SOPRA LE RELAZIONI FRA LE LEGGI DI *GAY-LUSSAC*, DI *MARIOTTE*
E DI *MAYER*; COHEN STUART.

(*Ann. der Phy. und Chemie*. T. C. *Poggendorff*. 1863. N. 6.)

(Traduzione)

Le osservazioni ci hanno fatto conoscere i limiti fra i quali valgono certe leggi assai semplici, relative ai gas così detti permanenti. A quelle leggi appartengono le seguenti :

La temperatura rimanendo costante, la densità, è proporzionale alla pressione: ed è la legge di Mariotte.

Il coefficiente di dilatazione è costante per ogni gas: ed è la legge di Gay-Lussac.

Il calore che non rimane assorbito nella dilatazione dei gas, a temperatura costante è uguale all'equivalente del lavoro esteriore: ed è la legge di Mayer:

Per potere applicare la formula generale della teoria meccanica del calore ai cangiamenti di stato dei corpi elastici; il di cui stato è espresso dal valore di due delle tre quantità, *densità*, *tensione*, e *temperatura*, bisogna fondarsi sulle relazioni caratteristiche fra questi tre fattori, e che sono sufficientemente dimostrate dall'esperienza. Fin qui si è fatto uso della legge di Gay-Lussac e di Mariotte, e nello stesso tempo della legge di Mayer, o di un'altra, ciò che è indifferente, avendone solamente variata l'espressione. Ma la scelta di questo punto di partenza mi sembra essere stata la causa che una verità assai chiara sia stata fino ad ora sconosciuta, o che almeno nulla ancora ne sia stato pubblicato. Ed è che la legge di Gay-Lussac, è una necessaria conseguenza della legge di Mariotte e di quella di Mayer, e dei due assiomi fondamentali della teoria meccanica del calore,

Quegli assiomi sono, secondo Clausius « la legge della equivalenza del calore al lavoro, e l'equivalenza delle trasformazioni ».

Tale conseguenza mi sembra essere un risultato della teoria anzidetta, e mostra che nella applicazione di essa ai gas *ideali*, questi gas possono essere più semplicemente definiti; cioè essi possono nella loro definizione esser ridotti alla sola legge di Mayer e di Mariotte. Queste due leggi mi sembrano molto adattate per tal definizione, perchè sono fra tutti i risultati della esperienza quella che più specificano il modo di essere dei gas. E che dalla legge di Mariotte e da quella di Mayer resulti quella di Gay-Lussac si vede dalla formula

$$C = A (a + t)$$

la quale da Clausius fu trovata per la funzione generale della temperatura di Carnot, e in relazione colle premesse dalle quali Clausius partì.

La seguente dimostrazione, che è indipendente dal modo col quale si misura la temperatura, sarà opportuna per meglio intendere tutto ciò.

Data una certa quantità di un corpo elastico il quale abbia dappertutto la stessa tensione p , e la stessa temperatura t , e che abbia un volume v : si potrà rappresentare la quantità di calore necessaria acciocchè questo corpo sotto la pressione esterna subisca un cangiamento dv e dt con

$$d\phi = M dv + N dt.$$

Il primo assioma della teoria meccanica del calore si esprime con la formula

$$dU = d\phi - A p dv. \quad (I)$$

dU rappresenta il calore impiegato per il cangiamento di temperatura e per il lavoro interno; e $\frac{1}{A}$ è l'equivalente meccanico della unità di calore.

Il secondo assioma è espresso da

$$\frac{\left(\frac{dp}{dt}\right)}{M} = \frac{1}{C}, \quad (II)$$

ove C è la nota funzione di Carnot.

La espressione generale del coefficiente di dilatazione è

$$\alpha = \frac{\left(\frac{dv}{dt}\right)}{v_{t_0}},$$

dove $\left(\frac{dv}{dt}\right)$ è il differenziale parziale relativo a t del volume v ed è funzione di t e di p ; v_{t_0} è il volume alla stessa tensione ed a una temperatura costante t_0 , questo coefficiente di dilatazione deve essere in generale riguardato come funzione di t e di p .

Si esprime che un corpo segue la legge di Mariotte con la formula

$$p v = T, \quad (1)$$

T essendo una funzione della temperatura, e tuttora ignota.

Quando lo stesso corpo segue la legge di Mayer, allora oltre ciò si ha per $dt = v$, $d\phi = A p . dv$, e per conseguenza

$$M = A . p . \quad (2)$$

Dalla (1) segue $p = \frac{T}{v}$, e se si differenzia rapporto a t avendo riguardo alle (II) e (2), si avrà

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{M}{C} = \frac{A p}{C};$$

e avendo riguardo anche alla (1)

$$\frac{dT}{T} = A \frac{dt}{C}$$

e

$$T = R e^{\Lambda \int_{t_0}^t \frac{dt}{C}} = R \cdot \Theta \quad (3)$$

dove si sostituì θ per $e^{\Lambda \int_{t_0}^t \frac{dt}{C}}$, ed R per il valore di T quando si ha $t = t_0$.

Dalla (3) segue in relazione con (1)

$$p v = R \cdot \theta,$$

dunque

$$\left(\frac{dv}{dt}\right) = \frac{R}{p} \frac{d\theta}{dt},$$

e poichè se $t = t_0$, $\theta = 1$ e $v_{t_0} = \frac{R}{p}$, per il detto coefficiente si avrà

$$\alpha = \frac{\left(\frac{dv}{dt}\right)}{v_{t_0}} = \frac{d\Theta}{dt} = \frac{\Lambda}{C} e^{\Lambda \int_{t_0}^t \frac{dt}{C}} = \frac{\Lambda}{C} \Theta. \quad (4)$$

Come risulta dal significato di Λ , C e θ , il valore di α è indipendente dalle speciali qualità del corpo che corrispondono alla (1) e (2) ossia, in altri termini, *per tutti i corpi per i quali vale la legge di Mariotte e di Mayer, il coefficiente di dilatazione è la stessa funzione della temperatura*; e questo infatti è il modo col quale analiticamente deve esprimersi la legge di Gay-Lussac, fino a che non si faccia una speciale supposizione relativa alla temperatura stessa.

Il valore di α diventa costante tostochè (come si fa con il termometro ad aria) si accetta come misura della temperatura, il cangiamento di volume a pressione costante del gas. Per questo gas segue che per

$$d\theta = \alpha dt \quad (4)$$

poichè per $t = t_0$, si ha $\theta = 1$

$$\theta = 1 + \alpha (t - t_0),$$

cosicchè si ha

$$p v = R [1 + \alpha (t - t_0)],$$

$$C = \frac{A \theta}{\alpha} = A \left(\frac{1}{\alpha} + t - t_0 \right);$$

e per $t_0 = 0$

$$p v = R (1 + \alpha t),$$

$$C = A \left(\frac{1}{\alpha} + t \right),$$

ossia le relazioni già note.