XXXVIII. Durchsichtiges Platin auf Crownlas.

(In Luft reflectirtes Licht.)

Platindicke = 0^{mm},0004 (?) $\mu = 1,52$ $\alpha = 45^\circ$

J	δ			arc (tg = k)		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{4}$				
20°	0,048	0,023	0,025	43° 10'	43° 23'	— 0° 13'
30	0,090	0,054	0,036	42 20	41 17	1 3
40	0,128	0,102	0,026	39 43	38 6	1 37
50	0,213	0,177	0,036	34 11	33 33	0 38
60	0,331	0,309	0,022	27 25	27 11	0 14
70	0,619	0,620	— 0,001	20 17	19 6	1 11
75	0,929	0,966	— 0,037	17	16 33	0 27
75 23'	1	1		16 32	16 32	

Man sieht, wie im Allgemeinen die beobachteten und berechneten Werthe übereinstimmen.

Auf den Einfluss, welchen Dicke der Metallschicht auf Phasenunterschied und Azimuth hat, werde ich später noch zurückkommen.

Berlin, im Mai 1866.

IV. Ueber die Ausdehnung starrer Körper durch die Wärme; von Hrn. Fizeau.

(Comp. rend. T. LXII, p. 1101 et 1133.)

Erster Theil.

Bereits hatte ich die Ehre der Akademie meine ersten Versuche über die Ausdehnung starrer, besonders krystallisirter Körper durch die Wärme, vorzulegen¹⁾. Die Natur der am Bergkrystall, Diamant, Kupferoxydul und an mehreren anderen Substanzen beobachteten Erscheinungen, die Sauberkeit der durch die Methode der Wellenlängen

1) Vergl. Ann. Bd. CXXIII, S. 515; Bd. CXXVI, S. 611.

erhaltenen Resultate, endlich die Leichtigkeit und Sicherheit der Beobachtungen, haben mich veranlaßt, diese Untersuchungen fortzusetzen und, wie ich hoffe, zu erweitern. Heute gebe ich den ersten Theil meiner neuen Studien, in welchem ich einige allgemeine, mehr geometrische als physikalische Sätze in Betreff der Ausdehnungsphänomene krystallisirter Substanzen untersuchen werde.

Betrachtet man zuvörderst die durch Wärme bewirkten Volumsveränderungen bei amorphen und homogenen Körpern, welche in allen Punkten und nach allen Richtungen einerlei Molecular - Constitution besitzen, so müssen die Ausdehnungsphänomene dieselbe Einfachheit und Einförmigkeit darbieten, welche man in Betreff anderer physikalischer Eigenschaften z. B. der tönenden Elasticität, der Wärmeleitungsfähigkeit, der Wirkung des polarisirten Lichtes usw. an ihnen beobachtet hat.

Bei krystallisirten Körpern dagegen, welche die mannigfaltigsten und scheinbar oft die unregelmäßigsten polyëdrischen Formen darbieten, obwohl sie immer einer gewissen Anordnung und wohl bestimmten Symmetriegesetzen in Bezug auf die Spaltbarkeit unterworfen sind, ist man genöthigt, eine ganz andere innere Structur anzunehmen, die ohne Zweifel zwar in allen Theilen eines Krystalls homogen, aber je nach der betrachteten Richtung verschieden ist. Diese Besonderheiten der inneren Structur müssen sich unfehlbar durch ungleiche Ausdehnungen nach verschiedenen Richtungen kund geben, so gut, wie durch entsprechende Modificationen in den eben erwähnten physikalischen Eigenschaften.

Diese Modificationen der physikalischen Eigenschaften, je nach den verschiedenen Richtungen, befolgen indess eine gewisse Ordnung in Bezug auf die Lage der Krystallflächen und die allgemeine Symmetrie der Krystalle; und diese Ordnung tritt besonders hervor, wenn man gewisse feste Richtungen, die Fresnel bei der Theorie der Doppelbrechung angewandt hat, in Betracht zieht. Ich meine die drei rechtwinkligen Richtungen, die man *Elasticitäts-*

axen nennt, und um welche sich nicht allein alle optischen Erscheinungen der Doppelbrechung ein- und zweiachsigcr Krystalle in vollkommener Ordnung gruppiren, sondern auch die hauptsächlichsten Symmetriegesetze der verschiedenen Krystallsysteme, die Beobachtungen über die tönenden Schwingungen krystallisirter Platten, die Entdeckungen Senarmont's über die Fortpflanzung der Wärme in Krystallen und endlich die Beobachtungen Fresnel's und Mitscherlich's über die ungleiche Ausdehnung mehrer krystallisirter Körper.

Messungen der Ausdehnung an einer großen Anzahl krystallisirter Körper, die ich weiterhin in dieser Arbeit beibringen werde, stimmen mit diesen, an sich schon sehr sicheren Betrachtungen überein, um festzustellen, daß die hauptsächlichsten Phänomene der Ausdehnung der Krystalle von der Lage der Elasticitätsaxen abhängen, in demselben Grade, wie die übrigen physikalischen Eigenschaften. Demgemäß muß man annehmen, daß es in einem krystallisirten Körper drei unter sich rechtwinklige Richtungen giebt nach welchen sich drei Haupt-Ausdehnungen α , α' , α'' äußern; die eine dieser Richtungen repräsentirt die größte Linear-Ausdehnung der Substanz, die zweite die kleinste und die dritte eine mittlere. Die combinirten Effecte dieser drei Ausdehnungen sind es, welche zu den mannigfachen Ausdehnungen in anderen Richtungen Anlaß geben.

Es ist überdies zu bemerken, daß diese complexen Ausdehnungen nothwendig begleitet sind von kleinen Veränderungen in den Winkeln zwischen den Krystallflächen, die jedoch immer eben bleiben, und daß diese Winkel sich, innerhalb der Beobachtungsgränzen, um so kleine Größen verändern, daß man dieselben als ganz zu vernachlässigen betrachten kann.

Aus dem Vorhergehenden folgt, daß wenn man die Volumsveränderung oder die cubische Ausdehnung einer Substanz mittelst direct beobachteter linearer Ausdehnungen bestimmen will, man im Allgemeinen drei gesonderte Bestimmungen in den drei bezeichneten Richtungen machen

mufs. Die Summe der drei Werthe giebt, unter Vernachlässigung der Gröfsen zweiter Ordnung, den Werth der cubischen Ausdehnung. Einige Substanzen sind auf diese Weise studirt worden; allein die zu solchen Beobachtungen erforderliche Zeit und die Schwierigkeit, die oft sehr kleinen Krystalle zu schneiden, mufsten nothwendig diese Art von Bestimmungen sehr beschränken. Ich bin daher veranlaßt worden, zu untersuchen, ob es nicht einige besondere Richtungen gäbe, die geeignet wären, die Beobachtungen zu erleichtern, und ich glaube wirklich dahin gelangt zu seyn, eine durch Einfachheit und Allgemeinheit merkwürdige Beziehung entdeckt zu haben, die, wie ich hoffe, einen bedeutenden Fortschritt im Studium der Ausdehnungen darstellt, indem sie die Beobachtungen in unerwarteter Weise erleichtert.

Ich suchte zunächst einen geeigneten Ausdruck für die Ausdehnung, die ein zu den drei Krystalltypen gehöriger Krystall nach irgend einer gegebenen Richtung hin erleidet, welche die Winkel δ , δ' , δ'' mit den drei rechtwinkligen Elasticitätsaxen bildet, nach welchen die drei Haupt-Ausdehnungen α , α' , α'' stattfinden.

Diese Ausdehnung kann in Function der drei Winkel und dreier Coëfficienten ausgedrückt werden, wenn man folgenden Gang einschlägt.

Durch eine der Axen (α) und die gegebene Richtung denke man sich eine Ebene gelegt, welche die Ebene der beiden anderen Axen (α'), (α'') nach einer geraden schneide, die in dieser letzten Ebene mit einer dieser Axen (α') den Winkel β , und mit der anderen (α'') den Winkel $90^\circ - \beta$ macht. Der Winkel β ergiebt sich mittelst eines sphärischen Dreiecks aus den gegebenen Winkeln δ und δ' .

Nun suche man in der Ebene (α') (α'') den Werth der Ausdehnung nach β , welcher sich ergeben mufs aus den beiden unter sich rechtwinkligen, in dieser Ebene liegenden Ausdehnungen α' und α'' . Einige Hilfsdreiecke führen zu dem Ausdruck:

$$\alpha = \alpha' \sin^2 \beta + \alpha'' \cos^2 \beta (1).$$

Das ist in einer Ebene der Ausdruck für die Ausdehnung nach irgend einer Richtung β unter dem Einfluß zweier unter sich rechtwinkliger und immer als sehr klein vorausgesetzter Ausdehnungen. Allein diese Richtung β , für welche man so die Ausdehnung d findet, liegt auch in der ursprünglich betrachteten Ebene (α) β und ist rechtwinklig auf der Axe (α); überdiß befindet sich in dieser Ebene die gegebene Richtung, welche mit der Axe (α) den gegebenen Winkel δ , und mit der neuen Richtung β den Winkel $90^\circ - \delta$ bildet. Dieselbe Formel wie in dem vorhergehenden Fall kann angewandt werden, und man hat für die gesuchte Ausdehnung D nach der gegebenen Richtung:

$$D = d \sin^2 \delta + \alpha \cos^2 \delta \quad . \quad . \quad (2).$$

Substituirt man in diesem Ausdruck den Werth von d (1) und drückt β in Function von δ und δ' aus durch die Relation $\cos^2 \beta = \frac{\cos^2 \delta'}{\sin^2 \delta}$, so gelangt man nach einigen Transformationen zu der Endformel:

$$D = \alpha \cos^2 \delta + \alpha' \cos^2 \delta' + \alpha'' \cos^2 \delta'' \quad . \quad (3).$$

Das ist der Ausdruck, welcher für irgend einen Krystall und für einen kleinen Temperaturanwuchs giebt: den Anwuchs der Längen-Einheit nach irgend einer Richtung, die mit den drei rechtwinkligen Elasticitätsaxen des Mittels die Winkel δ , δ' , δ'' macht, und zwar in Function der diesen drei Axen entsprechenden Haupt-Ausdehnungscoëfficienten α , α' , α'' .

Bekanntlich wird die cubische Ausdehnung der Volum-Einheit für einen kleinen Temperatur-Anwuchs im Allgemeinen gegeben durch die Summe $\alpha + \alpha' + \alpha''$ der drei Haupt-Ausdehnungen, die irgend welche, positiv oder negativ (Ausdehnungen oder Zusammenziehungen) seyn können, sobald sie nur in der Größen-Ordnung bleiben, welche die Erfahrung bei den bekannten Körpern als geeignet für diese Größen befunden hat.

Für die Krystalle des regelmässigen Systems (den Würfel) sind die drei linearen Ausdehnungen gleich und die

cubische Ausdehnung wird 3α . Man hat also die einzige lineare Ausdehnung

$$L = \frac{\alpha^{\text{cub.}}}{3}$$

Für die Krystalle der rings um eine der Elasticitätsaxen symmetrischen Systeme (gerades quadratisches Prisma, hexagonales Prisma und Rhomboëder) sind die beiden auf dieser Axe winkelrechten Ausdehnungen α' , α'' unter sich gleich; die dritte α , längs der Axe, ist verschieden. Die cubische Ausdehnung wird dann $\alpha + 2\alpha'$, wo α' die oberflächliche Ausdehnung einer auf der Axe winkelrechten Ebene vorstellt; die mittlere, lineare Ausdehnung wird

$$L = \frac{\alpha + 2\alpha'}{3}.$$

Bei den Systemen des geraden und des schiefen rhombischen Prismas, sowie des doppelt schiefen Prismas, sind die drei Ausdehnungen im Allgemeinen ungleich, und die cubische Ausdehnung ist $\alpha + \alpha' + \alpha''$; alsdann ist die mittlere lineare Ausdehnung

$$L = \frac{\alpha + \alpha' + \alpha''}{3}.$$

Dieser Ausdruck schließt die beiden vorhergehenden als besondere Fälle ein.

Wie man sieht kann man in jedem der drei vorhergehenden Fälle zur Kenntniss der Volumveränderung oder der cubischen Ausdehnung gelangen, wenn man entweder einen, oder zwei oder drei besondere lineare Ausdehnungscoëfficienten bestimmt. Allein man kann dahin auch auf einem einfacheren und sehr allgemeinen Wege gelangen, der sich aus dem vorhin für die Ausdehnung nach irgend einer Richtung gefundenen Ausdruck ergibt.

In der That nimmt man wieder die Gleichung:

$$D = \alpha \cos^2 \delta + \alpha' \cos^2 \delta' + \alpha'' \cos^2 \delta'' \quad . \quad (3)$$

und bemerkt, daß die drei Winkel δ , δ' , δ'' mit einander verknüpft sind durch die bekannte Relation:

$$\cos^2 \delta + \cos^2 \delta' + \cos^2 \delta'' = 1 \quad . \quad (4)$$

so findet man, daß für den Fall, wo die betrachtete Rich-

tung gleich geneigt ist gegen die drei Axen, d. h. für $\delta = \delta' = \delta''$, die Gleichung (4) giebt:

$$\cos^2 \delta = \frac{1}{3}; \quad \delta = 54^\circ 44';$$

allein alsdann wird die Gleichung (3)

$$D = \frac{\alpha + \alpha' + \alpha''}{3}$$

was genau die oben mit L bezeichnete Gröfse ist, d. h. die mittlere Ausdehnung des Krystalls im allgemeinsten Fall.

Man sieht also, dafs für eine gegen die drei Elasticitätsaxen gleich geneigte Richtung von $54^\circ 44'$ die Ausdehnung genau der mittleren linearen Richtung gleich ist, welches Krystallsystem auch die Substanz habe und welche Werthe, positive oder negative, die drei Haupt-Ausdehnungscoëfficienten des Krystalls auch besitzen.

Man wird auch bemerken, dafs diese Richtung die der Diagonale des Würfels in Bezug auf seine Axen ist, und folglich winkelrecht auf der Fläche des regulären Octaëders, welches daraus entspringt. Ueberdies ist klar, dafs dasselbe Raisonement für andere ähnliche Richtungen in dem Krystall gilt, d. h. dafs es sich wiederholt für die acht Ecken, welche von den drei Ebenen der Elasticitätsaxen gebildet werden.

Man kann sich im Innern eines jeglichen Krystalls ein reguläres Octaëder so gestellt denken, dafs seine Flächen gegen die drei Elasticitätsaxen gleich geneigt seyen; dann wird man winkelrecht auf den Flächen dieses Octaëders die mittlere Ausdehnung dieses Krystalles haben.

Im Fall die Richtung der Elasticitätsaxen unbekannt wäre, kann man sich im Innern des Krystalls einen Würfel irgendwie gelagert denken und man wird dann die cubische Ausdehnung erhalten, wenn man die Summe der drei linearen Ausdehnungen nimmt, die in den drei auf den Flächen des Würfels winkelrechten Richtungen gemessen worden sind. Dieser Satz ergiebt sich leicht aus den Relationen (3) und (4).

Die eben aufgestellten Principien erlauben, wie man

sieht, die Ausdehnungen unter den scheinbar verwickeltsten Umständen zu untersuchen und die Volumveränderungen verschiedener Körper dadurch mit Sicherheit zu erhalten, daß man die linearen Ausdehnungen nach gewissen wohl bestimmten Richtungen mißt, was sich leicht bewerkstelligen läßt.

Ich will nun einige Details über die experimentelle Einrichtung angeben, bei welcher ich stehen geblieben bin, nachdem ich die verschiedenen Umstände, die bei den numerischen Bestimmungen zu merklichen Fehlern Anlaß geben könnten, sorgfältig studirt hatte; dann werde ich die Resultate der Beobachtungen beibringen, die ich an einer großen Anzahl amorpher oder krystallisirter, ihrer Wärmeausdehnung nach meistens ganz unbekannter Substanzen angestellt habe.

Zweiter Theil.

Ich werde die Principien der früher beschriebenen Beobachtungsmethode¹⁾ in einigen Worten wiederholen, um die seitdem zur Erhöhung der Genauigkeit der neuen Bestimmungen getroffenen Einrichtungen deutlicher auseinanderzusetzen zu können.

Man giebt dem zu untersuchenden Stück des Krystalls oder der Substanz zwei einander parallele und polirte Flächen, und legt es, so vorbereitet, frei auf den Teller eines kleinen metallenen Dreifusses, dessen Füße aus drei Schrauben bestehen, die durch den Teller gehen und oben in stumpfen Spitzen endigen. Auf diesen drei Spitzen und der Substanz sehr nahe ruht eine polirte Glastafel, deren Abstand von der oberen Fläche der Substanz durch die Bewegung der drei Schrauben so regulirt werden kann, daß das Phänomen der Newton'schen Farbenringe zum Vorschein kommt.

Für die in Rede stehenden Beobachtungen erzeugt man die Ringe oder Fransen mit dem Lichte einer durch Koch-

1) *Compt. rend.*, Mai, 1864 und *Ann. de chim. et de phys. Sér. IV*, T. II (Ann. Bd. CXXIII S. 515).

salz gelb gefärbten Flamme, und mittelst einer Reflexion und einigen einfachen optischen Vorrichtungen kann man die auf der Oberfläche der Substanz erzeugten Ringe oder Fransen in *distans* unter normaler Incidenz beobachten. Die Lage der Fransen und die eintretenden Verschiebungen derselben werden bestimmt in Bezug auf feste Punkte, die regelmäfsig in die Glastafel eingegraben sind. Es sind wahrhafte Visirpunkte, die gleichzeitig mit den Fransen im Fernrohr sichtbar sind.

Diesen kleinen, sehr einfachen Apparat stellt man in die Mitte eines kleinen Ofens von doppelten Wänden aus sehr starkem Kupfer, der durch zwei recht constaute Lampen erhitzt werden kann. Zweckmäfsige, durch Glasplatten verschlossene Oeffnungen und zwei Thermometer mit kurzen Stielen und grofsen die Substanz und den Dreifuß fast berührenden Behältern erlauben in jedem Augenblick die Lage der Fransen und die entsprechenden Temperaturen zu beobachten.

Ohne weiter in die Details einiger Hilfsvorrichtungen einzugehen, läfst sich sagen, daß der Apparat im Ganzen wenig voluminös, leicht zu handhaben, und merkwürdig regelmäfsig in seinen Functionen ist ¹⁾.

Der bei den früheren Versuchen von Stahl verfertigte Dreifuß ist jetzt ²⁾ von geschmolzenem Platin mit 0,1 Iridium, nach dem Verfahren des Hrn. Henri Sainte-Claire Deville. Die Vorzüge des Platins in diesem Falle bestehen in seiner gröfseren Dichtigkeit, welche einen festeren Stand bedingt, in seiner Unveränderlichkeit, seiner Ausdehnungsweise, welche weniger als die des Stahls mit der Temperatur variirt, und endlich seiner Feuerbeständigkeit, die verstattete, den Dreifuß im Laboratorium der *École Normale* mehre Stunden hindurch der Rothgluth ohne Schaden auszusetzen. Diese Operation schien nothwendig, um

1) Dieser Apparat ist von Hrn. Soleil construiert, dessen wohlbekannte Geschicklichkeit im Schleifen der Krystalle mir ausserdem bei diesen Untersuchungen von grofsen Nutzen war.

2) Von den HH. Brunner verfertigt.

jede Spur von Härtung zu zerstören, welche kleine Unterschiede in der Ausdehnung der verschiedenen Theile der Schrauben und des Tellers hätte veranlassen können.

Mit besonderer Sorgfalt strebte ich bei diesen Versuchen eine genaue Kenntniß der Temperaturen zu erlangen; zu dem Ende machte ich eine directe Bestimmung der Fehler in der Theilung der angewandten Thermometer, indem ich dieselben mit einem von Hrn. Regnault geprüften Normalthermometer verglich. Zu diesem Behufe tauchte ich die drei Instrumente ganz in ein Gefäß, dessen eine senkrechte Wand aus Glas bestand, und das etwa 50 Liter enthielt, welches auf verschiedene Temperaturen erhitzt und vor jeder Ablesung mittelst eines Agitators umgerührt wurde. Nach dieser Vergleichung wurde für jedes der beiden Thermometer eine Correctionstafel entworfen, mittelst deren die Angaben dieser Instrumente eine große Genauigkeit erlangten. Die kreisrunde Gestalt der beiden concentrischen Ofenwände, die Dicke und die Leitungsfähigkeit ihres Metalls und vor allem die Sorgfalt, daß man keine Beobachtung anders als bei wenig erhöhten und stundenlang ganz stationär gewordenen Temperaturen machte, — alle diese Umstände nebst verschiedenen sehr befriedigenden Verifikationen, die aus den Beobachtungen selbst hervorgingen, berechtigen die Beobachtungen für vollkommen zuverlässig zu halten. — Ich schätze die Unsicherheiten, die bei den höheren Temperaturen am merklichsten seyn müssen, nicht über ein Zehntelgrad.

Es ist gut sich zu erinnern, daß wenn ein zu studirender Krystall in den Apparat gelegt und die Temperatur erhöht wird, man die Oberfläche des Krystalls durch das Fernrohr ganz mit breiten Fransen bedeckt sieht, welche sich gegen eine gewisse Anzahl schwarzer Punkte, die als Merkmale dienen, langsam verschieben. Man weiß auch, daß, wenn eine ganze Franse vom Centrum aus nach der Peripherie durch einen Visirpunkt geht, der Zwischenraum, worin sich zwischen dem Krystall und der Glasplatte die Fransen bilden, um die Länge einer halben Welle $\frac{1}{2}\lambda$, des

gelben Lichtes d. h. um $\frac{1}{2}$ ($0^{\text{mm}},0005888$) abgenommen hat, so daß man immer n Fransen $= \frac{1}{2}n\lambda$ hat. Man braucht also nur die Hälfte der ganzen oder gebrochenen Anzahl verschobener Fransen zu nehmen und sie mit dem Werth von λ zu multipliciren, um das Maafs des gegenseitigen Abstandes beider Flächen sehr genau in Millimetern zu erhalten ¹⁾).

Dies ist die scheinbare Ausdehnung der Substanz für ihre Dicke e und für die Temperatur-Erhöhung $t' - t$. Allein diese scheinbare Ausdehnung D'' ist offenbar gleich dem Unterschied zwischen der wirklichen Ausdehnung D der Substanz, welche den Abstand zwischen den Flächen zu vermindern strebt, und der Ausdehnung D' der Platinschraube, welche, indem sie die Glastafel hebt, diesen Abstand zu vergrößern sucht. Man hat also $D'' = D - D'$,

- 1) Ich habe die, übrigens ganz sichere Richtigkeit dieses Principes, sowie den numerischen Werth von λ_D , welcher sich aus den Fraunhofer'schen Beobachtungen der Gitterphänomene ergibt, durch folgende Versuche zu controliren gesucht.

Ein kleines Instrument, analog einer Theilmachine, aber gebildet aus einer Schraube, bestehend aus zwei Theilen, deren Gang etwa um $\frac{1}{15}$ verschieden ist, wurde nach meinen Angaben von Hrn. Duboscq verfertigt; es ist in zwei mit Furchen laufenden Schlitten versehen, einem festen und einem andern, der durch die Differentialschraube ungemein langsam verschoben werden kann. Man bildete die Newton'schen Ringe mit gelbem Lichte zwischen zwei Glastafeln, von denen die eine von dem festen Schlitten und die andere, mit Visirpunkten versehene, von dem beweglichen getragen wird; auf diesem letzteren war überdies ein Froment'sches Glasmikrometer befestigt, dessen Abtheilungen $= 0^{\text{mm}},05$ mittelst eines unbeweglichen, mit Fadenkreuz versehenen Mikroskops beobachtet wurden.

Erste Beobachtung. — Die Glastafeln fast in Contact; als der bewegliche Schlitten um $0^{\text{mm}},05$ fortgeschoben ward, zählte man 170 Fransen durch einen selbst Visirpunkt gehend.

Zweite Beobachtung. — Abstand zwischen beiden Glastafeln etwa $7^{\text{mm}},2$. Während der bewegliche Schlitten $0^{\text{mm}},05$ vorrückte, zählte man dieselbe Anzahl verschobener Fransen, d. h. 170. Das Phänomen berechnet mit der Fraunhofer'schen Wellenlänge $\lambda_D = 0^{\text{mm}},0005888$ hätte $169^{\text{r}},84$ geben müssen, eine Uebereinstimmung, die man als genügend betrachten muß, wenn man die ziemlich beschränkte Genauigkeit dieses Apparats in Erwägung zieht.

woraus man sieht, daß, wenn D' bekannt wäre, man haben würde $D = D'' + D'$, d. h. die gesuchte Ausdehnung wäre die Summe der Ausdehnung der Platinschrauben und der beobachteten scheinbaren Ausdehnung des Platin und man erhielte den Ausdehnungscoëfficienten, wenn man diesen Werth durch $e(t' - t)$ dividirte.

Die Methode erfordert also die vorgängige und sehr genaue Bestimmung der Ausdehnung des Metalls, aus welchem der Dreifuß verfertigt ist ¹⁾.

Ich will jetzt die Versuche beibringen, die ich machte, um die Constanten der Ausdehnung des neuen platinern Dreifußes, der zu allen ferneren Versuchen dienen sollte, zu bestimmen.

Zwischen der oberen Glastafel und dem polirten Teller des Dreifußes bildete ich Ringe oder Fransen von großem Gang-Unterschied. Der für die Mehrzahl der Versuche gewählte Abstand oder die Länge der Schrauben betrug $10^{\text{mm}}, 360$ und für einige $3^{\text{mm}}, 387$, was erlaubte nachzuweisen, daß die Schrauben sich in ihrer ganzen Länge recht gleichmäÙig ausdehnten.

Der Dreifuß wurde nun in die Mitte des Ofens (in welchen zur Austrocknung der Luft einige Stückchen Aetzkali gelegt worden) gestellt und darauf die Lage der Fransen in Bezug auf zehn Visirpunkte bestimmt, erst bei der umgebenden Temperatur, etwa 12° C. und dann bei immer

- 1) Man wird bemerken, daß wenn man die Ausdehnung einer Substanz mit großer Genauigkeit kannte, man daraus die des Metalls des Dreifußes mit ähnlicher Genauigkeit herleiten könnte. Da nun die Bestimmung dieser letzteren Ausdehnung für den Dreifuß eines jeden Apparats besonders gemacht werden muß, so habe ich gesucht, den Physikern, die sich mit dieserartigen Beobachtungen befassen wollen, die Mühe zu erleichtern. Es bedarf nämlich dazu (womit ich mich jetzt beschäftige) nur der sehr genauen Bestimmung (durch Vervielfältigung der Versuche und Mittelziehung aus mehreren Reihen von Messungen) der beiden Ausdehnungs-Constanten einer wohl charakterisirten Substanz, die jeder Beobachter sich im Zustande der vollkommensten Reinheit und Identität verschaffen kann (Flussspath z. B.). Es wird dann ein Leichtes, die Ausdehnungs-Constanten des Dreifußes eines jeden neu construirten Apparates in kurzer Zeit und sehr sicher zu bestimmen.

höheren Temperaturen bis 80° (der Apparat war zuvor ohne ihn zu beobachten bis 90° erhitzt worden). Im Moment jeder Beobachtung las man die beiden Thermometer des Ofens und das äußere Barometer ab. Wie schon bemerkt, wurden die Beobachtungen nur dann für gut gehalten, wenn die von den Thermometern angezeigte Temperatur und die Lage der Fransen zwei bis drei Stunden hindurch ganz constant geblieben waren (vorausgesetzt, daß das Barometer keine merkliche Veränderung gezeigt hatte).

Aus einigen vorläufigen Versuchen wußte man, wieviel Fransen für eine gegebene Anzahl von Graden vorüberginge (ungefähr $18^{\text{fr}},1$ für $63^{\circ},7$); die ganze Anzahl war demnach immer mit Sicherheit bekannt und die Bruchzahl wurde genau erhalten, indem man die Summe der größten und kleinsten Excursionen der Fransen in Bezug auf jeden der zehn Visirpunkte nahm, und aus den zehn also gefundenen Werthen das Mittel nahm.

Allein diese Anzahl verschobener Fransen erfordert eine Berichtigung, hervorgehend aus den Wirkungen der durch die Wärme ausgedehnten Luft und zuweilen aus dem Einfluß einer merklichen Aenderung des Barometerstandes, während der Zwischenzeit von einem Minimum zu einem Maximum der Temperatur (etwa 8 bis 10 Stunden). Diese Berichtigung wird in Fransen-Anzahl gegeben durch die Formel:

$$q = + \frac{2e}{\lambda} (m - m'),$$

wo e die Länge der Schrauben, m und m' die Brechungsindexe der trocknen Luft, hergeleitet aus dem Biot-Arago'schen Gesetz ¹⁾, für niedrigere und höhere Temperaturen

- 1) Das Biot-Arago'sche Gesetz über die Veränderungen des Brechungsindex der Gase mit der Temperatur und dem Druck ist folgendes:

$$\frac{m^2 - 1}{d} = \frac{m'^2 - 1}{d'}$$

d. h. wenn auch die Dichtigkeit sich durch Aenderungen der Tempe-

und für entsprechende Drucke. Nennt man f' die beobachtete Verschiebung, so hat man für die im Vacuo stattfindende Verschiebung

$$f = f' + \varphi$$

ratur und des Drucks verändert, bleibt doch die GröÙe $\frac{m^2 - 1}{d}$ oder das Brechungsvermögen constant. Dieß Gesetz ist besonders für Druckveränderungen festgestellt worden; für Temperaturveränderungen waren die Beobachtungen weniger zahlreich und weniger sicher; da nun überdieß, bei Anwendung auf die obigen Versuche, die mittelst dieses Gesetzes berechnete Correction φ ein beträchtlicher Bruch (zuweilen $\frac{1}{10}$) der beobachteten GröÙe f' ist, so war es wichtig die Richtigkeit des Gesetzes durch neue Beobachtungen zu controliren, wenn es auch niemals mangelhaft befunden zu seyn scheint. Dieß habe ich durch die folgenden Versuche zu thun gestrebt; der Erfolg derselben war freilich nicht vollständig, reicht aber doch hin zu der Berechtigung, dieses Gesetz bei den Rechnungen als hinreichend genauen Ausdruck der Phänomene anzuwenden.

Ich nahm einen kleinen Glascyylinder von 8^m,0 Höhe, verschlossen durch zwei dünne Glasplatten, die ringsum am Umfang hervorragten. In der Mitte des Cylinders war eine dünne Glasröhre angelöthet, die gestaute den Cylinder auszupumpen, auszutrocknen und durch Zuschmelzen ihrer Spitze zu verschließen. Nachdem dieser kleine luftleere Apparat auf den Teller des Dreifußes gestellt worden, konnte man gleichzeitig die Ringe beobachten, welche sich zwischen dem Teller und der Ebene des oberen Glases sowohl in dem inneren luftleeren Theil, als auch im äußeren Theil rings um den Cylinder und folglich in der Luft gebildet hatten; da der Effect der kleinen Glasplatten derselbe war auf diese beiden Theile von Ringen, so fand swischen besagten Theilen nur vermöge des Contrastes der Luft und des Vacuums eine Verschiedenheit statt. Nun war die Verschiebung der Fransen in der That verschieden in beiden Fällen, und zwar um eine GröÙe, welche der vom Calcül als Berichtigung unter denselben Umständen von Temperatur und Dicke angegebenen sehr nahe kam, obgleich nicht strenge gleich war. Der Sinn des Unterschiedes deutete darauf, daß entweder der Index der Luft etwas rascher abnahm als zufolge des Gesetzes, oder daß bei der Erhitzung eine merkliche Entwicklung von Wasserdampf in dem leeren Raum stattfand. Diese letztere Ursache schien am wahrscheinlichsten zu seyn und man versicherte sich, daß man wirklich, ungeachtet der Sorgfalt den Cylinder vor seinem Verschlusse zu trocknen, darin einige Tröpfchen Wasser verdichten konnte, als man ihn erst erhitzte und dann auf seine Oberfläche ein Stück Eis legte. Kurz dieser Versuch zeigte, daß die nach dem erwähnten Gesetz berechnete Correction bis auf 0,1 richtig

und daraus ergibt sich der Ausdehnungscoefficient α_z unmittelbar:

$$\alpha_z = \frac{f}{2e(t' - t)}.$$

$t' - t$ ist der Unterschied zwischen den extremen Temperaturen, und der Index ϑ entspricht $\frac{1}{2}(t' + t)$ d. h. dem mittleren Grad bei der Beobachtung. Die Erfahrung hat nämlich gezeigt, daß der Ausdehnungscoefficient, d. h. die Zunahme der Längen-Einheit für einen Grad im Allgemeinen nicht fest ist für verschiedene Punkte der Thermometerscale, sondern bei allen bekannten Substanzen merklich wächst mit steigender Temperatur; allein es ist nach den neuen Beobachtungen gleichfalls sicher, daß dieser Anwuchs des Ausdehnungscoefficienten beinahe proportional ist dem Temperatur-Ueberschuß, d. h. gleich für alle Grade in der ganzen Thermometerscale (von 10° bis 85°), so daß der Anwuchs von α für einen Grad oder $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta}$ eine constante GröÙe für jede Substanz ist. Die Ausdehnung eines Körpers erfordert also, um vollständig repräsentirt zu seyn, zwei Constanten

$$\alpha_z \text{ und } \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta}.$$

ist; es scheint mir sogar, daß die Genauigkeit noch größer ist, allein man hat darüber keine Sicherheit. Wenn indess spätere Versuche eine etwas raschere Verringerung des Indexes, als das Gesetz voraussieht, nachweisen sollten, so wäre es immer möglich, alle in dieser Arbeit angeführten Messungen mit Sicherheit zu corrigiren, mittelst der folgenden numerischen Elemente zweier über die Ausdehnung des Platins gemachter Beobachtungen, die unter denen ausgewählt wurden, bei denen die Barometerveränderungen zu vernachlässigen waren und die Dicke der Luftschicht $10^{\text{mm}},36$ betrug.

Erste Beobachtung.

$t = 13^\circ,965$; $t' = 31^\circ,60$; Verschobene Fransen: $4^{\text{fr}},86$

Berichtig. wegen der Luft nach dem Gesetz: $+ 0^{\text{fr}},561$

$$\alpha_z = 22^\circ 78 = 0,0000873.$$

Zweite Beobachtung.

$t = 30^\circ,425$; $t' = 75^\circ,906$; verschobene Fransen: $13^{\text{fr}},035$.

Berichtig. wegen der Luft nach d. Gesetz: $+ 1^{\text{fr}},218$

$$\alpha_z = 53^\circ 17 = 0,0000884.$$

Um diese beiden Constanten mit möglichster Genauigkeit für den platinernen Dreifuß zu bestimmen, machte ich drei Reihen von Messungen, bei welchen jeder die mittleren Grade etwas verschieden waren.

Die erste Reihe von 9 Beobachtungen gab als Mittel

$$\alpha = 0,00000872665 \quad \vartheta = 24^{\circ},9244$$

Die zweite von 8 Beobachtungen

$$\alpha = 0,0000088592 \quad \vartheta = 43^{\circ},4137$$

Die dritte Reihe von 4 Beobachtungen

$$\alpha = 0,0000089673 \quad \vartheta = 56^{\circ},6375$$

Aus diesen drei Reihen ergeben sich die folgenden definitiven Werthe für die beiden Constanten der linearen Ausdehnung des platinernen Dreifußes ¹⁾.

$$\alpha_{\vartheta=40} = 0,00000883847; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 0,7588,$$

Gebraucht man häufig diesen Coëfficienten für mittlere Grade ϑ , die bei jedem Versuche variiren, so ist es zur Erleichterung der Rechnungen zweckmäfsig im Voraus eine

- 1) Die Anwendung zweier Constanten ist in der Praxis sehr bequem zur Berechnung aller Ausdehnungsphänomene, wenn man die Veränderung des Coëfficienten für verschiedene Temperaturen in Rechnung zieht. Das Wesentlichste ist: dafs man den Werth des Coëfficienten nimmt, der dem mittleren Grad zwischen den betrachteten Temperatur-Extremen zukommt. Zu dem Ende mufs man dem Coëfficienten $\alpha_{\vartheta=40}$ so

oft den Werth $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta}$ hinzufügen oder von ihm abziehen, als es Grade giebt von dem betrachteten mittleren Grad bis zu 40° , sowohl darüber als darunter. Man hat alsdann den mittleren Coëfficienten, welchen man mittelst der Formel

$$l_t = l_t [1 + \alpha (t' - t)]$$

anwendet.

Um die der cubischen Ausdehnung entsprechenden Werthe zu erhalten, braucht man nur die beiden Constanten mit 3 zu multipliciren.

Ueberdiß kann man bemerken, dafs wenn man die Ausdehnung durch die zweigliedrige Formel $l_t = l_0 (1 + at + bt^2)$ ausdrücken will, man leicht die beiden Coëfficienten a und b mittelst der beiden vorhergehenden bekommt, denn man hat:

$$a = \alpha_{\vartheta=0} \text{ und } 2b = \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta}.$$

Tafel zu entwerfen, welche die Werthe von α von Grad zu Grad zwischen den Gränzen des Temperatur-Umfangs der Beobachtungen angiebt.

Um zu sehen, wie diese 21 partiellen Beobachtungen, die zur Berechnung der beiden Constanten des Platins dienten, übereinstimmen würden, construirte ich eine Curve mit den Werthen von ϑ als Abscissen und denen von α als Ordinaten. Diese Curve ergab sich nahezu als eine gerade Linie. Zog ich dann die gerade Linie, die aus der Gesamtheit der Beobachtungen für die beiden Constanten hervorging, so liefs sich erkennen, wie stark die partiellen Beobachtungen dies- und jenseits von der die Mittelwerthe repräsentirenden geraden Linie abwichen. Dieser Vergleich zeigte, dafs die Uebereinstimmung der Beobachtungen eine sehr genügende war; und überdies erlaubte er den Grad der Genauigkeit dieser Methode deutlich einzusehen und abzuschätzen. Die grössten Abweichungen entsprachen in gemessenen Längen nämlich: $\pm \frac{1}{40}$ von λ_D oder beinahe $\frac{1^{\text{mm}}}{65000}$, und die mittleren Abweichungen nur der Hälfte dieser Länge, d. h. ungefähr $\frac{1}{130000}$ Millimeter.

Nachdem die Ausdehnung des Platin-Dreifufses bestimmt worden, geschieht das Studium der Ausdehnung eines Krystalls oder sonstigen Körpers mit Leichtigkeit bei geringer Dicke von nur einigen Millimetern und mit Hülfe polirter Flächen von ebenfalls sehr geringer Gröfse, denn die Fransen oder Ringe, die man beobachtet, lassen sich durch Fernröhre mit passenden Ocularen vergrößern.

Ist der Krystall von der Art, dafs er sich nicht recht poliren läfst, so legt man auf seine Oberfläche, auf drei beliebig angebrachten Vorsprüngen ruhend, einen sehr kleinen Spiegel von demselben Platin, aus welchem der Dreifufs besteht, die polirte Fläche gegen die Glasplatte gewandt. Die Fransen bilden sich dann mit Leichtigkeit und die Ausdehnung des Körpers misst sich ebenso gut, wie wenn er allein ohne den Spiegel wäre. Es ist nämlich

klar, daß in diesem Fall die Ausdehnung des Spiegels genau compensirt wird durch die Ausdehnung der Schrauben, welchen man genöthigt ist eine Verlängerung zu geben genau gleich der Dicke des Spiegels.

Es ist noch hinzuzufügen, daß man, um dem Krystall eine vollkommene Unbeweglichkeit zu geben, veranlaßt wurde, ihn auf den Teller des Dreifußes mittelst dreier kleiner stumpfer Spitzen ruhen zu lassen.

Der kleine Raum endlich, worin sich die Ringe bilden und welcher bei den Rechnungen zu einer leichten Correction Anlaß giebt, wird insgemein von derselben Dicke $\varepsilon = 0^{\text{mm}},02$ genommen, gemessen mittelst der Theilung auf den Köpfen der Schrauben des Dreifußes.

Die Dicke e der Substanz muß in allen Fällen zuvörderst mit einem sicheren Sphärometer gemessen worden seyn.

Für jede Substanz machte ich wenigstens drei vollständige Beobachtungen, d. h. jede 10 Bestimmungen der Lage der Fransen enthaltend, immer bei vollkommen stationären Temperaturen. Es schien zweckmäßiger zu seyn mit der höchsten Temperatur, etwa 70° , anzufangen, dann zu einer weniger hohen, etwa 45° , überzugehen, und endlich auf die gewöhnliche Temperatur zwischen 10° und 20° herabzusteigen.

Der Ausdehnungscoefficient α_{p} der Substanz entsprechend einem mittleren Grad ϑ , berechnet sich mittelst der folgenden Formel:

$$\alpha_{\text{p}} = \frac{\frac{1}{2}f\lambda + \alpha'_{\text{p}}[(e + \varepsilon)(t' + t)]}{e(t' - t)}$$

worin:

- λ Wellenlänge des gelben Strahls $= 0^{\text{mm}},0005888$;
- t' und t höchste und niedrigste Temperatur;
- e Dicke der Substanz in Millimetern;
- ε Dicke der Luftschicht, in der sich die Fransen bilden;
- α'_{p} Ausdehnungscoefficient des Platins für den mittleren Grad $\frac{1}{2}(t' + t)$;

f Anzahl der verschobenen Fransen während die Temperatur von t auf t' steigt.

Es ist wichtig zu bemerken, daß diese letztere GröÙe f das Zeichen $+$ oder $-$ bekommen muß, je nachdem die Substanz eine gröÙere oder geringere Ausdehnung als die des Platins besitzt; dieß erkennt man sogleich an dem Sinn der Fransenbewegung, die im ersten Fall vom Mittelpunkt der Ringe zu deren Umfang geht und im letztern Fall umgekehrt (die polirten Flächen immer schwach convex vorausgesetzt) ¹⁾.

Die drei Beobachtungen liefern somit zwei Werthe von α entsprechend zweien Werthen von ϑ , die um 20 bis 30 Grad von einander stehen. Man berechnet alsdann die Constante $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = \frac{\alpha - \alpha'}{\vartheta - \vartheta'}$ und mittelst dieser leitet man aus einem der Werthe von α die zweite Constante $\alpha_{\vartheta=40}$ ab, d. h. den Werth des gesuchten Coëfficienten für einen Grad, der auf dem Punkt 40° der Thermometerscale liegt.

Ich will nun die Resultate der Versuche mittheilen, die an einer gewissen Anzahl von Körpern, meistens isolirt und wohl bestimmten Krystallen, besonders zur Gruppe der Metalloxyde gehörig, angestellt wurden.

Ein kundiger Mineraloge, Hr. Des Cloizeaux, hat die Güte gehabt, mich bei der Auswahl und der Bestimmung der Krystalle zu unterstützen, was sehr viel zum Erfolg dieser Untersuchungen beigetragen hat. Ueberdies verdanke ich mehrere kostbare Mineralproben der Gefälligkeit des Hrn. Damour. Aber besonders zum Dank verpflichtet fühle ich mich allen denen unserer gelehrten Collegen, die

1) Polirte Flächen von kleinen Dimensionen sind in der Regel etwas convex, wenn sie auf gewöhnliche Weise geschliffen werden. Um einen Irrthum hinsichtlich des Zeichens der GröÙe f zu vermeiden, ist es indess sicherer, diese Convexität durch eine sehr einfache Probe zu ermitteln. Dazu genügt es, bevor man den Dreifuß mit dem darauf liegenden Krystall in den Apparat stellt, die Ringe mit bloßem Auge unter rasch vergrößerten Schiefen zu betrachten. Sind es die Ringe convexer Flächen, so fliehen sie vom Centrum, während sie sich demselben nähern, wenn die Flächen concav sind.

mich sowohl oft durch ihren Rath unterstützten als mir auch freien Zugang zu unseren großen öffentlichen Sammlungen in der *École des Mines*, im Museum und im *Collège de France* verstatteten.

Spiegelglas von Saint-Gobain. — Aus einem sehr reinen Stück wurde ein rechteckiges Parallelepipedon von 10^{mm},057 Dicke geschnitten; es hatte eine Dichte = 2,514 und für gelbes Licht einen Brechungsindex = 1,528.

Die cubische Ausdehnung, aus der linearen durch Multiplication mit 3 hergeleitet, fand sich für $\vartheta = 40^\circ$

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00002331; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 4,74.$$

Diamant (dem regulären oder cubischen System angehörig). — Ein sehr klares gelbes, als Brillant geschliffenes Exemplar von 1^{gr},94 Gewicht, dem Museum gehörig.

In einer früheren Mittheilung ¹⁾ gab ich den sehr schwachen Werth der Ausdehnung des Diamanten und dessen rasche Abnahme mit der Temperatur, wonach sich für diese Substanz das Daseyn eines Dichtigkeitsmaximums gegen -40° C. als sehr wahrscheinlich ergab. Die Administration des Museums war so gut, mir den Stein, an welchem diese Bestimmungen gemacht waren, nochmals anzuvertrauen. Ich konnte ihn nun mit viel größerer Genauigkeit untersuchen und erhielt Resultate, welche, was die sehr schwache Ausdehnung der Substanz betrifft, zwar wenig von den früheren abwichen, aber sicherer als jene sind. Die Dicke des Krystalls betrug 9^{mm},625.

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00000354; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 4,32.$$

Der Punkt der nullgleichen Ausdehnung, d. h. das Maximum der Dichte läge bei $-42^\circ,3 \text{ C.}$

Kupferoxydul (dem regulären System angehörig). — Bei den früheren Versuchen beobachtete ich an sehr reinen Krystallen von Chessy eine noch schwächere und noch rascher abnehmende Ausdehnung als beim Diamant, so daß das Daseyn eines Dichtigkeitsmaximums bei dem Kupfer-

1) *Compt. rend. T. LX, p. 1161*, (Diese Ann. Bd. CXXVI, S. 611).

oxydul noch wahrscheinlicher war, und dasselbe in der Nähe von 0° liegen mußte d. h. wenig entfernt von der Temperatur, auf welche es die Beobachtungen versetzt hatten. Das große Interesse, welches diese Substanz darbietet, veranlaßte mich, ihre Ausdehnung abermals zu bestimmen, um den Werth der Constanten noch genauer festzusetzen. Sechszehn neue Bestimmungen an verschiedenen und sehr reinen Exemplaren, bestehend aus isolirten und aus verworren verwachsenen Krystallen, führten zu folgenden definitiven Werthen:

Die Dicken der Krystalle waren 9^{mm},836; 12^{mm},999 und 10^{mm},644.

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00000279; \frac{\Delta \alpha}{\Delta \vartheta} = 6,30.$$

Die Temperatur, bei welcher dieser Körper ein Maximum der Dichte zu besitzen scheint, läge gegen — 4°,3 C.

Smaragd (Beryll von Sibirien; Doppelsilicat von Thonerde und Beryllerde; dem hexagonalen System angehörig). — Die Versuche wurden an mehreren verschiedenen Krystallen gemacht, die meisten Messungen aber an einem sehr reinen Aquamarin von der *École des Mines*, den ich Hrn. Daubrée verdanke.

Da diese Substanz zu einem um eine Axe symmetrischen Systeme gehört, so hat man zwei Ausdehnungen zu bestimmen, eine nach der Krystallaxe, die mit der optischen Axe und einer der Elasticitätsaxen zusammenfällt, und die andere nach irgend einer auf dieser Axe winkelrechten Richtung.

1. *Nach der Axe*, Dicke des Krystalls: 10^{mm},748 und 14^{mm},564. — In dieser Richtung beobachtet man eine negative Ausdehnung, d. h. eine recht deutliche Zusammenziehung, deren Coëfficient im absoluten Werth abnimmt mit der Temperatur, nach demselben regelmässigen Gesetz wie die positiven Coëfficienten. Die beiden Constanten sind alsdann:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = -0,00000106; \frac{\Delta \alpha}{\Delta \vartheta} = 1,14.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke des Krystalls: 9^{mm},595 und 5^{mm},907. — In dieser Richtung ist die Ausdehnung positiv, aber sehr schwach

$$\alpha'_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = +0,00000137; \frac{\Delta \alpha'}{\Delta \vartheta} = 1,33.$$

Um die cubische Ausdehnung zu erhalten, muß man die Summe nehmen

$$2\alpha' + \alpha = \alpha^{\text{cub.}}; 2\Delta \alpha' + \Delta \alpha = \Delta \alpha^{\text{cub.}}$$

Somit hat man für die Constanten der cubischen Ausdehnung des Smaragds (Berylls) folgende Werthe:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = +0,00000168; \frac{\Delta \alpha}{\Delta \vartheta} = 3,80.$$

Der, gegen die früheren noch schwächere Werth dieser Ausdehnung und seine noch raschere Abnahme bieten eine sehr hervorstechende Analogie mit den entsprechenden Phänomenen beim Diamant und besonders beim Kupferoxydul dar. Denn diese führen für eine wenig unter Null liegende Temperatur zu einem Ausdehnungscoefficienten $= 0$, so daß der Smaragd (Beryll) wirklich ein Maximum der Dichte bei etwa $-4^{\circ},2$ zu haben scheint.

Mehre grüne Smaragde von Columbien und andere von verschiedenen Farben gaben ähnliche Resultate mit kleinen numerischen Abweichungen, die entweder Unreinigkeiten in den Krystallen oder Sprüngen, deren sie oft sehr viele darbieten, zugeschrieben werden können.

Um diese sonderbare Eigenschaft des Berylls wo möglich direct zu erweisen, liefs ich aus einem grofsen sibirischen Krystall eine lange Nadel schneiden, solchergestalt, daß sie gegen die Axe des Krystalls einen Winkel von $54^{\circ} 44'$ machte. Nach dem, was im ersten Theil dieser Abhandlung gesagt worden, ist die Ausdehnung in dieser Richtung die mittlere und zwar rings um die Axe in den Krystallen dieses Systems; denn da zwei der Elasticitätsaxen einander gleich sind, so bleibt ihre Lage rings um die dritte unbestimmt, und das Octaëder der mittleren Ausdehnung kann nach allen möglichen Richtungen rings um die Hauptaxe des Krystalls gelagert werden. Es steht zu erwarten,

dafs, wenn man diese Nadel in flüssigem Stickstoffoxydul erkaltete, d. h. bis etwa -78°C. , und sie dann unter einen sehr empfindlichen Fühlhebel (*sphéromètre à levier*) auf die gewöhnliche Temperatur zurückkommen liesse, es möglich seyn würde, sich direct zu versichern, ob die Substanz bei der Erwärmung von diesen niederen Temperaturen aus sich wirklich zusammenziehe, wie es die neueren Beobachtungen anzunehmen nöthigen.

Quarz (Bergkrystall zum rhomboëdrischen System gehörend). — Die früheren Bestimmungen über den Quarz¹⁾ wurden wiederholt, um genauere numerische Werthe zu erhalten

1. *Nach der Axe*, Dicke = $15^{\text{mm}},054$:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000781; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1,77.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = $15^{\text{mm}},057$:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00001419; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2,38.$$

Cubische Ausdehnung des Quarzes:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00003619; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 6,53.$$

Rutil (Titansäure, System des geraden quadratischen Prismas). — Die Versuche wurden mit einem schönen Krystall von Limoges aus der Sammlung des Hrn. Des Cloizeaux gemacht. Ausdehnung sehr stark.

1. *Nach der Axe*, Dicke = $12^{\text{mm}},863$:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000919; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2,25.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = $7^{\text{mm}},071$:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000714; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1,10.$$

Cubische Ausdehnung des Rutil:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00002374; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 4,45.$$

Cassiterit (Zinnoxyd, System des geraden quadratischen

1) *Compt. rend.* 1864, T. LVIII, p. 923, (Ann. Bd. CXXIII, S. 515).

Prismas). — Krystall aus Sachsen, anscheinend ohne Zwillings, von schwarzer Farbe. Die beiden Ausdehnungen sehr schwach.

1. *Nach der Axe*, Dicke = 10^{mm},399:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000392; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1,19.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 11^{mm},302:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000321; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 0,76.$$

Cubische Ausdehnung des Zinnoxyds:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00001034; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2,71.$$

Periclas (Magnesia, zum regulären System gehörig). — Die Versuche wurden mit künstlichen, von Hrn. Henri Sainte-Claire-Deville erhaltenen, verwachsenen Krystallen (Octaëdern) angestellt. Ausdehnung ziemlich stark.

Cubische Ausdehnung der reinen Magnesia:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00003129; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 8,01.$$

Spartalit (Zinkoxyd, hexagonales System). — Natürliche Krystalle aus den Vereinigten Staaten, von rother Farbe, aus der Sammlung des Hrn. Des Cloizeaux. Ausdehnung schwach.

1. *Nach der Axe*, Dicke = 7^{mm},555:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000316; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1,86.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 9^{mm},118:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000539; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1,23.$$

Cubische Ausdehnung des Zinkoxyds:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00001394; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 4,32.$$

Korund (Reine Thonerde, rhomboëdrisches System). — Ein schönes Exemplar, aus der *École des Mines*, welches ich Hrn. Daubrée verdanke, wurde nach den beiden, für diese Versuche nöthigen Richtungen geschnitten. Es war

ein bläulicher, etwas milchiger Korund aus Indien. Ausdehnung schwach.

1. *Nach der Axe*, Dicke = 10^{mm},027:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000619; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2,05.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 7^{mm},265:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000533; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2,25.$$

Cubische Ausdehnung des Korunds:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00001705; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 6,55.$$

Eisenglanz (Eisenoxyd, rhomboëdrisches System). — Krystall von Elba, äußerlich sehr nett, in welchem aber der Schnitt einige Unvollkommenheiten aufdeckte. Die Messungen müssen daher an einem anderen Krystall wiederholt werden. Die beiden Ausdehnungen sehr wenig verschieden und von mittlerer Größe.

1. *Nach der Axe*, Dicke = 9^{mm},581:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000829; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1,19.$$

2. *Winkelrecht zur Axe*, Dicke = 9^{mm},146:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{lin.}} = 0,00000836; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 2,62.$$

Cubische Ausdehnung des Eisenglanzes:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00002501; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 6,43.$$

Senarmontit (Antimonige Säure, regelmässiges System). — Sehr nettes Octaëder von Constantine, etwas milchig, aus der *École des Mines*. Ausdehnung sehr beträchtlich.

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00005889; \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 1,71.$$

Arsenige Säure (Octaëdrische Krystalle des regulären Systems). — Sehr schöne künstliche Krystalle aus dem Laboratorium der *École normale* von Hrn. H. St.-Claire Deville erhalten. Ausdehnung ungewöhnlich, stärker als alle vorhergehenden.

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00012378; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 20,37.$$

Spinelle (Octaëdrische Krystalle des regulären Systems).

— Schliesslich gebe ich noch die Ausdehnung von vier Spinell-Arten (Thonerde und Magnesia oder Zinkoxyd und deren Isomorphe), deren Werthe einander merkwürdig nahe kommen

1. *Rubin*, von Ceylon, aus dem Museum:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00001787; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 7,29.$$

2. *Pleonast*, Eisenoxyd von Warwick:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00001805; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 5,34.$$

3. *Gahnit*, Zinkoxyd von Fahlun:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00001766; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 5,19.$$

4. *Kreitonit*, von Silberberg:

$$\alpha_{\vartheta=40}^{\text{cub.}} = 0,00001750; \quad \frac{\Delta\alpha}{\Delta\vartheta} = 5,31.$$

Die Fortsetzung dieser Untersuchungen wird Gegenstand einer zweiten Abhandlung seyn, in welcher alle numerischen Resultate miteinander verglichen und in ihrer Gesamtheit discutirt werden sollen.

V. Ueber den Lullin'schen Versuch und die Lichtenberg'schen Figuren; von Dr. A. von Waltenhofen.

Die elektrischen Erscheinungen, welche zuerst im Jahre 1840 zu Seghill an einem Dampfkessel beobachtet und bald darauf von Armstrong und Pattinson und vornehmlich von Faraday gründlich erforscht worden sind, haben zu höchst wichtigen Fortschritten im Gebiete der