SULLA RESISTENZA OFFERTA ALLO SPOSTAMENTO NEI TUBI CAPILLARI DAGLI INDICI DI MERCURIO; PROF. C. TOSCANI.

In una nota, inserita nel Tomo XVI del *Nuovo Cimento*, dimostrai come la resistenza, talvolta considerevole, offerta nei tubi capillari delle colonne discontinue, o coroncine, formate di certi indici di un liquido a menisco concavo e di bolle d'aria, non era da attribuirsi, come pensava J. Jamin, ad una deformazione dissimmetrica prodotta in quei menischi dalla forza impiegata per spostarli, ma sibbene al difetto di uniforme nettezza nelle pareti interne del tubo. Dimostrai cioè, che quando le dette pareti fossero state suscettibili di bagnarsi uniformemente, la somma degli indici, nelle colonne discontinue in equilibrio, sarebbe risultata eguale all'altezza che una colonna continua assume per la capillarità. In quella nota avvertii che dei liquidi i quali formano menisco convesso, intendeva farne una quistione separata, non solo perchè non interessavano il fenomeno fisiologico, ch'io prendevo allora a discutere, ma anche perchè l'origine della resistenza la giudicavo in quel caso assai diversa, e mentre mi proponevo istituire qualche esperienza a fine di chiarire meglio il concetto ch'io me ne era formato, dissi (pag. 331) « Credo che tra il

- mercurio e il vetro la cosa proceda alquanto diversamente,
- penso cioè che in tal caso una parte, almeno, della resistenza si abbia là dove appoggiano gl'indici e sia l'effetto di
- una pressione derivante dalla forza figuratrice coadiuvata
- dalla capillarità ». Mi propongo dimostrare oggi come le

esperienze abbiano luminosamente risposto che nella resistenza di cui è questione effettivamente non entra che la capillarità colle note sue leggi. La discussione di quelle leggi e dei principj teorici, da cui dipendono, mi conduceva ai seguenti corollarj:

1.^o La lunghezza a a cui può giungere un solo indice in un tubo capillare, situato verticalmente, prima di cadere per la pressione esercitata dalla di lui massa, esser deve il doppio della depressione d che corrisponderebbe a quel tubo.

2.^o La pressione necessaria a produrre lo spostamento di un indice, la cui lunghezza b sia minore della lunghezza limite a , aver deve un valore maggiore di $p = a - b$. Cioè la resistenza di un indice, qualunque sia la sua lunghezza, deve essere espressa dalla quantità a , costante per un tubo determinato.

3.^o La resistenza di un numero qualunque n di indici, tutti di una lunghezza minore di a deve avere per valore $R. = n. a$. La pressione perciò da aggiungersi alla somma degl'indici onde porre l'intera colonna nelle condizioni dello stato prossimo al moto, esser deve:

$$P = n a - S.$$

in cui S . rappresenta la somma della lunghezza degl'indici espressa in millimetri.

Nella verifica sperimentale dei tre corollari procedei coll'ordine stesso di filiazione che è qui tracciato.

Prima serie di Esperienze. Presi 6 tubi di vario calibro e sottoposti al trattamento dell'acido nitrico, della potassa caustica, dell'acqua distillata e dell'alcool, e resi bene asciutti mediante un aspiratore, ne determinai prima i raggi interni valendomi di un indice di mercurio purissimo di peso conosciuto, e li trovai rappresentati, in parti di millimetro, come appresso:

$$\begin{array}{lll} r = 0^{\text{mm}},174 & r = 0,207 & r_1 = 0,347 \\ r_2 = 0,762 & r_3 = 0,844 & r_4 = 1,250 . \end{array}$$

Quindi per ciascuno determinai la lunghezza di quell'indice, che, a tubo verticale, appena manifestava la tendenza a discendere senza altra pressione che quella derivante dal proprio peso, ed ottenni come medie di varie esperienze, le seguenti cifre:

$$\begin{array}{lll} a = 26^{\text{mm}},00 & a_1 = 22,50 & a_2 = 13,20 \\ a_3 = 5,60 & a_4 = 5,10 & a_5 = 3,30. \end{array}$$

Questi valori di a e i corrispondenti di r soddisfano perfettamente alle note formule

$$d = \frac{6,528}{2 \cdot r} \cos 45^\circ.30 \quad (d + \frac{1}{3} r) r = e$$

quando si faccia $d = \frac{1}{3} a$.

È dunque sperimentalmente confermato che quella resistenza, la quale faceva equilibrio alla pressione di quegli indici, non era che un attrito generato dalla spinta dei menischi.

Seconda serie. Per la determinazione sperimentale della resistenza che in ciascun tubo presenterebbero indici di lunghezza varia, e sempre inferiore a quella che corrisponde allo stato prossimo al moto, e che chiamai lunghezza limite, ebbi ricorso ad una pompa premente il cui corpo di tromba portava inferiormente due tabulature, una delle quali si recava ad un manometro, mentre all'altra, che all'estremità volgeva in basso, potevansi adattare i tubi capillari da sottoporsi alla prova; così la pressione si esercitava in testa all'indice, il quale aveva corsa libera perchè l'estremità inferiore del tubo era aperta. Nelle seguenti tavole trova il lettore registrati i risultati di esperienze eseguite con tre tubi di calibro molto diverso.

1.^o ESPERIMENTO

Raggio del tubo 0,211. Lunghezza limite dell'indice 21,0.

Lunghezza dell' indice l	Pressione aggiunta p	Pressione o resistenza totale $p + l$
21,0	0,0	21,0
12,0	8,9	20,9
7,1	14,0	21,1
5,6	15,7	21,3
3,1	18,1	21,2
1,3	19,0	20,3
0,6	20,0	20,6

2.^o ESPERIMENTO

$$r = 0,420 \quad a = 10,00.$$

Lunghezza dell' indice l	Pressione aggiunta p	Pressione o resistenza totale $p + l$
10,0	0,0	10,0
6,0	3,7	9,7
2,1	8,2	10,3
1,0	9,0	10,0

3.^o ESPERIMENTO

$$r = 0,148 \quad a = 30,00.$$

Lunghezza dell' indice l	Pressione aggiunta p	Pressione o resistenza totale $p + l$
30,0	0,0	30,0
8,0	21,9	29,9

Da questa serie d' esperienze risulta che qualunque sia la lunghezza dell' indice, la resistenza per un determinato tubo capillare è costante, ed è misurata dalla pressione di una colonna di mercurio, che abbia per lunghezza la lunghezza limite $a = 2d$; dovendosi attribuire le piccole differenze, ora in più, ora in meno, che si riscontrano nelle resistenze singole, agli errori che indispensabilmente si commettevano nel valutare, coi limitati mezzi di cui potevo disporre, le pressioni indicate dal manometro.

Terza serie. Conosciuto il rapporto che passa tra il raggio del tubo capillare e la lunghezza di quell' indice di mercurio la cui pressione verticale eguaglia la resistenza prodotta dalla spinta orizzontale che esso esercita contro la parete del detto tubo. Veduta la legge che governa la resistenza di indici di lunghezza varia e inferiore a $2d$; rimaneva a determinarsi sperimentalmente la resistenza di una colonna discontinua. Numerose esperienze furono a questo scopo eseguite, e tutte comprovarono quello che già traspariva dalle leggi precedentemente dimostrate, comprovarono cioè: *Che la resistenza di una colonna discontinua costituita d'indici di eguale o di diversa lunghezza, purchè questa, per ciascuno, non ecceda quella che chiamai lunghezza limite, e che è rappresentata da $a = 2d$*

è sempre equivalente alla somma delle resistenze singole, e data cioè dalla formula:

$$R = na = 2nd.$$

Non è pertanto a maravigliare se quella resistenza diventa considerevole quando il diametro del tubo è molto piccolo e quando è grande il numero degli indici. In un tubo che abbia, a modo d'esempio, 0^{mm},2 di raggio, con 17 millimetri di mercurio distribuiti in trentaquattro indici si ha una resistenza maggiore di un'atmosfera. I risultati non potevano sperarsi nè più netti, nè più eloquenti. Le forze che occasionano i fenomeni di capillarità sono le sole che nel caso di indici a menisco convesso provocano quell'attrito, che resiste alle forze impiegate per il loro spostamento. La ricerca poi della resistenza di una colonna discontinua è il quesito il più generale a risolvere nei fenomeni di capillarità. Infatti, la formula che serve a calcolare quella resistenza nel caso di tubi cilindrici di mercurio e che è:

$$R = 6,528. \frac{n \cos \phi}{r} \quad (1)$$

nella quale n rappresenta il numero degli indici, r il raggio del tubo e ϕ l'angolo di raccordamento; serve altresì (quando si faccia $n = 1$) alla determinazione della lunghezza di quell'indice che troverebbesi nello stato prossimo al moto; e dà come valore di R , il valore della depressione semplice, quando facciasi $n = 1$, in quanto abbiamo veduto, teoricamente e sperimentalmente, che la lunghezza α dell'indice, la cui resistenza allo spostamento eguaglia la pressione verticale esercitata dal mercurio che esso indice contiene, e che chiamai lunghezza limite, è doppia della depressione. Dissi pressione verticale esercitata dal mercurio che l'indice contiene anzichè peso dell'indice perchè effettivamente non è il peso di tutto l'indice

(1) Una formula più generale sarebbe quella che esprime la resistenza variabile che incontra un indice nel muoversi in un tubo conico.

quello che fa equilibrio al suo attrito, o lo vince; ma è la pressione esercitata sul centro del menisco inferiore, in quanto lo stato di contrattilità del velo liquido terminale conferisce all'indice i caratteri di un recipiente, le cui parti hanno un punto di minima resistenza, che è il centro del menisco. Talchè il movimento all'indice non può venire impresso che dal filetto liquido che occupa il suo asse verticale. Tanto è vero, che mentre la superficie di sfregamento degli indici nello stato prossimo al moto in tubi di diverso calibro ha un valore costante dato dalla formula:

$$S = 2 \pi r a .$$

Il peso però del mercurio contenuto in quegli indici e che ha per espressione (considerata la sola parte cilindrica)

$$P = d . \pi r a r ,$$

cresce col raggio, cresce cioè col diminuire di a , col diminuire della resistenza; fatto che non potrebbe intendersi senza ammettere che ciò che fa equilibrio all'attrito, o vincendolo determina il movimento dell'indice, non è l'intero peso di lui, ma la sola pressione che esso esercita nel centro del menisco, e che è perciò unicamente proporzionale all'altezza a .

Ripeto ch'io sin qui non feci se non confermare sperimentalmente e sviscerare discutendo corollarj di principj notissimi, tuttavia l'utilità di questa discussione e di quelli esperimenti appare non solo dal fatto che essi han servito a chiarir meglio l'origine della resistenza, talvolta sorprendente, offerta dalle così dette coroncine costituite d'aria e mercurio, resistenza da J. Jamin a torto attribuita a deformazione dissimmetrica dei menischi; ma altresì dal fatto che esse suggeriscono un modo di rendere ostensibili i fenomeni della capillarità, che offre non pochi vantaggi. Così ricorrendo a indici che in tubi di calibro diverso si trovano in quello stato, che abbiamo chiamato stato prossimo al moto, dimostrasi, meglio che con ogni altro mezzo, non solo il rapporto fra la lunghezza dell'indice limite e il raggio del tubo, ma il rapporto pure fra la depres-

sione semplice e quel raggio; si dimostra l'esistenza di un attrito contro le pareti derivante dalla pressione prodotta dalla forma e contrattilità del menisco e se ne determina il valore; si rende finalmente ostensibile lo stato di maggiore attrazione nelle molecole che costituiscono la superficie libera dei liquidi facendo notare che su quegli indici cresce la massa del mercurio mentre scema la forza che lo sostiene e tuttavia l'equilibrio sussiste perchè l'aumento di volume, e perciò di massa, è accompagnato da una diminuzione nel valore di a .

Prima di lasciare quest'argomento dirò degl'inconvenienti che per le leggi sopra discusse presentar debbono quegli apparecchi nei quali si valutano le forze dallo spostamento maggiore o minore di un indice di mercurio mobile in tubo di vetro. — Mi è occorso di vedere in alcune macchine di compressione il manometro costituito da un tubo di diametro assai piccolo, nel quale un indice di mercurio separa l'aria del manometro da quella del recipiente in cui deve effettuarsi la compressione. Una disposizione analoga si ha nel piezometro di OErsted, nel termoscopio di Rumford ec. Potremo, dopo le cose dimostrate, lusingarci di ottenere, senza la necessaria apprezzazione della resistenza dell'indice, indicazioni soddisfacenti e misure precise da quella foggia di apparecchi? Non solo non avremo, rispondo io, indicazioni precise, ma neppure approssimative, perchè l'indice di mercurio, in quella disposizione, non tanto resiste con una forza rappresentata dalla lunghezza limite a , qualunque sia la sua lunghezza b ; quanto, se ben si rifletta, quella resistenza deve crescere colla pressione. Infatti, l'indice si trova tra due pressioni opposte, tra la pressione, cioè, diretta e quella riflessa o di reazione: sotto queste due forze aumentar deve la spinta dei menischi contro le pareti e deve perciò l'attrito o resistenza crescere proporzionalmente alla pressione. Anco di questa deduzione razionalissima volli la conferma sperimentale. Le esperienze furono intraprese come le precedenti, colla differenza che i tubi i quali portavano l'indice venivano chiusi alla lanipada alla loro estremità libera, cosicchè non rimaneva che a fare il confronto delle indicazioni di due manometri sottoposti alla medesima pressione, uno a acqua, e l'altro a indice di mercurio.

Nelle cifre ottenute coi primi saggi vidi l'aumento progressivo della differenza tra le indicazioni di quei manometri, ma quell'aumento non presentava un procedimento regolare. Dubitai che quella irregolarità derivasse dagli urti, che per le pressioni un poco più elevate riceveva l'indice, specialmente al termine della corsa dello stantuffo, urti che dovevano farlo avanzare più del dovere. Pensai allora (in difetto di mezzi migliori) dare tal lunghezza al tubo di guttaperca, destinato a mettere in rapporto la tubulatura metallica col tubicino di vetro, che esso dilatandosi sotto l'azione della pompa formasse un serbatoio d'aria tale da potersi abbracciare e premere colle mani, così le pressioni venivano a ridursi regolarissime. Questo modo di sperimentare rese tosto manifesta la legge, e risultò, come può vedersi dalle cifre qui sotto riportate, che la resistenza dell'indice cresceva proporzionalmente alla pressione.

1.^o ESPERIMENTO

Tubo di diametro 0^{mm},716

PRESSIONE indicata dal Manometro a acqua P	PRESSIONE indicata dal Monometro a indice di mercurio P _i	Differenza $R = P - P_i$
63 ^{mm} ,9	58 ^{mm} ,0	5 ^{mm} ,9
338 ,6	307 ,9	30 ,7
396 ,7	361 ,2	35 ,5
578 ,7	527 ,7	51 ,0

2.° ESPERIMENTO

Tubo di diametro 0^{mm},250.

P	P _i	R = P - P _i
317 ^{mm} ,8	287 ^{mm} ,9	29 ^{mm} ,9
355 ,2	321 ,3	33 ,9
349 ,3	495 ,7	54 ,4
993 ,9	895 ,4	98 ,5

L' aumento che prende il valore di R all' aumentare di P è dunque così notevole da rendere riprovevolissimo l' uso dell' indice di mercurio in apparecchi del genere di quelli sopra descritti; quando non si possa o non si voglia correggere convenientemente le loro indicazioni, correzione resa facile, se si vuole, dalla legge di proporzionalità sopra dimostrata, legge che certo meriterebbe essere verificata, da chi può disporre dei mezzi migliori, per più alte pressioni.

A vero dire tra le ragioni che indussero Colladon, Sturm, Regnault e Grassi a valersi nelle loro ricerche di piezometri foggianti diversamente da quello di OErsted vi fu ancor quella di evitare l' uso dell' indice di mercurio, del quale si era avvertito l' attrito contro le pareti, dal vedere che detto indice, cessata la compressione, non tornava esattamente alla posizione primitiva, e dal vedere che, specialmente sotto le forti pressioni, il suo movimento non si effettuava in un modo continuo, sìvvero per salti; ma nessuno, ch' io sappia, aveva fin qui riflettuto alla ragione vera di quell' attrito; nessuno aveva veduta la legge colla quale quella resistenza aumenta all' aumentar della pressione; nessuno, finalmente, ha detto che poteva esser buono il piezometro d' OErsted, quando le indicazioni di quello fossero state convenientemente corrette, utilizzando quel rapporto tra la pressione e la resistenza che è co-

stante per una temperatura determinata. Dissi per una temperatura determinata, perchè come la temperatura influisce sulla capillarità, o per dir meglio, sulle forze molecolari dalle quali i fenomeni di capillarità dipendono, così deve portare modificazione nella resistenza in questione, la quale non è, come vedemmo, che una derivazione immediata della capillarità. Avrei volentieri tentata una determinazione sperimentale della legge che governa i cambiamenti di valore di quella resistenza dipendentemente dal maggiore o minore riscaldamento; determinazione, che avrebbe potuto effettuarsi sottoponendo alla pressione il medesimo indice a temperature diverse, e che avrebbe concorso alla redazione di una formula, la quale comprenderebbe tutte le leggi della capillarità del mercurio in tubi di vetro cilindrici; ma trovandomi in difetto di mezzi atti a dar misure piuttosto esatte dello spostamento dell'indice nel su descritto manometro a mercurio, dovetti contentarmi del semplice saggio che qui riproduco.

Temperatura T	Pressione P	Resistenza dell'indice R
4° 0	485 ^{mm}	92 ^m
8 .5	488	70
14 .0	488	58
34 .5	488	45

Mentre non possiamo ritenere i valori di R, sopra registrati, come esatti, perchè un piccolo errore commesso nella valutazione dello spostamento dell'indice, a cagione dei calcoli necessarj a dedurne quella resistenza, può portare una differenza sensibile nel suo valore dato in millimetri, tuttavia apparisce manifestissima la diminuzione di R coll'aumentare di T, e sembrerebbe altresì che quella diminuzione, rapida in

principio, divenisse mano a mano più piccola al crescere della temperatura. Concludiamo :

Quella resistenza che offrono gl'indici di mercurio nei tubi capillari cresce se sui menischi si esercitano delle pressioni; quest'aumento di resistenza è poi governato dalle seguenti leggi:

1.^o È proporzionale alla pressione;

2.^o È indipendente dal diametro del tubo;

3.^o Il rapporto tra la pressione esercitata sull'indice e la resistenza che esso offre allo spostamento è una quantità costante per una temperatura determinata, e cresce coll'aumentare di quella.