**1. *Versuche über den Stofs des Wasserstrahls;
von Dr. H. Buff.***

Der Wasserstofs oder sogenannte hydraulische Druck ist zwar häufig, besonders von früheren Hydraulikern, zuletzt im Jahre 1838 von Bidone experimentel untersucht worden; doch erkennt man aus dem Einblick in dasjenige, was davon in die besseren Lehrbücher übergegangen ist, sehr bald, dafs man noch weit davon entfernt ist, eine ganz klare Vorstellung von jenem Vorgange zu besitzen, so sehr auch manche Schriftsteller sich bemüht haben, den Mangel an Erfahrungen und tieferer Einsicht durch um so umfangreichere mathematische Behandlung zu ergänzen.

In den folgenden Untersuchungen habe ich mich vorzugsweise bestrebt, das Thatsächliche der Erscheinung festzustellen, welches, wie man sehen wird, in mehreren Punkten von dem abweicht, was von früheren Beobachtern mitgetheilt worden ist.

1. Die Geschwindigkeit des Wassers beim Ausflufs durch enge Oeffnungen in dünnen Wänden erreicht anscheinend nicht ganz den theoretischen Ausdruck $v = \sqrt{2gh}$. So bleibt beispielsweise die Steighöhe eines senkrecht oder fast senkrecht aufsteigenden Strahls ungefähr $\frac{1}{10}$ hinter der Fallhöhe h zurück.

Andererseits weifs man jedoch aus den berühmten hydraulischen Untersuchungen Savart's, dafs der wagerecht ausfliefsende Wasserstrahl, bei beständiger Geschwindigkeit gegen eine seinen Querschnitt an Gröfse nicht übertreffende Oeffnung eines leeren Behälters geleitet, diesen Behälter all-

mählig bis zur Höhe des Wasserstandes im Ausflus Gefäße anfüllt; eine Thatsache, welche keine andere Erklärung zuläfst, als dafs die Geschwindigkeit des Strahls wenigstens bei geringem Abstände vor der Mündung dem Werthe $v = \sqrt{2gh}$ gleichkommt.

Es schien mir zunächst von Wichtigkeit, den erwähnten Versuch durch eigene Anschauung kennen zu lernen. Ich benutzte dazu einen viereckigen Wasserbehälter aus Blech, von 36 Pariser Zoll Höhe, welcher $\frac{3}{4}$ Pariser Cubikfufs Wasser fafst. Die Höhe des Standes wurde durch ein Glasrohr angezeigt, das sich aufserhalb des Behälters senkrecht erhob und unten mit demselben communicirte. Nahe über dem Boden mündete der Behälter auf der einen Seitenwand in ein $2\frac{1}{2}$ Zoll langes, 14 Linien weites, dickes Messingrohr, auf dessen Aufsenseite ebne, wasserdicht aufgeschliffene Platten, versehen mit den geeigneten Ausflufsöffnungen, aufgeschoben werden konnten.

Nahe gegenüber dieser Ausmündung wurde ein offenes Glasrohr, von gleicher Weite wie das vorher erwähnte, in senkrechter Stellung befestigt, dessen oberes Ende die Höhe des Behälters überragte. Das untere Ende, rechtwinklig umgebogen, war mit einer Messingfassung versehen, welche erlaubte, Oeffnungen in dünner Wand, nach Bedarf von verschiedener Weite, einzuschieben. Ihr Abstand von der gegenüber befindlichen Ausmündung des Wasserbehälters betrug 3 Centimeter. Auf dem Rohr verschiebbar befanden sich zwei federnde nur durch Reibung festgehaltene Messinghülsen mit abgeschliffenem Rande, bestimmt den zu irgend einem Zeitpunkte beobachteten Wasserstand für die nachträgliche genauere Messung zu bewahren.

Wenn nun der Wasserstrahl, einer Oeffnung in dünner Platte entströmend, gegen die Einnündung des Glasrohrs gerichtet wurde, und die Weite der letzteren die der ersten nicht übertraf, oder sichrer noch darunter blieb, so erhob sich das Wasser im Glasrohr mit überraschender Genauigkeit bis zur Höhe des Behälterspiegels. Als z. B. der Behälter mit Wasser bis oben gefüllt war und während der

Dauer des Versuchs angefüllt blieb, zeigte sich im Glasrohr ein Wasserstand, nur 2^{mm} niedriger als im Behälter. Das Wasser mußte also mit der ganzen der Druckhöhe h entsprechenden Geschwindigkeit in die Mündung des Steigrohrs eingeschlossen seyn.

Dafs die Steighöhe sowie die Sprungweite des Wasserstrahls der aus der Fallhöhe abgeleiteten Geschwindigkeit nicht ganz entspricht, darf folglich nicht auf Hindernisse zurückgeführt werden, die sich bereits im Innern des Behälters in merkbarer Weise geltend machen, sondern nur auf solche, denen das Wasser erst, nachdem es die Oeffnung verlassen hat, ausgesetzt ist. Neben dem Luftwiderstande kommt dabei, wie ich mich überzeugt habe, auch eine Capillardepression sehr wesentlich in Betracht, welche der Strahl an der Stelle erfährt, wo der vorher zusammenhängende Stamm in Tropfen zerfällt. Sehr deutlich läfst sich dieser Einfluss in dem unter elektrischer Beleuchtung gebildeten Schatten des Strahls beobachten. Ich benutzte zu diesem Versuche das überaus glänzende Licht, welches zwischen den Spitzen des Schließungsbogens einer kräftigen Inductionsmaschine erscheint, wenn in den Entladungsstrom die Belegungen einer kleinen Leidner Flasche eingeschlossen sind. Die Entladungsspitzen werden zwischen den Strahl und das Auge gebracht, jedoch gegen letzteres durch einen Schirm verdeckt, während hinter dem Strahl in passender Entfernung eine weisse Fläche aufgestellt ist. Der Schatten des Strahls erscheint dann tief schwarz und läfst, aus der rechten Entfernung betrachtet, leicht erkennen, dafs das vordere Ende des zusammenhängenden Theils jedesmal zurückspringt, so oft ein Tropfen sich ablöst. Da nun diese Capillarwirkung Fortdauer hat, so kann ein störender Einfluss derselben auf die Ausflufsgeschwindigkeit des Wassers nicht ausbleiben. Die Zuleitungsdrähte zu den Entladungsspitzen dürfen schon eine beträchtliche Länge besitzen, wenn sie mit einer gut isolirenden Hülle von Gutta-Percha umgeben sind.

2. Der aufschlagende Wasserstrahl breitet sich um die Einmündung des Steigrohrs herum aus, dem äußeren Ein- drucke nach ungefähr so anzusehen, wie ein Glasstab, der in Wasser getaucht, an seiner Oberfläche eine Capillar- erhebung dieser Flüssigkeit bewirkt.

Wenn die Einmündung zum Querschnitte des Strahls enge ist (ich wählte 2,5^{mm}, während die Behälteröffnung eine Weite von fast 7^{mm} hatte), so läßt sich die Stofskraft an verschiedenen Stellen des Strahls prüfen, indem man dieselben die eine nach der andern der Oeffnung des Steig- rohrs durch vorsichtige Verrückung der Schieberplatte ge- genüberstellt. Auf diese Weise wurde die stärkste Stofsk- kraft, also auch die größte Geschwindigkeit nächst der Mitte des Strahls gefunden; aber selbst am Rande desselben, da wo die Ausbiegung begann, sank die Wassersäule im Steig- rohr nur um 30 Linien von der anfänglichen Höhe von 36 Zoll herab. Darüber hinaus zeigte sich dann eine sehr rasche Abnahme des Drucks.

Geringe Neigungen des Strahls gegen die Ebene der Platte, in welcher die Einmündung (von 2,5^{mm} Weite) des Steigrohrs eingebohrt war, zeigten sich ohne merklichen Einfluß auf die Erhebung des Wassers. Bei stärkeren Abweichungen vom rechtwinkligen Einfalle ergaben sich die folgenden Steighöhen:

Einfallswinkel . . .	0°	30°	45°	60°
Steighöhe	36"	35" 6"	34" 11"	28" 10"
(in Pariser Zoll.)				
36 cos α	36"	31",2	25",5	18",0

Geringe Umbiegungen des Strahls, um in die Oeffnung eindringen zu können, ließen also die Stärke des Stofses und folglich die Geschwindigkeit fast unverändert; bei stär- keren Umbiegungen trat allerdings eine Verminderung ein, doch lange nicht in dem Grade als es hätte seyn müssen, wenn das Gesetz einer Abnahme des Drucks, proportional dem Cosinuse des zunehmenden Einfallswinkels, für flüssige Körper Geltung hätte.

Wenn das Wasser sich aus einem kurzen cylindrischen Ansatzrohr ergoß, blieb die im Steigrohr sich erhebende Flüssigkeit in allen Fällen unter dem Niveau des Behälters zurück. Der Unterschied betrug nur wenig, wenn genau die Mitte eines cylindrischen Strahls von 7^{mm} Durchmesser gegen die enge Einmündung von 2^{mm},5 Weite des Steigrohrs gerichtet war, vermehrte sich aber sehr schnell gegen den Rand hin. So fand man z. B., wenn der Stofs aus der Mitte des Strahls erfolgte, anstatt einer Erhebung von 36 Par. Zoll nur 35" 2"; zwischen Mitte und Rand nur 25" 8", endlich am Rande nur 12" 4". Kurze cylindrische Ansätze vermindern also die Ausflusgeschwindigkeit des Wassers nicht nur im Allgemeinen, sondern noch in auffallenderer Weise von der Mitte gegen den Rand des Strahls hin:

Die Höhe, zu welcher sich das stofsende Wasser in dem Steigrohr erhebt, belehrt über die Stärke des gegen die Flächeneinheit ausgeübten Drucks. Es geht zweifellos daraus hervor, dafs der Druck gegen ein festes Flächenelement genau gleichkommt dem Gewichte einer Wassersäule, welche dieses Element zur Basis hat und die sich hinter demselben erheben würde, wenn es die Einmündung zu einem Steigrohr bildete.

Die Summe der Elemente einer ebenen, dem stofsenden Wasserstrahl winkelrecht entgegengestellten Fläche, jedes multiplicirt mit der Wassersäule, welche sich hinter demselben erheben mußte, um dem darauf ausgeübten Druck das Gleichgewicht halten zu können, bildet einen Wasserkörper, dessen Gewicht gleich ist dem ganzen gegen die Fläche ausgeübten hydraulischen Drucke.

Eine ebene Fläche, z. B. ein Brett von verhältnißmäfsig geringer Ausdehnung, in einem Flusse winkelrecht gegen die Strömung eingetaucht, ist einem Flächenelemente zu vergleichen, umgeben von einem stofsenden Wasserstrahle. Der Druck des Wassers auf die betreffende Fläche wird daher gefunden, wenn man ihren Quadratinhalt mit der Geschwindigkeitshöhe des Stromes an dieser Stelle multiplicirt und

das Gewicht eines Wasserkörpers von diesem Cubikinhalte bestimmt.

3. *Abwägung des hydraulischen Drucks.* Zur unmittelbaren Bestimmung der Stofskraft eines isolirten Wasserstrahls benutzte ich eine Waage ähnlicher Art wie diejenige, deren sich Bidone und auch schon Andere vor ihm bedient haben. Meine Waage Fig. 1, Taf. VIII ist gleicharmig; sie hat in der Ruhelage einen horizontal gerichteten und einen verticalstehenden Hebelsarm, beide also rechtwinklig gegeneinander gestellt. An ersterem hängt auf schneidiger Kante eine Schale, an dem anderen eine ebne Scheibe, die als Stofsfläche dient. Ein Zeiger mit Gradbogen, gleich wie bei andern Waagen, läßt die Gleichgewichtsstellung erkennen. Der Abstand von der schneidigen Kante der Waageschale bis zur Drehaxe beträgt 150 Millimeter. Genau in demselben Abstände von der Drehaxe befindet sich auf der Stofsfläche der sichtbar gemachte Mittelpunkt eines kleinen Kreises, gegen den, so genau wie möglich, die Mitte des stofsenden Strahls gerichtet werden muß. Dieser Stofspunkt liegt beim Eintritte des Gleichgewichts unveränderlich in ein und derselben Verticalebene mit der Drehaxe der Waage.

Die Stofsfläche ist um eine senkrechte Axe drehbar; sie kann dadurch beliebig gegen den stofsenden Strahl geneigt werden, doch so, daß weder die Stellung des Mittelpunktes, noch das Gleichgewicht im Geringsten dadurch gefährdet wird.

Eine große Empfindlichkeit besitzt diese Waage nicht. Es bedurfte einiger Uebung und Aufmerksamkeit, um Unterschiede von 1 Decigramm noch zu erkennen. Eine größere Genauigkeit war übrigens auch unnöthig und bei dem angewendeten Versuchsverfahren gar nicht zu verbürgen, schon aus dem Grunde, weil während der Dauer eines Versuchs Schwankungen von einigen Linien in der Höhe des Wasserstandes sich nur schwer vermeiden ließen.

Es sind Ausflußöffnungen von verschiedenen Weiten benutzt worden. Ihre Größen wurden mittelst eines Schraubenmikrometers unter dem Mikroskope gemessen. Die ein-

zelen Gänge der Schraube haben nahe 1^{mm} Höhe. Diese Schraube ist mit einer Kopfscheibe von 13 Centimeter Durchmesser versehen, deren Umfang in 100 gleiche Abtheilungen gebracht ist, wovon mittelst eines Nonius noch die Zehntel direkt meßbar sind. Die Durchmesser der Oeffnungen ließen sich daher bis zur Gränze von einigen Tausendtel des Millimeters in voller Sicherheit feststellen.

Bei den zwei nächstfolgenden Versuchsreihen trat der Strahl aus Oeffnungen hervor, die scharfkantig in eine Schieberplatte von 2^{mm} Dicke eingebohrt waren. Am Rande derselben anhängende, nur mikroskopisch sichtbare Raubigkeiten waren durch Poliren bestmöglich entfernt worden. Die Weiten an der inneren Kante gemessen, weil von dieser der ausfließende Strahl sich ablöst, betrugen 6,908 und 5,433 Millimeter, folglich die Flächeninhalte der Oeffnungen 37,458 und 23,167 Quadrat-Millimeter. Der Oeffnung gegenüber, in 3 Centimeter Abstand, hing eine ebne Stofscheibe von 187^{mm} Durchmesser, so gerichtet, daß der stoßende Strahl, winkelrecht gegen die Drehaxe der Waage, die durch einen Punkt und denselben umgebenden Ring bezeichnete Mitte der Scheibe treffen mußte.

Um das durch den Druck des stoßenden Wassers gestörte Gleichgewicht wieder herzustellen, mußten bei verschiedenen Höhen (h) des Wasserstandes im Behälter, die unter p angegebenen Gewichte in die Waageschale gebracht werden.

Oeffnung von 6^{mm},908 Durchmesser.

	h	p	$\mu = \frac{p}{2fh}$
Par. Zoll	Millimeter	Gramme	
36	975,5	44,0	0,6027
30	812,1	36,8	0,6050
24	649,7	29,3	0,6020
18	487,25	22,0	0,6027
12	324,8	14,7	0,6041
8	216,6	9,7	0,6000

Oeffnung von 5^{mm},433 Durchmesser.

	h	p	$\mu = \frac{p}{2fh}$
Par. Zoll	Millimeter	Gramme	
36		27,5	0,6090
24		18,5	0,6145
12		9,2	0,6113

Die nach diesen Versuchen und unter der Voraussetzung, daß der hydraulische Druck dem doppelten hydrostatischen gleich sei, berechneten Ausfluscoefficienten (μ), kommen den auf andern Wegen bestimmten sehr nahe, und bestätigen somit nur die allgemein geltende, aus früheren Erfahrungen geschöpfte Annahme.

Die folgenden Versuche beziehen sich auf ein kurzes cylindrisches Mundstück. Länge = 15^{mm}; $d = 6^{\text{mm}},933$; $f = 37,730$ Q. - Millimeter. Der kurze Ansatz hat an beiden Enden genau gleiche Weite.

h	p	$\mu = \sqrt{\frac{p}{2fh}}$	p'
36	48,5	0,8121	59,5
24	32,5	0,8142	40,0
12	16,2	0,8130	20,0

Der Ausfluscoefficient μ bei Oeffnungen in dünnen Wänden bedeutet den sogenannten Contractionscoefficienten, oder das Verhältniß der kleinsten Querschnittsfläche des Strahls zum Flächeninhalte der Oeffnung. Bei kurzen cylindrischen Ansätzen dagegen, bei welchen der ausfließende Strahl in der Nähe der Oeffnung die Gestalt eines Cylinders und gleichen Querschnitt mit dem Ausgußrohr zeigt, bedeutet μ den Coëfficienten der Geschwindigkeits-Verminderung oder es ist $v = \mu \sqrt{2gh}$ daher $\frac{v^2}{2g} = \mu^2 h$ und $2f \cdot \mu^2 h = p$. Die hiernach bestimmten Werthe von μ für kurze cylindrische Ansätze stimmen ebenfalls mit dem auf anderem Wege ermittelten überein. Es leuchtet zugleich ein, daß die in verschiedenen Lehrbüchern bald nur angedeutete, bald bestimmter ausgesprochne Ansicht, daß cylindrische Mundstücke zur Erzielung einer starken Stofskraft vorzugsweise geeignet seyen, eine irrige ist. Durch Dazwischenkunft kurzen Röhrenstücks wird vielmehr ein volles Drittel des Gefälles so gut wie geopfert. Allerdings fließt durch einen kurzen cylindrischen Ansatz mehr Wasser aus als durch eine Oeffnung in dünner Wand von gleicher Weite. Allein der hieraus erwachsende Vorthail ist nur scheinbar, indem derselbe Zweck durch entsprechende Erweiterung der Oeffnung

in dünner Wand, in diesem Falle aber ohne Verminderung der Stofskraft des ausfließenden Strahls erreicht werden kann. Die in der Spalte *p* enthaltenen Zahlen bezeichnen den Stofs gleicher Wassermengen, welche durch Oeffnungen in dünner Wand ausgeflossen sind.

4. Bei den vorhergehenden Versuchsreihen hatte die ebne Stofsfläche, wie erwähnt, einen Durchmesser von 187^{mm}. Dieser übertraf mithin die Weite der Ausflufsöffnungen wenigstens um das 27fache. Die stofsende Flüssigkeit, indem sie sich von der Mitte dieser Scheibe radial gegen die Peripherie hin bewegte, verlor, theils durch Reibung, theils durch Capillarspannung ihre Geschwindigkeit vollständig und fiel senkrecht von der Scheibe ab. Bei Anwendung größerer Druckhöhen oder weiterer Oeffnungen war dies nicht mehr mit gleicher Vollständigkeit der Fall. Auch ebne Scheiben von geringerer Gröfse zeigten sich, wenigstens bei den größeren Druckhöhen und Oeffnungen, welche meine Vorrichtung anzuwenden gestattete, als unzureichend, um die Stofskraft des Wasserstrahls zu erschöpfen.

Einige Versuche mit kleineren Scheiben sind in der folgenden Tafel zusammengestellt.

Ausflufsöffnung in dünner Wand von 6^{mm},908 Durchmesser.

Druckhöhe. Par. Zoll.	Belastung der Waageschale bei einem Durchmesser der Stofs- scheibe von				
	187 ^{mm}	36 ^{mm}	18 ^{mm}	10 ^{mm}	7 ^{mm}
36	44,0	41,0	39,0	30,5	13,0
24	29,3	27,5	26,5	17,0	
12	14,7	14,0	13,5	11,0	4,5

Bei sämmtlichen Scheiben, mit Ausnahme der ersten, strömte das Wasser ringsum über den Rand hinaus und bildete, bevor es in Tropfen zerfiel, eine sehr feine, durchsichtige, parabolisch gekrümmte, bewegliche Scheibe, von um so größerer Länge, und um so stärker nach vorne sich umbiegend, je geringer der Durchmesser der Stofsfläche war. Bei einem Durchmesser der letzteren von nur 7^{mm} ergab sich aus der Gestalt der gebildeten Wasserglocke, dafs das nach dem Stofse fortschiefsende Wasser seine ursprüngliche Bewegungsrichtung nur wenig geändert hatte. Auch liefs sich deutlich

erkennen, daß ein großer Theil des Strahls, vor dem Stofsscheibchen sich ausbreitend, ohne einen Stofs auszuüben vorüberging.

Das vom Rande der kleineren Scheibchen sich entfernende Wasser behauptete noch den größten Theil seiner Geschwindigkeit und stieß mit großer Gewalt gegen den Arm, der das Stofsscheibchen in Verbindung mit der Drehaxe der Waage hielt. Weil hierdurch eine richtige Abwägung des hydraulischen Drucks sehr erschwert und selbst unmöglich gemacht wurde, ergab sich die Nothwendigkeit einer kleinen Abänderung der Waage. Der von der Drehaxe senkrecht herabgeleitete Waagearm wurde nämlich an seinem untern Ende mit einer federnden horizontal gestellten Hülse versehen, in welche der Stiel einer betreffenden Stofsscheibe zu beliebiger Tiefe eingeschoben werden konnte. (Fig. 2 Taf. VIII.)

Der gerügte Uebelstand liefs sich dadurch ganz vermeiden. Allerdings lag die Vermuthung nahe, daß das während des Stofses an dem Scheibchen vorübergleitende Wasser nunmehr ein Gegengewicht gegen die Belastung der Wageschaale erzeugen werde. Allein dieser Einfluß, wenn er sich auch nicht ganz in Abrede stellen läßt, überschritt jedenfalls nicht die Gränze der unvermeidlichen Beobachtungsfehler, denn die Belastung bedurfte keiner in Betracht kommenden Vermehrung, wenn man unter dem Einflusse desselben Wasserstofses, das Scheibchen aus seiner Hülse mehr und mehr hervortreten liefs, selbstverständlich unter regelmäßiger Herstellung des Gleichgewichtes vor wie während des Stofses.

5. Ein Versuch, die Größe des hydraulischen Drucks theoretisch zu begründen, ist, wenn ich nicht irre, zuerst von Eytelwein gemacht und in seinem Handbuche der Hydraulik mitgetheilt worden. Seine Betrachtungsweise ist seitdem, entweder unverändert oder mit unwesentlichen Abänderungen in andere hydraulische Werke übergegangen. Eytelwein stützte seine theoretische Erörterung auf die bekannte Formel:

$$P = \frac{v^2 p}{g t},$$

in welcher P einen Druck vorstellt, der bei gleichförmiger Beschleunigung einer Masse p in der Zeit t die Geschwindigkeit v einflößt oder auch entzieht. Indem er für t ein Zeitelement dt und für p diejenige Wassermenge setzte, welche in dem Zeitelemente zum Ausflusse kommt, also $p = v f j dt$, gelangte er zu dem Ausdrucke: $P = \frac{v^2 f j}{g} = 2 f h j$; d. h. P gleich dem Gewichte einer Wassersäule von der doppelten Höhe des Wasserstandes über der Ausflussmündung. Wenn indessen dieses Resultat die Erklärung enthielte: warum der hydraulische Druck dem zweifachen hydrostatischen gleich ist; so würde zu gleicher Zeit dadurch festgestellt worden seyn, und zwar mit derselben Berechnung, daß die Kraft, welche dem ausfließenden Wasser die Geschwindigkeit $v = \sqrt{2 g h}$ einflößt, nicht der einfachen, sondern der doppelten Höhe des Wasserstandes im Behälter entsprechend sey.

Die oben erwähnte Formel ist auf unseren Fall unrichtig angewendet worden. Denn es handelte sich nicht um den Werth einer arbeitenden Kraft, durch welche die Geschwindigkeit des stoßenden Wassers erschöpft wird, sondern um die Kenntniß eines Widerstandes, gerade ausreichend, den Strom von seiner anfänglichen Richtung, z. B. rechtwinklig gegen diese abzulenken.

So aufgefaßt, erkennt man leicht, warum die Größe des hydraulischen Drucks auf die Flächeneinheit, bezogen auf die bisher betrachtete Fälle, in ihrem obersten Gränzwerthe die Größe des hydrostatischen Drucks nicht überschreiten kann.

Daß gleichwohl die Gesamtstärke des Wasserstoßes bei hinreichendem Umfange der Stoßscheibe den doppelten hydrostatischen Druck zu erreichen vermag, beruht auf dem Umstande, daß die Wassermenge, welche während eines Zeitelementes mit der Geschwindigkeit v zum Ausflusse kommt, als eine Wassersäule vom Querschnitte des Strahls gedacht, die doppelte Länge des Weges einnimmt, welchen

dieses Wasser gleichförmig beschleunigt, zurücklegen mußte, um in derselben Zeit die Geschwindigkeit v annehmen zu können; ganz so wie ein auffallender Körper eine Geschwindigkeit gewinnt, vermöge deren er sich in einer folgenden, der Fallzeit gleichen Zeit, ohne weitere Beschleunigung die doppelte Wegestrecke zurücklegen kann. In der That also fließt aus und drückt auf die ruhende Stofsscheibe, gleich wie in jedem Zeitelemente, so auch in der ganzen der Höhe h entsprechenden Fallzeit t noch einmal soviel Wasser, als dem kubischen Inhalte μfh entspricht. Der Druck jedoch eines jeden einzelnen Wassertheilchens gegen eine ebne und ruhende Stoffläche, die sich seiner Bewegung rechtwinklig entgegensetzt, entspricht nur seiner einfachen und nicht der doppelten Geschwindigkeitshöhe.

6. Bei fast allen bis dahin von mir beschriebenen Versuchen befand sich die Ausflußöffnung in 2 bis 4 Centimeter und nur in einigen Fällen bis zu 5 Centimeter Abstand von der Stofsscheibe. Ein Wechsel unter diesen und selbst unter größeren Entfernungen zeigte sich übrigens ohne merklichen Einfluß auf die Kraft des Stosses, sobald nur die Vorsicht gebraucht wurde, den stossenden Strahl immer gegen die Mitte der Scheibe zu richten.

Als man beispielsweise das Wasser unter einem Drucke von 36 Zoll ausströmen und aus allmähig vergrößertem Abstände immer gegen die Mitte der großen Scheibe der Waage (die wegen allmählicher Senkung des Strahls ebenfalls verhältnißmäfsig gesenkt werden mußte) aufschlagen liefs, ergab sich selbst bei einer Entfernung von 20 Centimeter der Scheibe von der Oeffnung keine Verminderung des hydraulischen Drucks. Bei größeren Abständen bis zu 40 Centimeter, als die Senkung des Strahls schon bedeutender wurde, mußte die Waageschale stärker belastet werden, ungeachtet des sehr bemerkbar schieferen Einfalls.

Auch geringe Neigungen der Scheibe gegen den horizontal, also aus kleiner Entfernung einfallenden Strahl blieben ohne merklichen Einfluß auf die Gröfse des hydraulischen Drucks.

Bei den folgenden Versuchen war der aus einer Oeffnung von 6^{mm},908 Weite hervortretende Strahl, winkelrecht zur Drehaxe der Waage, gegen den Mittelpunkt der Scheibe von 187^{mm} Durchmesser gerichtet. Diese Scheibe konnte, wie schon früher erwähnt worden, ohne Störung des Gleichgewichtes, und ohne Aenderung der Entfernung ihres Mittelpunktes von dem Stützpunkte, um ihre Verticalaxe gedreht werden. Dadurch wurde es möglich, den Strahl, bei unveränderter Richtung desselben, senkrecht oder auch unter beliebigem Neigungswinkel aufschlagen zu lassen; ja selbst während des Versuchs die Stellung der Scheibe gegen den Strahl zu ändern.

Die in der obersten Horizontalreihe der folgenden Tafel angegebenen Zahlen bezeichnen den durch Drehung der Scheibe, zwischen dieser und dem Strahl in der Horizontalebene gebildeten jedesmaligen kleinen Winkel α , welchen die darunter stehenden, verschiedenen Druckhöhen (h) entsprechenden Belastungen (p) der Waageschale zugehören.

Druckhöhe	Neigungswinkel α					
h	90°	70°	60°	45°	$p \sin^2 45^\circ$	$p \sin^2 60^\circ$
36"	44,0	44,0	43,5	(*) 40,7	22,0	33,0
24"	29,3	29,3	29,3	(*) 27,4	14,65	22,0
12"	14,7	14,7	14,7	14,7	7,35	11,0

Man erkennt aus diesen Beobachtungen, daß der schiefe Stofs des isolirten Strahls, bis zur Gränze eines Neigungswinkels von 45°, fast denselben hydraulischen Druck ausübte wie der senkrechte Stofs. Nur die mit (*) bezeichneten Zahlen deuten auf eine Abnahme. Aber gerade diese beziehen sich auf Versuche, bei welchen ganz unverkennbar die Geschwindigkeit des Wassers in der normalen Richtung sich nicht völlig erschöpft hatte, denn es bog sich, indem es abfloß, zum grofsen Theile um den nach vorn gerichteten Rand der Scheibe. Ich schliesse hieraus, daß, hinlängliche Gröfse der Stofsfläche vorausgesetzt, der schiefe Stofs, selbst unter Neigungswinkeln von noch weniger als 45°, denselben Druck wie der senkrechte Stofs hervorbringen muß.

Nach älteren Versuchen von Langsdorf, auf welche Eytelwein in seinem Handbuche der Hydraulik die Aufmerksamkeit gelenkt hat, soll der schiefe Stofs einen Druck parallel in der Richtung des Strahls hervorbringen (den sogenannten Parallelstofs), der sich zu dem senkrechten Stofs verhält wie $p \sin^2 \alpha$ zu p . Wie weit diese Annahme, die durch alle Lehrbücher gewandert ist, von der Wahrheit abweicht, zeigen die beiden letzten Spalten vorstehender Tabelle.

Allerdings hatte Langsdorf bei seinen Versuchen kleinere Stofsscheiben angewendet, dessenungeachtet bleibt die grofse Uebereinstimmung der von ihm mitgetheilten Versuchsergebnisse mit jener Theorie ein merkwürdiger Zufall.

7. *Winkelrechter Stofs gegen eine geneigte Fläche.* Wenn die Stofsfläche ab (Fig. 3 Taf. VII) mit der Drehaxe cd der Waage einen Winkel $coa = \alpha$ bildet, der ausfließende Strahl so aber winkelrecht gegen die Stofsscheibe gerichtet ist, so kommt der daraus entspringende hydraulische Druck nicht mehr zu seiner vollen Wirksamkeit. Nur ein Theil desselben $or = os \cos \alpha$ kann gleichsam gewogen werden, während der andere Theil in den Widerlagen der Axe verloren geht.

In der folgenden Tabelle sind die beobachteten und berechneten Gewichte nebeneinander gestellt, welche zur Herstellung des Gleichgewichtes bei verschiedenen Druckhöhen und Neigungen in die Waageschale gebracht werden mußten. Durchmesser der Scheibe 167^{mm}. Es bedeutet p den allgemeinen Ausdruck der unter dem Neigungswinkel 0° gefundenen Gewichte.

Druckhöhe Par. Zoll	Belastung der Waageschale bei einem Neigungswinkel von			$p \cos 30^\circ$	$p \cos 45^\circ$
	0°	30°	45°		
12	14,7	12,9	11,0	12,70	10,30
24	29,3	25,25	21,6	25,37	20,72
36	44,0	38,0	31,75	38,10	31,11

8. Der Nutzen großer Stofsscheiben besteht nicht sowohl darin, dem stofsenden Wasserstrahl seine Geschwindigkeit

überhaupt zu entziehen, als dieselbe vielmehr in ihrer ursprünglichen Richtung möglichst vollständig zu erschöpfen. Bei Anwendung großer Scheiben geschieht dies allerdings unter dem gleichzeitigen Einflusse der hydraulischen Reibung. Derselbe Zweck kann aber auch dadurch erreicht werden, daß man dem Strahl eine concave Scheibe entgegenstellt und ihn dadurch zwingt, auch ohne irgend bedeutende Einbuße seiner Geschwindigkeit eine Bewegung winkelrecht gegen die Richtung des Strahls oder nach Umständen selbst eine rückgängige Bewegung zu nehmen. Es läßt sich auf diesem Wege mit kleineren Stoßflächen nicht nur ein ebenso großer, sondern sogar ein bedeutend stärkerer Druck hervorbringen, als mit der größten der von mir bisher beschrieben.

Die beiden kleinen Scheiben von 10 und 18 Millimeter Durchmesser (No. 4) wurden sphärisch ausgeschliffen, bei beiden am Scheitelpunkte bis zu 1,5^{mm} Tiefe. Diese geringe Ausdehnung genügte, um den hydraulischen Druck des aus einer Oeffnung von 6^{mm},0 Weite hervortretenden und gegen die Mitte der kleineren dieser Scheibchen gerichteten Strahls zu derselben Stärke zu bringen, welche bei Anwendung der ebenen Stoßfläche von 187^{mm} Durchmesser gefunden worden war (No. 4).

Die um den Rand des Metallscheibchens sich bildende zarte Wasserscheibe, welche früher sich vorwärts gebogen zeigte (Fig. 4), bot jetzt die Gestalt einer Ebene, die Richtung des Strahls winkelrecht durchschneidend. Die Geschwindigkeit des Wassers konnte durch diese winkelrechte Umbiegung kaum vermindert worden seyn.

Man ließ hierauf das Wasser aus einer etwas weiteren Oeffnung von 7^{mm},385 Weite ausströmen und gegen das ausgehöhlte Scheibchen von 10^{mm} Durchmesser stoßen. Die um den Rand sich bildende Wasserscheibe nahm jetzt wieder eine parabolische Krümmung an, deren Convexität der Ausmündung zugewendet war. Die normale Stärke des hydraulischen Drucks $= \mu f h \gamma$ wurde in diesem Falle nicht erreicht. Als dagegen die Ausflußöffnung nur 5^{mm},423 Durch-

messer hatte, wendete die auch in diesem Falle parabolisch gekrümmte Wasserscheibe ihre concave Seite der Ausmündung zu (Fig. 5 Taf. VIII) und die normale Gröfse des hydraulischen Drucks wurde im Verhältnisse von 117 zu 100 übertroffen.

Bei Anwendung des ausgehöhlten Scheibchens von 18^{mm} Durchmesser wurde auch das aus der Oeffnung von 7^{mm},385 sich ergießende Wasser gezwungen sich rückwärts zu biegen, trotz der geringen spärlichen Krümmung dieser Stofsfläche, und auch in diesem Falle zeigte sich eine sehr merkliche Vermehrung des hydraulischen Drucks über seinen normalen Betrag.

Die folgenden Versuche erforderten eine Abänderung in der Einrichtung des Ausflusses. Wenn nämlich der Strahl gezwungen wird sich umzubiegen und rückwärts zu fließen, so mischt sich leicht ein Theil des zuströmenden Wassers mit dem Hauptstrahle und verändert dadurch dessen Wirksamkeit. Zur Beseitigung dieser Störung wurde an der Schieberplatte des Wasserbehälters (No. 1) ein kurzes cylindrisches Mundstück von 14^{mm} Weite und an dieses wieder ein 6 Decimeter langer Gummischlauch, ebenfalls von 14^{mm} Weite angesetzt. Dieser Schlauch trug an seinem vorderen Ende eine Messingkappe, in welcher eine Oeffnung in dünner Wand von 7^{mm},385 Durchmesser eingeschnitten war.

Bei dieser Anordnung konnte nun die Ausflußöffnung, entfernt von dem Behälter, der Stofsfläche so gegenübergestellt werden, daß ein Herabfallen des durch den Stofs reflectirten Wassers vor der Ausmündung vermieden wurde.

Die folgende Tafel gewährt einen Ueberblick der Widerstandsfähigkeit gegen den Wasserstofs von 5 verschiedenen Stofsflächen, unter welchen die mit α und β bezeichneten ebenen Scheiben von 187^{mm} und von 18^{mm} Durchmesser, γ , δ und ε Hohlscheiben, von je 80^{mm}, 36^{mm} und 18^{mm} Durchmesser des äusseren Randes bedeuten. Bei den drei letzten verläuft sich die Krümmung von der Mitte (dem Stospunkte) nach dem Rande hin allmähig zu einer Neigung von 45°.

Druckhöhe	α	β	γ	δ	ϵ
Par. Zoll.	187mm	18mm	80mm	36mm	18mm
30	(1) 49	46,3	54	75,0	81,0
24	33	31,0	37	50,5	54,2
12	16,5	15,5	(2) 17	23,7	26,2

Bei dem ersten mit (1) bezeichneten Versuche hatte das Wasser seine Stosskraft, ungeachtet des grossen Umfangs der Scheibe noch nicht ganz erschöpft, denn am unteren Rande sich umbiegend, behauptete es noch einen kleinen Ueberrest seiner Bewegung in der Richtung des Strahls. Viel auffallender trat indeß dieses bei der ebenen Scheibe (β) hervor, indem das Wasser von ihrem Rande ringsum sich entfernend, eine äusserst zarte Hohl Scheibe von sehr grossem Umfange bildete, welche ihre Convexität dem Strahle zuwendete. Diese Wasserscheibe zerrifs, je nach der Geschwindigkeit des Stroms in 2 bis 4 Decimeter Abstand vom Mittelpunkte der Stosfläche und zerstiebt nach allen Richtungen in Tropfen.

Bei den 3 Scheiben δ , γ , ϵ verstärkte sich der hydraulische Druck. Das stossende Wasser, indem es die Gestalt der Höhlung verfolgte, bog sich rückwärts und bildete so ausserhalb des Randes der festen Hohl Scheibe, die letzte ihm aufgezwungne Richtung verfolgend, eine bewegliche Fortsetzung derselben. Nur bei dem mit (2) bezeichneten Versuche fehlte diese conische Wasserscheibe ganz, indem die Flüssigkeit durch hydraulische Reibung ihrer Geschwindigkeit grösstentheils beraubt, vom Rande der Hohlfläche abfloß.

9. Es ist einleuchtend, daß das Wasser, gezwungen rückwärts zu fließen, einen verstärkten Druck gegen die Stosfläche ausüben, und daß dieser Druck um so mehr sich steigern mußte, je weniger die Flüssigkeit während ihrer Bewegung über die feste Wand von ihrer Geschwindigkeit eingebüßt hatte. Der stärkste Druck wurde daher bei der kleinsten Hohl Scheibe von nur 18^{mm} Durchmesser des äusseren Randes gefunden.

Wenn wir, allerdings nur als eine Annäherung an die Wahrheit, die Annahme gestatten, daß in diesem letzten Falle,

das unter einem Winkel von 45° abfließende Wasser seine volle Geschwindigkeit beibehalten habe, so würde es rückwärts gegen seine Bewegung den ganzen seiner Geschwindigkeitshöhe entsprechenden Druck ausgeübt haben, z. B. bei einem Gefälle von 36 Zoll einen Druck von 49 Grammen. Von diesem Drucke konnte jedoch nur ein Theil: $p \cos 45^\circ$ abgewogen werden, während ein anderer eben so großer Theil in dem Widerstande der Axe verloren gehen mußte. Von diesem Gesichtspunkte aus berechnet, hätte der Druck auf die Hohl-scheibe von 18^{mm}, in den drei verschiedenen Fällen: 86^{gram},6; 56^{gram},3 und 28^{gram},2 betragen müssen. In der That übersteigen diese Werthe die wirklich gefundenen Gewichte nur wenig.

10. Es war zu erwarten, daß die Stärke des Stosses noch mehr zunehmen werde, sobald die rückwärts gehende Bewegung mit derjenigen des einfallenden Strahls gleichlaufend wurde. Wirklich zeigte es sich so bei den folgenden Versuchen, bei welchen die Stofsscheibe in Gestalt einer hohlen Halbkugel ihre Höhlung dem einfallenden Strahle zukehrte. Unter drei hohlen Halbkugeln, welche in dieser Weise verwendet wurden, hatte β einen Durchmesser von 75, γ von 36 und δ von 22 Millimeter; ϵ in der folgenden Tafel bedeutet eine ebne Scheibe mit Cylindermantel von 12^{mm} Höhe; in der Spalte α endlich sind zur Vergleichung die bekannten Stofswirkungen gegen eine ebne Scheibe von bedeutendem Umfange nochmals aufgeführt.

Druckhöhe	α	β	γ	δ	ϵ
Par. Zoll.	187 ^{mm}	75 ^{mm}	36 ^{mm}	22 ^{mm}	36 ^{mm}
36	49,0	67,0	93,5	94,5	84,0
24	33,0	42,0	60,5	61,0	55,0
12	16,5	19,5	28,0	29,5	25,0
8	11,0	13,5	17,5		

Bei der kleinsten dieser Hohl-scheiben wurde, wie man sieht, der vierfache hydrostatische Druck beinahe erreicht, und es ist unverkennbar, daß der noch bleibende Unterschied auf Kosten der hydraulischen Reibung gebracht werden muß.

Ein großer Theil der Wirksamkeit halbkugelförmiger Stofsflächen kann auch bei kleinen ebenen Scheiben dadurch erzielt werden, daß man deren Rand mit einem Cylindermantel einfasst. Die zurückgeworfene Flüssigkeit entfernt sich in diesem Falle ringsum vom Rande des Mantels, gleichwie vom Rande der Hohlkugeln, in Gestalt eines hohlen flüssigen Cylinders. Daß der hydraulische Druck gleichwohl geringer ausfiel als bei einer Hohlkugel von gleicher Dimension, konnte nur eine Folge vermehrter Wasserreibung seyn.

11. Da die Geschwindigkeit des Wassers durch den Stofs auf eine ruhende Fläche nicht nothwendig erlöschen muß, so ist theoretisch eine Gränze für die Größe des hydraulischen Drucks überhaupt nicht gegeben. Denn man kann sich vorstellen, daß der nach dem Stofse reflectirte Strahl zu demselben Zwecke immer von Neuem verwendet werde.

In diesem Sinne ist der Apparat (Fig. 6, Taf. VII) construirt worden. Ein aus der Oeffnung *o* des Gummischlauchs hervortretender Strahl trifft zunächst auf die Mitte einer hohlen Halbkugel *a* von 22^{mm} Durchmesser. Die zurückgeworfene Flüssigkeit gelangt dann in eine Art ringförmiger Höhlung *bb*, welche den Schlauch umgiebt, wird hier abermals umgebogen und gegen eine Scheibe *cc* geschleudert, die, gleich der Halbkugel *a* einen Bestandtheil der Wage bildet. Es wurde auf diese Weise die unter *z* bezeichnete nicht unbeträchtliche Verstärkung des hydraulischen Drucks erzielt.

Druckhöhe	α	δ	z
36"	49	94,5	114
24"	33	61,0	70

12. Der hydraulische Stofs auf die Schaufeln eines Rades in geschlossenem Gerinne gleicht dem auf eine unbewegliche ebene Scheibe mit Seitenwänden. Die Neigung der Schaufeln gegen die Richtung des zuströmenden Wassers, wechselt zwar während der Drehung des Rades; dieser

Wechsel hat jedoch, zufolge der in dieser Abhandlung niedergelegten Erfahrungen, keinen Einfluss auf die Stärke des Stoßes, insoweit wenigstens, als dadurch ein Vorheißfließen des Wassers, bevor es zum Stosse gelangen könnte, nicht begünstigt wird.

Darin liegt jedoch eine sehr wichtige, ja principielle Verschiedenheit, dafs, wenn das Rad bei seiner Bewegung gegen einen Widerstand zu kämpfen hat, also eine Arbeit vollzieht und dabei eine Geschwindigkeit u angenommen hat, die kleiner ist als die Geschwindigkeit v des Wassers, diese letztere eine Einbuse, und zwar ganz unabhängig von den etwa gleichzeitig vorhandenen Reibungshindernissen, erleiden muß. Denn vorausgesetzt, dafs die Wände des Gerinnes sich möglichst nahe anschließen, so dafs eine in Betracht kommende Menge des Wassers weder unterhalb noch seitwärts entweichen kann, so muß dieses sich vor den Schaufeln erheben oder anstauen, und übt dadurch einen, dem Drucke auf die Schaufeln gleichen Gegendruck gegen das zuströmende Wasser. Die Bewegung des letzteren wird dadurch stufenweise verzögert, bis zu einer Geschwindigkeit v' , mit der es dann aus dem Gerinne wieder abfließt.

Es sey $\frac{v^2 M}{2g}$ die gesammte lebendige Kraft des Wassers in einem Mühlengerinne.

Davon entspringt durch den Stofs auf die Radschaufeln die mechanische Arbeit Pu .

In Folge des unvermeidlichen Gegendrucks wird ein anderer Theil der lebendigen Kraft verbraucht, um die Geschwindigkeit des Wassers von v auf v' zurückzuführen, mit der letzteres abfließt.

Insoweit man annehmen darf, dafs durch Reibung nichts verloren wird und indem man sich zugleich erinnert, dafs dem Wasser die lebendige Kraft $\frac{v_1^2 M}{2g}$ zurückbleibt, kann man die Gleichung bilden:

$$\frac{v^2 M}{2g} = \frac{(v - v')^2 M}{2g} + \frac{v_1^2 M}{2g} + Pu;$$

woraus sich ergibt:

$$Pu = \frac{v_1(v-v_1)}{g} M.$$

Der Maximalwerth dieses Ausdrucks: $Pu = \frac{1}{2} \frac{v^2}{2g} M$ entspricht der Bedingung $v' = \frac{1}{2} v$. Derselbe steht, wie man sieht, in keiner unbedingten Abhängigkeit von der Geschwindigkeit u des Rades. Dieses kann sich allerdings nicht schneller, wohl aber langsamer bewegen als das abfließende Wasser; und aus der Theorie läßt sich nicht mit Recht die Folgerung ziehen, daß die Gröfse des Effectes darunter leide. Dagegen läßt sich aus Gründen der Praxis ein Vortheil aus einer etwas langsameren Bewegung des Rades allerdings erwarten.

Daß der Effect des stoßenden Wassers (bei rein unterschlächtigen Rädern) selbst im günstigsten Falle und ganz abgesehen vom Eintritte zufälliger Bewegungshindernisse, hinter dem des drückenden Wassers (bei overschlächtigen Rädern) weit zurückbleibt, beruht also nicht darauf, daß das Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit abfließen muß; denn dies geschieht in beiden Fällen, sondern erklärt sich aus dem Umstande, daß das fließende Wasser, um einen Stofseffect, eine Arbeit, erzeugen zu können, noch einen zweiten Theil seiner Geschwindigkeit opfern muß, d. h. daß es auch die verfügbare lebendige Kraft nicht ganz zur Bewegung des Rades verwerthen kann, sondern einen Theil davon verwenden muß, um sich die vorher durch den Fall eingeprägte Geschwindigkeit theilweise wieder zu entziehen.

Giefßen, den 12ten Mai 1869.

H. Schützgen Bild. Inst. Berlin.