

lute Temperatur des glühenden Gases berechnet werden können.

**III. Ueber die Transversalschwingungen tönender tropfbarer und elastischer Flüssigkeiten;
von Dr. Ludwig Matthiesen in Husum.**

Die in neuester Zeit mehrfach beschriebenen zuerst von Prof. Kundt (Vierteljahrsschrift der naturf. Gesellsch. in Zürich von 1849) und von Dr. Vierth (Pogg. Ann. für 1869 und Naturforscher Jahrg. III, S. 131) beobachteten Schwingungen von Luftplatten geben mir Veranlassung die Aufmerksamkeit der geehrten Leser nochmals auf die von mir vor einigen Jahren (Mittheil. der schlesw. holst. naturwissensch. Vereins von 1867 und Pogg. Ann. für 1868 S. 107 u. flg.) mitgetheilten Untersuchungen über die Transversalschwingungen tönender Flüssigkeiten hinzulenken. Die Gesetze der Schwingungen der Luftplatten geben einen neuen Beleg für die in den genannten Abhandlungen von mir ausgesprochene Ansicht, daß die »Kräuselungen« der mit tönenden festen Körpern connectirten Flüssigkeiten Transversalschwingungen derselben sind, welche die Longitudinalwellen begleiten und ihnen isochron sind. Ganz so verhält es sich mit den schwingenden Luftplatten; auch befolgen sie ganz ähnliche Gesetze. Wir wollen hier kurz die Versuche beschreiben und die Gesetze, so weit sie sich bis jetzt aus den Beobachtungen und Messungen ergeben, demnächst herleiten.

I. Begießt man eine Glastafel mit einer Flüssigkeit, so zeigt sich an den Stellen der stärksten Vibrationen der tönenden Tafel eine zierliche Kräuselung, welche bei demselben Tone der Tafel einen fast constanten Grad der Feinheit besitzt und gewöhnlich aus parallelen aequidistanten

Linien besteht. Die Klangfiguren sind von der Form der Tafel ganz unabhängig. Am Rande der Platte stehen die Wellenlinien regelmässig senkrecht, nach dem Innern hin parallel zu demselben; zwischen beiden Orten combiniren sich diese beiden Wellensysteme zu quadratischen Feldern, deren Diagonalen mit den einfachen Wellen parallel laufen. Es hat alsdann den Anschein, als hätten sich die beiden einfachen Systeme um einen Winkel von 45° gedreht. Diefs ist die irrthümliche Ansicht Faraday's. Man überzeugt sich aber leicht von der Richtigkeit der anderen Ansicht durch eine Messung des Abstandes der Rippen des combinirten Systems, welcher genau das 1,414 fache des Abstandes der Rippen der gleichzeitig auftretenden einfachen Systeme beträgt. Die Abhängigkeit der Längsrichtung der Wellen von der Schwingungsart der Platte läßt sich in folgenden Satz zusammenfassen: *Die einfachen geradlinigen Systeme sind stets parallel demjenigen Hauptnormalschnitt der durch die Vibrationen gekrümmten Fläche, für welchen der Krümmungshalbmesser ein Maximum ist.* Sind die Krümmungshalbmesser in den beiden Hauptnormalschnitten nahe gleich, so bildet sich ein aus zwei auf einander senkrechten Systemen zusammengesetztes Wellensystem. Bei der Messung der Breite dieser Wellen ist also zu beobachten, daß dieselbe in der Richtung der Diagonale der Quadrate des Musters d. h. parallel zu den Hauptnormalschnitten der schwingenden Flächentheile, also entweder senkrecht oder parallel zum Rande der Tafel vorzunehmen ist. Jedem quadratischem Felde (Masche) entsprechen immer zwei Wellenberge oder Rippen. Aus der Lage des Musters ist man offenbar im Stande auf die Schwingungsart der Platten Schlüsse zu ziehen.

Die geradlinigen Wellensysteme bestehen wieder aus zwei einfachen, von denen jedes im Verlaufe einer ganzen Schwingung der Platte verschwindet und wieder erscheint. Also ist die eigentliche Wellenbreite die doppelte von der scheinbaren, die Schwingungsdauer aber der der Platte gleich. Durch die Schnelligkeit ihrer Wiederkehr scheinen

sie permanent oder gleichzeitig zu seyn, obgleich jede Welle im Verlauf einer halben Schwingung entsteht und zerstört wird (interferirt). Faraday's Ansicht über den Bestand der Wellen ist hiervon abweichend. In meinen früheren Abhandlungen bin ich der Faraday'schen Ansicht gefolgt, muß mich nun jedoch aus verschiedenen Gründen gegen dieselbe erklären. Faraday meint, es gebe zwei Systeme von Häufchen und Wellen, von denen jedes erst im Verlaufe zweier ganzer Schwingungen wieder erscheine. Es sey also die Wellenbreite die doppelte von der scheinbaren und die Schwingungsdauer derselben gleich der Hälfte von der der Tafel. Jedes Häufchen und jede Welle werde im Verlaufe einer ganzen Schwingung gebildet und zerstört. Hiergegen sprechen jedoch Versuche, welche weiter unten beschrieben werden.

Dafs höhere Töne feinere Kräuselungen hervorrufen, erklärt sich leicht dadurch, dafs bei kürzerer Schwingungsdauer die Flüssigkeitstheilchen nur einen kürzeren Weg durchlaufen können. Die Wellenbreite ist bei denselben Tönen von allen Stellen der Platte fast constant. Da diese Erscheinungen ungemein fein und flüchtig sind, so ist es für Messungen zweckmäfsig, dieselben zu fixiren. Kreideschlempe den Flüssigkeiten beigemischt nimmt die Form der Kräuselungen dauernd an. Getrocknet geben diese Figuren deutliche Muster, an denen die Messungen bis zu den mikroskopischen herab, wobei die Entfernungen zweier Rippen kaum ein Zehntel Millimeter betragen, mit der Lupe vorgenommen werden konnten.

Um nun zu erkennen, ob die Ursache dieser Phänomene in einer Bewegung der über der schwingenden Platte befindlichen Luftschicht oder in einer secundären Theilung der Platte (Savart) zu suchen sey, oder aber ob die Feinheit der Kräuselungen von jeder specifisch akustischen Einwirkung unabhängig sey, erregte ich auf der Oberfläche verschiedener in tiefen Gefäfsen befindlichen Flüssigkeiten mittelst zweier an den Enden der Zinken einer Stimmgabel angehefteten Nadeln zwei gewöhnliche Wellensysteme, wo-

durch zwischen den Nadelspitzen stehende Wellen entstehen mußten. Es zeigte sich in der That, daß diese Wellen den auf einer Platte von derselben Schwingungsdauer erzeugten Wellen an Breite fast genau gleich kommen. Da hier nun offenbar bei jeder ganzen Schwingung eine Welle erregt wird, so erscheint die oben ausgesprochene Ansicht, daß dasselbe bei den schwingenden Platten der Fall ist, gerechtfertigt. Sie wird ebenfalls bestätigt durch meine Beobachtungen an tönenden mit Flüssigkeiten gefüllten Trichtern, woran sich die einfachen Wellen vorzüglich gut beobachten lassen. Auch sind die Randwellen normal gegen den Rand des tönenden Trichters gerichtet. Wir haben also anzunehmen, daß bei den Kräuselungen im Ganzen nicht weniger als vier einfache Wellensysteme erregt werden, von denen je zwei einander entgegenlaufen und je zwei solche Paare sich senkrecht durchschneiden. Um diese Ansicht außer allen Zweifel zu setzen, erregte ich mittelst zweier großer unisoner Stimmgabeln vier solche Wellensysteme, deren Mittelpunkte die vier Ecken eines Quadrats bildeten. In der Mitte dieses Quadrats entstanden sofort Interferenzfiguren, welche jenen Kräuselungen auf den Platten vollkommen gleichen. Es entstanden Rippungen, welche mit den einfachen Wellen einen Winkel von 45° bildeten. Die in Rede stehenden Interferenzfiguren können also durch jede beliebige andere Ursache hervorgerufen werden, wenn die Ausstöße nur regelmäßig aufeinander folgen. Ähnliche Erscheinungen nimmt man auch an longitudinalschwingenden Glasröhren wahr, wenn sich eine Flüssigkeitsschicht auf ihrer Oberfläche befindet. Ebenso verdienen die Interferenzwellen, welche man neben sonstigen Erscheinungen an ausfließenden Flüssigkeiten wahrnimmt, in dieser Hinsicht genauer untersucht zu werden.

Erregt man mittelst einer einzigen Nadel ein Kreiswellensystem, so kann man die Wellen wegen ihrer Kleinheit und Geschwindigkeit bei hohen Tönen der Stimmgabel mit bloßem Auge direct nicht wahrnehmen, wohl aber, wenn

man den Blick rasch daran in der Richtung ihrer Bewegung vorüberschweifen läßt, oder sich eines rotirenden Spiegels bedient. Diese Wellen haben die doppelte Breite, wie die stehenden. Kreiswellensysteme bilden sich auch zuweilen auf schwingenden Platten, wenn sich kleine feste Gegenstände in der Flüssigkeit befinden. Bewegliche leichte Körperchen werden oft mit großer Geschwindigkeit über die Kräuselungen hinweggeführt.

Eine interessante Beobachtung ist 1869 von Lissajous gemacht worden, indem er durch zwei ungleichmäÙig schwingende Stimmgabeln Interferenzwellen erzeugte. Diese wandern nämlich nach der tieferen Stimmgabel hinüber. Man hat also in diesem Verfahren ein Mittel optisch die Nichtübereinstimmung zweier Töne und den Sinn dieser Abweichung zu erkennen. Ob Lissajous die Ursache dieser Wanderung erklärt hat, ist mir unbekannt. Wir wollen deshalb dies merkwürdige Phänomen bei unharmonischen Stimmgabeln weiter unten erklären, sowie die Methode angeben, die Stärke dieser Wanderung aus den Wellenbreiten oder den Tonhöhen zu berechnen. Diese Wanderung der Interferenzwellen nimmt zu mit der Differenz der Tonhöhen. Ich habe dieselbe bereits 1867 an unrein tönenden Platten und Glocken wahrgenommen.

Sowohl die Methode der Platten, Glocken und Trichter, als auch die der Stimmgabeln ist von mir angewandt worden, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen an der Oberfläche verschiedener Flüssigkeiten, als Wasser, Quecksilber, Alkohol, Aether, Chloroform, Petroleum, Terpenthinöl Salzlösungen und Säuren mit einander zu vergleichen. Aus den von mir angestellten Messungen geht hervor, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für Wasser und Salzlösungen alle andern übertrifft und mit der Breite der Wellen, von 25^{mm} an bis zu den Wellen von mikroskopischer Feinheit, welche gegen 7000 Schwingungen in der Secunde vollführen, sich fortwährend ändert und zwar nahezu *umgekehrt proportional zur Breite, während die Breite den Quadratwurzeln der Schwingungsdauer proportional abnimmt*; beides

innerhalb ziemlich weiter Gränzen. Ehe wir jedoch die Messungen über das Verhältniß der Wellenbreite zur Schwingungsdauer sowie der Longitudinalwellen zu den Transversalwellen zusammenstellen, mögen zunächst die Versuche von Kundt und Vierth beschrieben werden.

2. Die Methode von Prof. Kundt, transversal schwingende Luftplatten herzustellen, besteht in folgendem. Ueber eine horizontal festgelegte quadratische Tafel aus Spiegelglas wird auf vier an den Enden aufgestellten Stücken Kork von gleicher Dicke eine zweite dünnere gleich große feste Scheibe gelegt und so eine Luftschicht oder Luftplatte abgegränzt. Die Erregung erfolgt durch Mitschwingen auf einem anderen tönenden Körper, indem die obere Scheibe eine runde Oeffnung erhält, welche eine Glasröhre aufnehmen kann, die fest mit der Scheibe verkittet ist. Die Röhre wird durch Reibung mit einem feuchten wollenen Lappen in Longitudinalschwingungen versetzt, wodurch die Luftplatte gleichfalls in Schwingungen geräth. Streut man auf die untere Platte feinen Sand, so bildet dieser regelmäßige Klangfiguren bestehend in Rippungen der verschiedensten Formen. Diese Rippungen treten regelmäßig an denjenigen Stellen auf, wo eine hin- und hergehende Bewegung der Luft vorhanden ist. Die Richtung der Rippen ist immer senkrecht zu der Bewegung der Luftschicht. Die Dicke der Luftschicht zeigte in der Aenderung derselben von 3 bis 20^{mm} keinen wesentlichen Einfluß auf die Klangfigur. Prof. Kundt hat mittelst dieser Methode auch die Schwingungen von runden und elliptischen Luftplatten untersucht.

3. Die Methode, welche Dr. Vierth anwendet, die Luftplatten zum Schwingen zu bringen, empfiehlt sich durch ihre Einfachheit. Die Erregung geschieht unmittelbar durch die Schwingungen der oberen Platte, hervorgerufen durch das Anstreichen mit einem Violinbogen. Es ist dabei nothwendig beide Platten so in die Klemmschraube einzuspannen, daß sie überall den gleichen Abstand haben. Dief suchte Hr. Dr. Vierth dadurch herbeizuführen, daß er unter den Ruhelinien der isochronen Chladnischen Klang-

figur Korkstückchen zwischen die beiden Platten legte. Man kann auf diese Weise also immer nur mit einem Tone zur Zeit experimentiren. Man erreicht aber seinen Zweck leichter und kann mit einer Reihe verschiedener Klangfiguren nacheinander experimentiren, wenn man zwischen die beiden Platten eine kleine neue Münze von der Dicke etwa eines Millimeters legt. Dr. Vierth findet nun aus Messungen der Entfernung der Rippen, die von dem auf die untere Platte gestreuten feinem Sand gebildet werden, dasselbe Gesetz, welches ich bereits früher für Flüssigkeitsschichten gefunden habe, nämlich: *die Abstände je zweier Rippen verschiedener Töne verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Schwingungszahlen.*

Ich habe nun dieses Gesetz durch eine Reihe eigener Versuche bestätigt gefunden. In seiner Abhandlung über die Klangfiguren von Luftscheiben (Stettiner Osterprogramm von 1870) werden uns von Dr. Vierth einige Zeichnungen von den Rippungen beigebracht. Unrichtig ist aber darin dargestellt (Fig. 49), dafs die Rippen in einander verlaufen. Nicht die Rippen spalten sich gabelförmig, sondern die leeren Zwischenräume. Auch fallen die Centra der kreisförmigen Rippen nicht mit den Stellen der größten Deviationen der Platten zusammen, wenn die schwingenden Flächentheile Sektoren sind. Hier treten unmittelbar vom Rande an scharfe dem Rande parallele Sandrippen auf, welche stets in aufwärts gerichteter wirbelnder Bewegung sind; und hier macht die Platte die stärksten Elongationen. Anders verhält es sich unter dem durch Ruhelinien begränzten Theilen der oberen Platte. Bei schärferen Sektoren kreisförmiger Platten treten die Centra der Rippenkreise näher an den freien Rand, als bei stumpferen Sektoren. Sie bilden sich ungefähr da, wo bei Flüssigkeitsschichten auf der oberen Platte die Kräuselungen schon aufhören.

4. Was nun die Gesetzmäßigkeit dieser Erscheinungen anbelangt, so werden wir durch die beobachteten Thatsachen sofort geführt auf die Beziehungen derselben zu den zusammengesetzten Schwingungen, welche Savart (*Ann. de*

chim. et de phys. LXV; und Bericht von Seebeck in Dove, Repert. VI. 60) an Stäben beobachtete. Dieselben vollführen neben Longitudinalschwingungen zugleich Transversalschwingungen, welche sich auf ihrer mit Sand bestreuten Oberfläche durch Rippen kund thun. Je zwei Rippen entsprechen auch hier einer Wellenlänge. Bei den oben beschriebenen Versuchen pflanzen sich die Longitudinalwellen der Luft außerhalb der Platten fort, die isochromen Transversalschwingungen werden nur zwischen den Platten sichtbar. Savart fand nun für Stäbe, daß bei gleicher Dicke und Schwingungsart die Breiten der die longitudinalen Schwingungen begleitenden isochronen transversalen Schwingungen proportional den Quadratwurzeln aus der Länge, bei verschiedenen Substanzen und gleicher Tonhöhe proportional den Quadratwurzeln aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles sind. Bezeichnet also b die Breite der Transversalwellen, v ihre Geschwindigkeit, l die Breite der Longitudinalwellen, c die spezifische Schallgeschwindigkeit, so ist bei constanter Dicke und Form der Stäbe.

$$b^2 N = ac, \quad l : b^2 = a_1, \quad v = Nb,$$

wo a und a_1 zwei Constanten sind. Bei Stäben und Platten sind die Transversalwellen wegen der Steifheit noch abhängig von der Dicke und Form des Querschnitts. Diefes ist bei Flüssigkeiten nur in sehr geringem Grade, bei den Gasen gar nicht der Fall. Die Dicke der Schicht hat keinen merklichen Einfluß auf die Wellenbreite. Die Constanten a und a_1 ändern sich aber ein wenig mit der Tonhöhe; die zweite Constante a_1 nimmt bei den Flüssigkeiten merklich zu, bei den Gasen dagegen ab. Aus obigen Formeln folgt ferner für gleiche Tonhöhen

$$v^2 : v_1^2 = b^2 : b_1^2 = c : c_1,$$

d. h. die Quadrate der Geschwindigkeiten der Transversalwellen auf zwei verschiedenen Flüssigkeiten von gleicher Schwingungsdauer, so wie die Quadrate der Wellenbreiten verhalten sich wie die spezifischen Schallgeschwindigkeiten. Aus den vorliegenden Beobachtungen, welche wegen der Schwierigkeit der Versuche keinen großen Anspruch auf

Genauigkeit machen, geht unzweifelhaft hervor, dafs auch die Flüssigkeiten demselben Gesetze folgen. Die Resultate einiger Messungen sind folgende:

Wasser und Alkohol ($N = 131$).

Wasser: $c = 1437^m$, Alkohol: $c_1 = 1160^m$,
 $b = 3,14^{mm}$. $b_1 = 2,82^{mm}$ (beob. $2,75^{mm}$).

Wasser und Salzlösung ($N = 131$).

Wasser: $c = 1437^m$, Salzlös.: $c_1 = 1640^m$,
 $b = 3,14^{mm}$. $b_1 = 3,35^{mm}$ (beob. $3,28^{mm}$).

Ferner ergibt sich aus den Versuchen, dafs für Wasser die Constante a im Mittel $\frac{1}{11,58}$ beträgt.

Die bisher allgemein angenommene Ansicht ist freilich die, dafs die Ursache der Wellenbewegung der Flüssigkeiten nicht in der Elasticität der Flüssigkeit zu suchen und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Natur der Flüssigkeit unabhängig sey (Wüllner, Experimentalphysik I S. 143). Indefs alle Beobachtungen sprechen dagegen, selbst die der Gebrüder Weber. Nach ihren Versuchen ist die Geschwindigkeit der Wellen auf Wasser und Quecksilber bei $5,4^m$ Tiefe im Verhältnifs $76,3 : 65,0$; nach meinen Beobachtungen bei $N = 131$ im Verhältnifs $20,7 : 16,4$. Sie ist also für Quecksilber jedenfalls geringer, was auch von den specifischen Schallgeschwindigkeiten feststeht.

Wenn diefs Gesetz also auch für die Gase gilt, was ich nicht bezweifle, so wird der Wasserstoff hierzu die günstigen Versuche darbieten, und dazu die Kundt'sche Methode am zweckmäfsigsten seyn. Auch könnte man wohl mit Erfolg die Methode von Faraday, unter einer Glasglocke zu experimentiren, in Verbindung mit der Methode von Vierth anwenden. Bei Wasserstoff müfste dann die Wellenbreite mindestens das Doppelte von der der atmosphärischen Luft betragen, wegen $b^2 : b_1^2 = 340^m : 1269^m$.

Bezeichnet also bezüglich der Luftplatten N die Tonhöhe der Transversalwellen, N_1 die der Longitudinalwellen, B und B_1 die zugehörigen Barometerstände, ϑ und ϑ_1 die Dichtigkeiten zweier Gase, t und t_1 ihre Erwärmungen, so ist

$$N = \frac{a}{b^2} \sqrt{\frac{(1 + \alpha t) B g}{d}}, \quad N_1 = \frac{a_1}{l} \sqrt{\frac{(1 + \alpha t_1) B_1 g}{d_1}}.$$

Für dieselbe Gasart und für $N = N_1$ mit Berücksichtigung, daß $B : d = B_1 : d_1$, ist bei verschiedenen Barometerständen:

$$l : b^2 = m \sqrt{1 + \alpha t} : \sqrt{1 + \alpha t_1} = \frac{340000}{9192} \cdot \sqrt{1 + \alpha t} : \sqrt{1 + \alpha t_1}.$$

Da nun kleinere Transversalwellen eine geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzen, so wird durch Temperaturerhöhung die Fortpflanzungsgeschwindigkeit verringert werden müssen und zwar im umgekehrten Verhältnisse der vierten Wurzeln aus der Dichtigkeit. Es ist nämlich

$$v = Nb = N \sqrt{\frac{l}{m}} \cdot \sqrt{\frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t}}.$$

Bei gleichen Barometerständen dagegen ist wegen der Relation $(1 + \alpha t) : (1 + \alpha t_1) = \vartheta_1 : \vartheta$,

$$l : b^2 = m (1 + \alpha t) : (1 + \alpha t_1),$$

worin die Constante m im Mittel gleich 36,88 gefunden wird, folglich

$$v = Nb = N \sqrt{\frac{l(1 + \alpha t_1)}{(1 + \alpha t)}}.$$

Im luftverdünnten Raume ohne Temperaturveränderung wird man also keinen Unterschied in der Breite der Wellen für ein constantes N wahrnehmen, wohl aber, wenn man bei den Vierth'schen Versuchen zur untersten Platte sich einer stark erhitzten Eisenplatte bedient. Unter sonst gleichen Umständen ist

$$N : N_1 = l : 36,88 b^2.$$

Ich lasse jetzt die von mir angestellten im Jahrg. 1868 bereits mitgetheilten Messungen mit einigen Verbesserungen und den oben motivirten Abänderungen folgen. Die Geschwindigkeiten der Wellen in 1^{sec} ist berechnet nach den Formeln

$$v = Nb = \frac{1437000 b}{l} \text{ Millimeter (für Wasser),}$$

$$v = Nb = \frac{340000 b}{l} \text{ Millimeter (für Luft).}$$

Wo die Flüssigkeit nicht bezeichnet ist, ist Wasser gemeint. Dabei sind als specifische Schallgeschwindigkeiten angenommen bei 15° R. für Wasser zu 1437^m, für Alkohol zu 1160^m, für Aether zu 1200^m, für Terpenthinöl zu 1200^m, für Quecksilber zu 1240^m, für Schwefelsäure zu 1230^m, für Salpeterlösung zu 1640^m, für Luft zu 340^m. Bei diesen Angaben ist natürlicherweise eine unbegrenzte Flüssigkeit angenommen. Die in der Tabelle *B* mit einem Sternchen bezeichneten Werthe sind die von Hrn. Dr. Vierth gefundenen. Als Normalton ist \bar{a} zu 440 ganzen Schwingungen angenommen. In beiden Tabellen *A* und *B* sind zwei Rippen gleich einer Wellenbreite gesetzt.

A Flüssigkeiten.

| Tonhöhe | N | Wellen auf 1cm | Wellenbreite b | $l : b^2$ | ν | Erregungsart |
|----------------------|-------|-------------------|-------------------|-----------|--------|------------------------|
| — | 4,5 | 0,4 | 25mm | 510 | 11,2cm | Interferenzwellen |
| — | 5,0 | 0,43 | 23 | 543 | 11,5 | " |
| — | 6,75 | 0,54 | 17 | 737 | 11,5 | " |
| — | 8,0 | 0,66 | 15 | 798 | 12,0 | " |
| D | 36,6 | 1,3 | 7,6 | 680 | 27,8 | Schwingendes Gefäß |
| F | 43,6 | 1,5 | 6,7 | 749 | 29,0 | Lineal von Guttapercha |
| F₂ | 46,2 | 1,4 | 7,0 | 638 | 32,2 | Schwingendes Gefäß |
| Cis | 52,0 | 1,75 | 5,7 | 845 | 29,8 | Lineal von Guttapercha |
| A | 55,0 | 1,6 | 6,0 | 726 | 33,0 | Schwingendes Gefäß |
| D | 73,4 | 2,0 | 5,0 | 733 | 36,8 | " |
| Cis | 103,8 | 2,35 | 4,3 | 781 | 44,2 | Lineal von Guttapercha |
| c | 130,8 | 3,17 | 3,14 | 1123 | 41,4 | Stromgabel auf Wasser |
| " | " | 3,9 | 2,56 | 1480 | 32,8 | " " Quecksilber |
| " | " | 3,7 | 2,75 | 1200 | 35,1 | " " Alkohol |
| " | " | 4,07 | 2,46 | 1553 | 31,4 | " " Aether |
| " | " | 3,44 | 2,91 | 1108 | 37,2 | " " Petroleum |

| Tonhöhe | N | Wellen auf 1 cm | Wellenbreite b | l : b? | ν | Erregungsart |
|---------|-----|--------------------|-------------------|--------|-------|------------------------------|
| c | " | 3,45 | 2,90 | 1139 | 37,0 | Stimmgabel auf Schwefelsäure |
| " | " | 3,05 | 3,28 | 1196 | 42,0 | " " Salpeterlösung |
| dis | 156 | 3,0 | 3,34 | 845 | 52,0 | Ovale Glastafel |
| f | 175 | 3,5 | 2,86 | 1004 | 49,6 | Lineal von Guttapercha |
| fs | 185 | 3,75 | 2,66 | 1092 | 49,2 | " " " |
| a | 220 | 4,15 | 2,40 | 1137 | 52,8 | " " " |
| c | 261 | 4,6 | 2,18 | 1182 | 55,6 | Stimmgabel auf Wasser |
| " | " | 6,9 | 1,44 | 2331 | 37,0 | " " Quecksilber |
| " | " | 6,4 | 1,56 | 1859 | 40,0 | " " Alkohol |
| cs | 277 | 4,5 | 2,20 | 1072 | 61,0 | Lineal von Guttapercha |
| fs | 370 | 5,6 | 1,79 | 1123 | 66,6 | Quadratische Glastafel |
| a | 440 | 6,2 | 1,60 | 1274 | 70,4 | Stimmgabel auf Wasser |
| a | " | 6,0 | 1,67 | 1176 | 73,4 | Trichter (4 Sektoren) |
| a+... | 450 | 6,8 | 1,48 | 1316 | 66,6 | Quadratische Glastafel |
| c | 532 | 6,5 | 1,54 | 1160 | 81,8 | Trichter (4 Sektoren) |
| cs | 554 | 7,0 | 1,42 | 1287 | 78,0 | Quadratische Glastafel |

| Tonhöhe | N | Wellen auf 1 cm | Wellenbreite <i>b</i> | <i>l</i> : <i>b</i> ² | <i>v</i> | Erregungsart |
|-----------------------|------|--------------------|--------------------------|----------------------------------|----------|---|
| \overline{cis} | 554 | 7,7 | 1,30 | 1261 | 72,0 | Quadratische Glastafel mit Alkohol oder Terpenthinöl |
| " | " | 9,0 | 1,11 | 1762 | 61,4 | do. mit Chloroform |
| " | " | 7,7 | 1,30 | 1282 | 72,0 | do. mit Chloroform u. Weizenmehl |
| <i>d</i> | 587 | 7,5 | 1,34 | 1382 | 78,0 | Kreistafel (4 Sektoren) |
| <i>fis</i> | 740 | 8,0 | 1,25 | 1245 | 92,4 | Trichter (4 Sektoren) |
| " | " | 8,8 | 1,14 | 1516 | 84,4 | Dreieckige Glastafel |
| <i>h</i> | 988 | 9,0 | 1,11 | 1181 | 109,6 | Trichter (6 Sektoren) |
| <i>c</i> ³ | 1047 | 10,0 | 1,00 | 1372 | 104,6 | Trichter (4 Sektoren) |
| <i>e</i> ³ | 1318 | 12,5 | 0,80 | 1704 | 105,4 | Kreistafel (6 Sektoren) |
| <i>d</i> ⁴ | 2349 | 18,5 | 0,54 | 2098 | 126,8 | " (8 Sektoren) |
| <i>a</i> ⁵ | 3520 | 24,0 | 0,42 | 2348 | 147,0 | " (10 Sektoren) |
| <i>d</i> ⁵ | 4698 | 28,0 | 0,355 | 2427 | 166,8 | " (12 Sektoren) |
| <i>g</i> —... | 6272 | 32,5 | 0,30 | 2543 | 188,2 | " (14 Sektoren) |

Mittel 1188

Aus vorstehender Tabelle geht hervor, dass für Wasser in dieser Ausdehnung für transversale Schwingungen die Formel

$$N = \frac{c}{1188 b^2}$$

gültig ist, wenn b und c in Millimetern ausgedrückt werden. Beiläufig bemerke ich, dass aus der Sectorenteilung der Kreistafeln N sich einfach berechnen lässt, indem die *Schwingungszahlen der einzelnen Schwingungsarten sich genau verhalten, wie die Quadratzahlen der Sektoren.*

Wenn sich nun aus ähnlichen Versuchsreihen für andere Flüssigkeiten sich der Werth der Constante $a = b^2 : l$ gleich groß ergeben sollte, so würde man hieraus den Schluss ziehen müssen, dass feste, flüssige und luftförmige Platten dieselben Gesetze befolgen.

B. Atmosphärische Luft.

| Tonhöhe | N | Wellen auf 1 cm | Wellenbreite b | $l : b^2$ | v | Erregungsart |
|---------------|------|--------------------|---------------------|--------------|-------|--------------------------|
| \bar{r} | 261 | 1,65 | 6,0 | 36,0 | 153,6 | Quadratische Glastafel |
| \bar{g} | 384 | 2,09 | 4,8 | 38,9 | 183,0 | " " |
| \bar{c} | 523 | 2,5 | 4,0 | 40,7 | 209,6 | " " |
| \bar{c}^2 | 554 | 2,64 | 3,8 | 42,8 | 209,4 | Kreistafel (4 Sektoren) |
| \bar{f} | 698 | 2,75 | 3,6 | 36,7 | 254,6 | Quadratische Tafel |
| \bar{f}^2 | 830 | 2,12 | 3,2 | 40,0 | 265,2 | " " |
| \bar{d}^2 | 1175 | 3,85 | 2,6 | 42,8 | 290,0 | " " |
| e^3 | 1318 | 4,0 | 2,5 | 41,4 | 328,1 | " " |
| " | " | 3,9 | 2,6 | 38,3 | 341,6 | Kreistafel (6 Sektoren) |
| \bar{h}^3 | 1975 | 4,63 | 2,15 | 36,9 | 426,6 | Quadratische Tafel |
| d^4 | 2349 | 4,7 | 2,13 | 31,9 | 500,8 | Kreistafel (8 Sektoren) |
| g^4 | 3136 | 5,75 | 1,74 | 35,8 | 545,6 | Quadratische Tafel |
| a^4 | 3520 | 5,85 | 1,71 | 33,0 | 603,0 | Kreistafel (10 Sektoren) |
| d^5 | 4698 | 6,5 | 1,54 | 31,4 | 703,6 | " (12 Sektoren) |
| $f^5 + \dots$ | 5920 | 6,8 | 1,47 | 26,6 | 870,4 | " (14 Sektoren) |
| | | | | Mittel 36,88 | | |

Aus der Tabelle *B* folgt also, daß für atmosphärische Luft in dieser Ausdehnung bei transversalen Schwingungen die Formel

$$N = \frac{c}{36,88 b^2}$$

gültig ist, wenn *c* die spezifische Schallgeschwindigkeit bezeichnet, und *b* wie *c* in Millimetern ausgedrückt werden. Ferner geht aus den Tafeln *A* und *B* hervor, daß die Constante *a* für Flüssigkeiten mit den Schwingungszahlen abnimmt, bei Luft hingegen zunimmt. Ferner geht daraus hervor, daß bei beiden Aggregatzuständen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *v* mit den Schwingungszahlen zunimmt und zwar proportional den Quadratwurzeln aus denselben, während die Wellenbreite den Quadratwurzeln derselben umgekehrt proportional wächst. Aus den Relationen

$$v = Nb, \quad Nb^2 = ac$$

folgt nämlich

$$v = \sqrt{acN} = \frac{ac}{b}, \quad b = \sqrt{\frac{ac}{N}}.$$

Hieraus erklärt sich nun auch leicht die Wanderung der Wellen bei zwei unharmonischen Tönen. Wegen der geringeren Fortpflanzungsgeschwindigkeit der breiteren Wellen tieferer Töne ist die Wanderung gegen den tieferen Ton gerichtet. Sind *V* und *v* die Geschwindigkeit zweier Wellen, *N* und *n* ihre Schwingungszahlen, *B* und *b* ihre Breiten, so ist die Größe der Wanderung

$$w = \frac{V-v}{2} = \frac{NB-nb}{2} = \sqrt{ac} \frac{\sqrt{N}-\sqrt{n}}{2} = ac \frac{b-B}{bB}.$$

Beispielsweise ist für *N* = 220 die Geschwindigkeit *V* = 52^{cm},8, für *n* = 261 die Geschwindigkeit *v* = 55^{cm},6. Man findet mit der Beobachtung übereinstimmend *w* = 1^{cm},4. Bei den übrigen Flüssigkeiten, mit Ausnahme der Salzlösungen, ist diese Wanderung langsamer. Es liegt außer allem Zweifel, daß man an elastischen Flüssigkeiten ähnliche Beobachtungen wird machen können. Man erkennt nämlich das Wandern der Wellen schon bei unreinen Tönen der Platten.

Nachschrift.

Die oben von mir aufgestellte Ansicht von dem Bestande der Wellen und Häufchen bei den »Kräuselungen« der Flüssigkeiten wurde mir noch durch einen anderen Versuch zur unzweifelhaften Gewisheit. Da die auf ruhenden Flüssigkeiten fortschreitenden Wellen, welche auf einer tönenden Platte oder mittelst einer Stimmgabel erregt worden, eine so außerordentliche Geschwindigkeit haben, daß sie ohne Interferenzen keinen bleibenden Eindruck auf die Netzhaut machen, so versuchte ich die Wellen auf einem Flüssigkeitsstrahl zu erregen. Diefes gelang mir vollkommen. Ich nahm ein Ausflußgefäß und bestimmte durch Rechnung und Controlversuche die Geschwindigkeit des horizontal ausfließenden Wasserstrahles. Berührte ich nun die Oberfläche des Strahles mit einem feinen Object, z. B. mit einer Stecknadel, so bildete sich jedesmal vor demselben ein einfaches Wellensystem, welches relativ zur bewegten Flüssigkeit als fortschreitend angesehen werden konnte, aber wegen seiner dem Strahle entgegengerichteten gleichen Geschwindigkeit als stehend erschien. Man kann übrigens diese Wellen deutlich wahrnehmen, wenn man Wasser aus einem Gefäß gegen eine vertikale Wand fließen läßt, nur daß hier keine Messungen über das Verhältniß der Wellenbreite zur Geschwindigkeit derselben möglich sind. Hier ist nun offenbar die Entfernung zweier Rippen gleich einer Wellenbreite. Die Wellenbreite fand ich nun für alle Geschwindigkeiten des Flüssigkeitsstrahles genau in derselben Beziehung zur Geschwindigkeit stehend wie die von mir bei schwingenden Platten und Stimmgabeln gefundene. Die Feinheit der Rippungen ist bei diesen Versuchen genau die doppelte von der der früheren Beobachtungen, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieselbe ist. Für den bloßen Versuch ist es zweckmäßiger eine Ausflußgeschwindigkeit zu wählen, welche nicht 150^{cm} übersteigt, da sich dann schon 20 bis 25 Rippen auf 1^{cm} zeigen. Ist beispielsweise die Ausflußgeschwindigkeit $v = 72^{\text{cm}}$, so bilden sich

sechs Wellen auf 1^{cm}. Rücksichtlich der Versuche mit einer Glastafel oder Stimmgabel entsprechen diese Wellen dem Tone \bar{a} .

Hieraus geht nun unzweifelhaft hervor, daß die geradlinigen Wellensysteme der auf Glastafeln vibrirenden Flüssigkeitsschicht durch Interferenz zweier einander entgegen gerichteter Wellensysteme, die Kräuselungen (Häufchen) aber durch Interferenz zweier solcher sich senkrecht durchschneidender doppelter Wellensysteme entstehen, so daß also jede Rippe und jedes Häufchen nicht erst im Verlaufe zweier ganzen Schwingungen, sondern bei jeder einzelnen wieder erscheint. Man wird sich durch directe Beobachtung hiervon leicht überzeugen können, wenn man sich der Beobachtungsmethode von Magnus¹⁾ bedient.

Möglicherweise steht die Tropfenbildung in runden langsam fließenden Flüssigkeitsstrahlen mit diesen Schwingungen im Zusammenhange; da man bei dieser Erscheinung ebenfalls leise Töne wahrnimmt.

IV. Ueber die Compensation eines optischen Gangunterschiedes; von J. L. Sirks.

(Schluß des im vorigen Bande S. 635 abgebrochenen Aufsatzes.)

Es folge jetzt eine kurze Besprechung der Circularpolarisation. Für den Bergkrystall findet man pro Mllm. die nachfolgenden Drehungen angegeben:

| <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>b</i> | <i>F</i> | 37 | <i>G</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|
| 15°,30 | 17,24 | 21,67 | 27,46 | (28,43) | 32,50 | (40,57) | 42,20 |

wobei die Werthe für *b* und 37 aus den bekannten für *E*, *F*, *G* interpolirt sind. Für unseren Zweck ist es aber bequemer hier nicht die Drehungen selbst zu betrachten, son-

1) Magnus, Pogg. Ann. Bd. CVI, S. 1.