Zuführung von Wärme feste und flüssige durchsichtige Substanzen ungleich dilatirt und optisch doppelbrechend werden.

15. Durch electriche Kräfte gleichförmig dilatirtes Glas zeigt keine electriche Doppelbrechung.

16. Das Verhalten der Substanzen mit „positiver“ und „negativer“ electriche Doppelbrechung, auf welches Dr. Kerr zuerst aufmerksam gemacht hat, erklärt sich durch die Art und Weise, in der die verschiedenen Substanzen den Brechungsexponenten mit der Dichtigkeit und das Volumen unter dem Einfluss electriche Kräfte ändern.

17. Bei constanter Potentialdifferenz der Belegungen eines Condensators ist nach der Ladung desselben längere Zeit hindurch die electriche Kraft verschieden gross in den verschiedenen Schichten der isolirenden Substanz zu derselben Zeit, oder an derselben Stelle der isolirenden Substanz zu verschiedenen Zeiten.

Heidelberg, den 3. April 1880.

II. *Das Clausius'sche Gesetz und die Bewegung der Erde im Raume; von E. Budde.*

Die Autoren, welche sich bis jetzt mit dem neuen electrodynamischen Grundgesetze von Clausius beschäftigt haben, verhalten sich, so viel mir bekannt geworden ist, alle ablehnend gegen dasselbe. Die Herren Zöllner und Lorange werfen ihm im wesentlichen vor, dass es zu „unwahrscheinlichen“ Forderungen führe, mit anderen Worten, dass es gegen hergebrachte Hypothesen verstosse. Dagegen wäre zu bemerken, dass die Einführung der „absoluten“ Geschwindigkeiten in die Physik, wenn sie sich als berechtigt ausweisen sollte, einen so wichtigen Fortschritt darstellen würde, dass man sich durch Bedenken gegen radicale Neuerung gewiss nicht abhalten lassen darf, sie wenigstens aufmerksam zu

prüfen. Ein anderer Autor, Hr. Fröhlich¹⁾, hat im letzten Heft dieser Annalen²⁾ andere Gründe gegen Hrn. Clausius ins Feld geführt, die, wenn sie richtig wären, allerdings durchschlagen würden. Er wendet das Clausius'sche Gesetz auf einen Fall an, der durch die Bewegung der Erde gegeben ist, nämlich auf die electrodynamischen Wirkungen zwischen einem Stromkreise s und einer freien electricischen Ladung q , welche dadurch entstehen, dass s und q eine gemeinsame Translation im Raume besitzen.

Er findet für den Fall, dass s und q relativ in Ruhe sind, 1) im allgemeinen eine so grosse Kraft zwischen s und q , dass dieselbe auch der rohesten Beobachtung nicht hätte entgehen können; 2) in einem speciellen Falle eine unsinnige, weil von willkürlichen Coordinaten abhängige Kraft. Er erklärt dann den scheinbaren Widerspruch zwischen seinen Ergebnissen und der Clausius'schen Ableitung daraus, dass Hr. Clausius bei der Begründung seiner Formel die an relativ ruhenden Leitern gewonnenen Versuchsergebnisse auf absolut ruhende übertragen habe. Dass dies geschehen, ist allerdings richtig, würde sich aber wohl mit schwer wiegenden Gründen vertheidigen lassen; auf die haben wir indessen hier nicht einzugehen. Was nun die zweite Folgerung des Hrn. Fröhlich angeht, so spricht dieselbe wohl mehr gegen seine Rechnung als gegen das Clausius'sche Gesetz. Denn es ist ohne weiteres klar, dass man aus lauter bestimmten, eindeutigen Elementarkräften, in denen nur endliche Factoren neben den Differentialen auftreten, keine willkürliche Kraft- oder Momentensumme herausintegriren kann.

Auf Grund längerer Beschäftigung mit dem von Hrn. Fröhlich behandelten Problem muss ich aber auch seiner ersten Folgerung widersprechen. Die Kräfte zwischen geschlossenen Strömen und freier Electricität, welche das Clausius'sche Gesetz vermöge der Bewegung der Erde im Raume verlangt, sind nicht so beschaffen, dass sie der rohesten Beobachtung auffallen müssten. Für ihre Feststel-

1) S. auch die unter Nr. VI in diesem Heft folgende Abhandlung des Hrn. Clausius. Die Red.

2) Fröhlich, Wied. Ann. 9. p. 261. 1880.

lung ist erforderlich, dass man einen Punkt berücksichtige, den Hr. Fröhlich vernachlässigt hat. Ein Stromkreis influenzirt nämlich nicht bloß äussere Punkte, sondern auch seine eigenen Theile; er ladet sich infolge dessen selbst, und es zeigt sich, dass diese statische Ladung eine ganze Classe von Kräften, welche zwischen Stromelementen und electrischen Punkten auftreten, neutralisirt, nämlich alle diejenigen, welche reciprok sind. Auch die übrig bleibende Wirkung wird durch einen später zu erwähnenden Umstand neutralisirt.

§ 1. Wirkungen zwischen einem electrischen Punkte und einem Stromelement. Gegeben sei im Punkte xyz eines rechtwinkligen Coordinatensystems das Stromelement ds von der mechanischen Intensität i . Die Menge der in ihm enthaltenen $+E$ sei h , die der $-E$ sei $-h$; die Geschwindigkeiten, womit beide im Strome fliessen, seien $+v_1$ und $-v_2$, die Winkel von v_1 mit den Axen $\alpha\beta\gamma$. Ferner sei im Punkte $x'y'z'$ das freie Electricitätsquantum q vorhanden; der Radiusvector von ds nach q heisse r und φ der Winkel zwischen r und ds .

q und ds sollen nun eine gemeinsame Translationsgeschwindigkeit u besitzen, und wir nehmen an, dass die x -Axe in die Richtung von u gelegt sei. Wir betrachten zunächst die Wirkung von $+h$ auf q , deren x -Componente ξ_+ heissen möge. Nach der Fassung des Clausius'schen Gesetzes, welche neuerdings von dessen Urheber als die maassgebende behandelt worden ist¹⁾, hat man:

$$(1) \quad \xi_+ = qh \left\{ -\frac{\partial}{\partial x'} \frac{1}{r} \left[1 - k \left(\frac{dx}{dt} \frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt} \frac{dz'}{dt} \right) \right] - k \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{dx}{dt} \right) \right\},$$

wo t die Zeit, und k eine Constante bedeutet.

Nach den Bedingungen unseres Falles wird nun:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_1 \cos \alpha + u, & \frac{dy}{dt} &= v_1 \cos \beta, & \frac{dz}{dt} &= v_1 \cos \gamma, \\ \frac{dx'}{dt} &= u, & \frac{dy'}{dt} &= 0, & \frac{dz'}{dt} &= 0, \end{aligned}$$

In dem Ausdrücke $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{dx}{dt} \right)$ ändern sich r und $\frac{dx}{dt}$ offenbar nur durch das strömende Fortschreiten der E in ds . Also wird:

1) Clausius, Wied. Ann. 1. p. 18. 1877.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{dx}{dt} \right) = \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{r} \frac{dx}{dt} \right) = v_1 \frac{d}{ds} \left(\frac{v_1 \cos \alpha + u}{r} \right), \text{ also:}$$

$$(2) \quad \xi'_+ = qh \left\{ \frac{x' - x}{r^3} [1 - ku(v_1 \cos \alpha + u)] - kv_1 \frac{d}{ds} \left(\frac{v_1 \cos \alpha + u}{r} \right) \right\}.$$

Durch Vertauschung von v_1 mit $-v_2$ und h mit $-h$ ergibt sich die entsprechende Componente der Wirkung von $-h$ auf q :

$$(3) \quad \xi'_- = -qh \left\{ \frac{x' - x}{r^3} [1 + ku(v_2 \cos \alpha - u)] - kv_2 \frac{d}{ds} \left(\frac{v_2 \cos \alpha - u}{r} \right) \right\}.$$

Addirt man (2) und (3), so erhält man einen Rest ξ' , der die x -Componente der gesuchten Wirkung von ds auf q darstellt.

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} \xi' &= qh \left\{ \frac{x' - x}{r^3} (-ku)(v_1 + v_2) \cos \alpha - k(v_1 + v_2) \frac{d}{ds} \left(\frac{u}{r} \right) \right. \\ &\quad \left. - k \left[v_1 \frac{d}{ds} \left(\frac{v_1 \cos \alpha}{r} \right) - v_2 \frac{d}{ds} \left(\frac{v_2 \cos \alpha}{r} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \right.$$

In dem letzten Posten dieser Gleichung kann man $v_2 = cv_1$ setzen, und es ist dann c für den Stromkreis s eine Constante, sobald der Strom in s stationär ist, weil, wenn das nicht der Fall wäre, nicht jedes Element desselben so viel $+E$. wie $-E$. enthalten könnte. Demgemäss kann man, unter der Voraussetzung, dass ds einem geschlossenen stationären Stromkreise angehöre, statt $v_2 \frac{d}{ds} \left(\frac{v_2 \cos \alpha}{r} \right)$ schreiben $c^2 v_1 \frac{d}{ds} \left(\frac{v_1 \cos \alpha}{r} \right)$, und dadurch reducirt sich Gl. (4) auf:

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} \xi' &= qh \left\{ \frac{x' - x}{r^3} (-ku)(v_1 + v_2) \cos \alpha - k(v_1 + v_2) \frac{d}{ds} \left(\frac{u}{r} \right) \right. \\ &\quad \left. - k(1 - c^2) v_1 \frac{d}{ds} \left(\frac{v_1 \cos \alpha}{r} \right) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Hierin ist $h(v_1 + v_2) = hv_1(1 + c) = i ds$.

Die beiden letzten Glieder der rechten Seite werden also:

$$-qik \left\{ \frac{d}{ds} \left(\frac{u}{r} \right) ds + (1 - c) \frac{d}{ds} \left(\frac{v_1 \cos \alpha}{r} \right) ds \right\},$$

ein Ausdruck, dessen Integral, über einen geschlossenen Stromkreis genommen, verschwindet. Berücksichtigen wir also nur die Kräfte, welche von geschlossenen Strömen ausgehen, so bleibt:

$$(6) \quad \xi' = -kqu i ds \frac{x' - x}{r^3} \cos \alpha.$$

Ganz ebenso finden sich die beiden anderen Componenten; die Zusammenstellung ergibt:

$$(7) \quad \begin{cases} \mathfrak{x}' = qkuid s \frac{x-x'}{r^3} \cos \alpha, \\ \mathfrak{y}' = qkuid s \frac{y-y'}{r^3} \cos \alpha, \\ \mathfrak{z}' = qkuid s \frac{z-z'}{r^3} \cos \alpha. \end{cases}$$

Es resultirt also eine nach r gerichtete Kraft, welche Anziehung ist, wenn das Stromelement mit der Translationsrichtung einen spitzen Winkel bildet.

Da das Clausius'sche Gesetz die Reciprocität der Einwirkungen nicht verbürgt, ist die Action von q auf ds durch die vorstehenden Gleichungen nicht unmittelbar gegeben. Man findet durch Wiederholung der Rechnung, wobei im letzten Glied der Gleichung (1) u statt $(v_1 \cos \alpha + u)$ einzusetzen ist, für die Componente $\mathfrak{x}$:

$$(8) \quad \mathfrak{x} = -kquids \left\{ \frac{x-x'}{r^3} \cos \alpha + \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{r} \right) \right\}.$$

Nun verschwindet zwar auch hier das Glied $\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{r} \right) ds$ bei der Integration über einen geschlossenen Stromkreis, aber da diese Integration nicht die Gesamtwirkung auf den Kreis darstellt, darf es deshalb nicht vernachlässigt werden. Setzen wir fest, dass bei Bestimmung des Winkels φ r von ds nach q hin gerechnet werde, so ist:

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{\cos \varphi}{r^2},$$

und wir erhalten:

$$(9) \quad \begin{cases} \mathfrak{x} = kquids \left(\frac{x-x'}{r^3} \cos \alpha - \frac{\cos \varphi}{r^2} \right), \\ \mathfrak{y} = kquids \frac{y-y'}{r^3} \cos \alpha, \\ \mathfrak{z} = kquids \frac{z-z'}{r^3} \cos \alpha. \end{cases}$$

In $\mathfrak{y}$ und $\mathfrak{z}$ tritt kein Zusatzglied auf. Die Wirkung eines freien Quantum q auf ein Element eines geschlossenen Stromes setzt sich demnach aus zwei Componenten zusammen. Die erste ist die zu (7) reciproke, nach r gerichtete Anzie-

hung; wir bezeichnen sie abgekürzt mit A ; die zweite $kquids \frac{\cos \varphi}{r^2}$ ist nach der Translationsrichtung thätig; sie drückt diejenigen Elemente ds rückwärts (gegen u), in welchen der Strom nach q hinfließt. Abgekürzt heisse sie B . Es sei bemerkt, dass sie nach der ältern, 1875 veröffentlichten Fassung des Clausius'schen Gesetzes nicht auftreten würde. Wir wollen die Kräfte A und B , um eine kurze Benennung für sie zu haben, als „geokinetische“ bezeichnen.

§ 2. Satz: Die aus der Componente A und ihrer Reciproken hervorgehenden Kräfte sind principiell nicht wahrnehmbar.

Beweis. Nach Gleichung (7) kann man sich irgend ein Stromelement ds (dasselbe kann auch Element eines Stromfadens in einem körperlichen Leiter sein), in dem der Strom i fließt, mit einem fingirten Quantum f von freier Electricität $f = -ku \cos \alpha ds$ erfüllt denken; die drei Componenten der Anziehung, welche dieses Hilfsquantum auf irgend einen Punkt des Raumes ausübt, sind dann identisch mit den drei Componenten (7) der geokinetischen Wirkung von ds auf denselben Punkt des Raumes.

Ist ein Stromkreis s gegeben, so denke man sich in jedem seiner Elemente die fingirte Ladung $f = -ku \cos \alpha ds$ angebracht; der ganze Stromkreis hat dann vermöge dieser Ladung electrostatisch auf jeden Punkt des Raumes dieselbe Wirkung, welche er geokinetisch vermöge seines Stromes übt. Nun wirkt er aber nicht bloß auf äussere electriche Massen, sondern auch auf seine eigenen Theile, und da ein Stromkreis nothwendig ein Leiter ist, so ist das Ergebniss dieser Einwirkung eine Scheidung der beiden Electricitäten im Stromträger. Diese Scheidung muss so weit gehen, dass die dadurch erhaltene reelle Ladung des Kreises s auf jeden Punkt des Leiters Kräfte ausübt, welche mit den Kräften der fingirten Ladung im Gleichgewicht stehen. Ein solches Gleichgewicht ist erreicht, wenn jedes Element ds die Ladung $-f$ angenommen hat. Das ist also der Endzustand des Kreises: er ladet sich an jeder Stelle mit der reellen Ladung $-f$; dazu hat er an jeder Stelle die fingirte Ladung

$+f$, welche seine geokinetische Action repräsentirt. Beide heben einander nicht bloß in ihrer Wirkung auf das Innere von s , sondern auch in ihrer Wirkung nach aussen jederzeit auf. Q. e. d.

NB. Es ist nicht bloß die Componente A , sondern auch die statische Ladung f dem Experiment unzugänglich; denn wie jene durch diese, so wird diese durch jene in all ihren Wirkungen neutralisirt. Physikalisch ist nur zu verlangen, dass die Dichtigkeit von f nirgends unendlich werde, eine Bedingung, der offenbar genügt ist.

§ 3. Die Componente B verschwindet gleichfalls für jeden Stromkreis und für jeden leitenden Magnet. Nach dem Vorigen verschwindet aus der Wirkung eines Punktes q auf einen Stromkreis s die Componente A ohne weiteres. Durch eine andere Art der Neutralisation verschwindet nun aber auch die Componente B .

Denn diese, deren Werth $-kqi \frac{\cos \varphi}{r^2} ds$ ist, stimmt völlig überein mit der in die Richtung von ds fallenden Componente der electrostatischen Anziehung, womit q auf ein an der Stelle von ds angebrachtes Hilfsquantum $kuid s$ von freier E. wirkt. Sind also statt eines Punktes q beliebig vertheilte Electricitätsmengen Q thätig, so berechnet sich deren Gesamtwirkung auf ds gerade so, wie die ds -Componente ihrer Gesamttanziehung auf jenes Hilfsquantum. Daraus folgt sofort, dass die geokinetische Gesamtwirkung B von Q in jedem Raume verschwindet, in welchem die Potentialfunction von Q constant ist. Stellt man nun aber einem Stromkreis oder Magnet s ein freies electrishes Quantum q gegenüber, so influenzirt dies bekanntlich die leitende Masse von s in der Art, dass die Potentialfunction im ganzen Innern von s constant wird. Demnach ist die Gesamtwirkung (von q plus der durch Influenz erzeugten Ladung) auf das Innere des Stromes s gleich Null.

Zu grösserer Deutlichkeit stelle ich im Folgenden sämtliche Wirkungen zusammen, welche an einem Stromkreise auftreten, dem ein geladener Punkt q gegenübergestellt wird. Dabei werde die durch electrostatische Influenz auf s er-

zeugte Ladung p genannt, und es bedeute A_q die von q ausgeübte A -Componente u. s. w. Die freie Ladung, welche das Stromelement ids annimmt, heisse wie oben $-f$. Wir erhalten ausser der directen electrostatischen Anziehung von p auf q das Folgende:

- 1) die directe geokinetische Wirkung von q auf $ids = A_q + B_q$
- 2) die statische Anziehung von q auf $-f = -A_q$
- 3) die geokinetische Wirkung von p auf $ids = A_p + B_p$
- 4) die statische Wirkung von p auf $-f = -A_p$
- 5) die geokinetische Wirkung von ids auf $p = -A_p$
- 6) die zu 4) reciproke Wirkung von $-f$ auf $p = +A_p$.

Da $B_q + B_p$ nach dem Obigen gleich Null, ist die Gesamtsumme dieser Actionen gleich Null.

Somit ist die Beobachtung relativ ruhender Ströme und Ladungen auf der bewegten Erde für Verification des Clausius'schen Gesetzes überhaupt nicht zu gebrauchen.

III. *Ueber die Abhängigkeit der electrischen Leitungsfähigkeit der Kohle von der Temperatur; von W. Siemens.*

(Aus dem Monatsbericht der Königl. Akademie der Wissensch. zu Berlin, 5. Jan. 1880; mitgetheilt vom Hrn. Verfasser.)

Matthiessen machte zuerst¹⁾ auf die merkwürdige Eigenschaft der Kohle aufmerksam, bei höherer Temperatur die Electricität besser zu leiten als bei niedriger. Er fand für die am besten leitende und zugleich schwerste und festeste Modification derselben, die Gasretortenkohle, welche durch Zersetzung des überhitzten Leuchtgases entsteht und an den Wandungen der Retorten der Gasbereitungsanstalten abgesetzt wird, die specifische Leitungsfähigkeit (Quecksilber = 1 gesetzt) 0,0236 bei 25° C. und zwischen 0 und 140° eine Verminderung des Widerstandes um 0,00245 für jeden Grad C.

1) Matthiessen, Pogg. Ann. **103**, p. 428. 1858.