst des Principes der Erhaltung der lebendigen Kräfte. Denn das Weber'sche Gesetz steht mit dem Principe der lebendigen Kraft, insoweit es hier in Frage kommt, in vollem Einklange, da nach dem Weber'schen Gesetze immer die erzeugte lebendige Kraft genau gleich der aufgewendeten Arbeit ist. Man sieht leicht, dass die ungereimten Consequenzen, welche, wie Hr. v. Helmholtz zeigte, sich aus dem Weber'schen Gesetze ergeben, mit der Frage, welche uns beschäftigt, absolut nichts zu schaffen haben; denn diese beziehen sich blos darauf, dass nach dem Weber'schen Gesetze in gewissen Fällen, ohne dass irgend welche Entfernungen unendlich klein werden, eine unendliche Arbeit geleistet werden kann. Zu diesen Fällen gehören aber die hier behandelten durchaus nicht.