**8. Zur Theorie
der anomalen elektrischen Dispersion;
von H. Merczyng.¹⁾**

§ 1. Der erste und, soviel bekannt, bis jetzt einzige Versuch, die Vorgänge im elektrischen Spektrum und deren charakteristisches Merkmal, das Wachsen des Brechungs-exponenten mit wachsender Wellenlänge, theoretisch zu erklären, wurde von Drude²⁾ vorgenommen. Drudes Gedankengang ist im wesentlichen folgender.

Wenn:

$$(1) \quad n^2(1 - i\kappa)^2 = \epsilon_0 + \sum_h \frac{\epsilon_h}{1 + i \frac{a_h}{T} - \frac{b_h}{T}}$$

die bekannte komplexe Gleichung ist, die den Brechungs-exponenten n mit dem Extinktionsindex κ verbindet, dann sind, wenn T die Periode der einfallenden Strahlung bezeichnet ($\lambda = vT$), a_h und b_h Konstanten jeder der h Gattungen von Molekülen (oder Elektronen), die im dispergierenden Medium Eigenschwingungen aufweisen, wobei a_h die Dämpfung charakterisiert und b_h bei fehlender Dämpfung gleich dem Quadrat der Periode der Eigenschwingung der betreffenden Molekül-gattung ist. Die Konstanten ϵ_0 und ϵ_h können in (1) leicht bestimmt werden.

Schon zu Drudes Zeit war die Tatsache bekannt, daß für mehrere Substanzen im elektrischen Dispersionsgebiet anomale Dispersion vorliegt; deshalb nahm Drude an, daß für elektrische Schwingungen die Dämpfung der Eigenschwin-

1) Aus den Berichten der Akad. d. Wissensch. in Krakau.

2) P. Drude, Wied. Ann. 64. p. 131. 1898 und Abhandl. d. sächs. Gesellsch. d. Wissensch., Mathem.-physik. Kl. 23. p. 1. 1896. Vgl. auch Winkelmanns Handb. der Physik 6. 1906, Drudes Theorie der Dispersion, besonders p. 1321—1328, auch Drudes Physik des Äthers 1903.

gungen einen überwiegenden Einfluß hat, und daß man für die langsamen elektrischen Schwingungen die eigentlichen Resonanzerscheinungen als unwesentlich ansehen darf. Indem Drude mithin $b_h = 0$ setzt, kommt er, von der allgemeinen Dispersionsformel (1) ausgehend, zu den reellen Ausdrücken:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} n^2(1 - \kappa^2) = \varepsilon_0 + \sum_h \frac{\varepsilon_h}{1 + \left(\frac{a_h}{T}\right)^2}, \\ 2n^2\kappa = \sum_h \frac{\varepsilon_h}{1 + \left(\frac{a_h}{T}\right)^2} \frac{a_h}{T}. \end{array} \right.$$

Um die vorgeschlagene Dispersionsgleichung zu prüfen, nimmt Drude an, daß für Glyzerin und Äthylalkohol nur *ein* Absorptionsmaximum vorhanden ist und gelangt dadurch zu den noch einfacheren Formeln:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} n^2(1 - \kappa^2) = \varepsilon_\infty - \frac{\varepsilon_\infty - \varepsilon_0}{1 + \left(\frac{T}{a'}\right)^2}, \\ 2n^2\kappa = \frac{\varepsilon_\infty - \varepsilon_0}{1 + \left(\frac{T}{a'}\right)^2} \frac{T}{a'}, \end{array} \right.$$

wo ε_∞ die Dielektrizitätskonstante für unendlich lange Wellen ($\varepsilon_\infty = n_\infty^2 = D$), a' eine Zeitkonstante bedeutet, deren physikalische Bedeutung wir später erörtern werden. Wenn für ein bestimmtes Medium und für eine gegebene Wellenlänge n und κ gemessen sind, so kann man leicht aus (3) die Konstante a' berechnen, wodurch der Gang der Dispersionskurve bekannt wird. Diese Kurve kann alsdann mit dem vorhandenen Beobachtungsmaterial verglichen werden, was auch Drude für Glyzerin und Äthylalkohol vorgenommen hat, wobei er ungefähre Übereinstimmung findet.

Drudes Rechnungen waren also auf zwei ganz heterogene Experimentalbestimmungen begründet: auf der Bestimmung des Brechungsexponenten und auf derjenigen des Extinktionskoeffizienten. Auf diese Weise hing seine Zeitkonstante a' nicht direkt mit der Dispersionskurve, sondern auch mit der Absorptionskurve zusammen, während doch die Formeln (3) eine gänzliche Eliminierung des Extinktionskoeffizienten gestatten. Man kann die Konstante a' (die einer Wellenlänge

proportional ist) direkt aus Messungen des Brechungsexponenten und aus Wellenlängenmessungen bestimmen, und daher für jede Messung von n als eine Funktion von λ auch a' erhalten. Dadurch wird die Frage, ob das Dispersionsspektrum des Mediums durch eine oder durch mehrere Absorptionsbanden bestimmt ist, direkt gelöst; um sie zu beantworten, haben wir nur uns zu überzeugen, ob a' für alle Bestimmungen des Brechungsexponenten die gleiche Größe behält. Diese Rechnung wurde von uns durchgeführt, wobei wir das gesamte vorliegende Experimentalmaterial berücksichtigt haben.

§ 2. Um aus den Formeln (3) x zu eliminieren, genügen dazu elementare algebraische Umformungen. Ehe wir zu diesen greifen, wollen wir den Formeln eine etwas geänderte Gestalt geben. — Da a' eine Zeitkonstante ist, so können wir sie durch λ_1/v ersetzen, wo λ_1 eine Längenkonstante und $v = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec ist. Da T die Periode des einfallenden elektrischen Strahles ist, so können wir auch $T = \lambda/v$ setzen, wo λ die zugehörige Wellenlänge im Vakuum (praktisch in der Luft) bedeutet. ϵ_0 ist theoretisch gleich n^2 für $T = 0$ und $\lambda = 0$. Ferner ist ϵ_0 gleich dem Quadrat des Brechungsexponenten für diejenige Wellenlänge, welche den Übergang vom optischen zum elektrischen Spektrum charakterisiert, wo also der Einfluß der reinen Resonanzerscheinungen (b_h) gegen das Dämpfungsglied (a_h) zurückzutreten beginnt. Wir können mit genügender Annäherung ϵ_0 mit dem Quadrat des Brechungsexponenten der längsten bekannten ultraroten Strahlung ersetzen. Wenn wir $\epsilon_\infty - \epsilon_0$ mit A , ϵ_∞ mit D ersetzen und statt a' und T die angegebenen Ausdrücke einführen, so erhalten wir statt (3) die Gleichungen:

$$(4) \quad \begin{cases} n^2(1 - x^2) = D - \frac{A}{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)^2}, \\ 2n^2x = \frac{A}{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)^2} \cdot \frac{\lambda}{\lambda_1}. \end{cases}$$

Wenn $\lambda/\lambda_1 = \alpha$ geschrieben wird, dann ist:

$$(4b) \quad \begin{cases} n^2(1 - x^2) = D - \frac{A}{1 + \alpha^2}, \\ 2n^2x = \frac{A\alpha}{1 + \alpha^2}. \end{cases}$$

und daraus erhält man durch Eliminierung von x :

$$(5) \quad n^4 - \frac{1}{4} \frac{A^2 \alpha^2}{(1 + \alpha^2)^2} = n^2 \left(D - \frac{A}{1 + \alpha^2} \right).$$

Wenn wir noch $1 + \alpha^2 = x$ setzen, so erhalten wir leicht eine quadratische Gleichung für x :

$$(6) \quad x^2 + Ax + B = 0 \quad \text{und} \quad x = -\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} - B},$$

wo:

$$(7) \quad \begin{cases} A = \frac{A - \frac{A^2}{4n^2}}{n^2 - D}, \\ B = \frac{\frac{A^2}{4n^2}}{n^2 - D}. \end{cases}$$

Es ist leicht zu sehen, daß in (7) B immer negativ ist ($B < 0$), da $A^2/4n^2$ immer positiv und n^2 im elektrischen Spektrum stets $< D$ ist. Dadurch wird

$$\left[\sqrt{\frac{A^2}{4} - B} \right] > \left[\frac{A}{2} \right],$$

und $x > 0$; es ist nur das positive Zeichen beim Radikal zu berücksichtigen; damit α nicht imaginär werde, muß x nicht nur positiv, sondern auch > 1 sein, was auch tatsächlich zutrifft.

Auf Grund der angeführten Formeln kann man, ohne den Extinktionskoeffizienten zu kennen, die Konstante λ_1 oder α' berechnen. Wenn die Rechnung für bekannte Brechungs-exponenten sehr weit auseinander liegende Werte ergibt, so kann die Kurve vermittelt nur *einer* Konstante nicht bestimmt werden, und wir müssen zu der erweiterten Formel (2) greifen, deren Ausrechnung, selbst im einfachsten Falle, wenn wir *zwei* Absorptionsmaxima voraussetzen, zu sehr komplizierten Rechnungen Anlaß gibt.

Die Längenkonstante λ_1 bezeichnet augenscheinlich diejenige Wellenlänge, bei welcher die Dielektrizitätskonstante ϵ_n (Formel (2)) das arithmetische Mittel von D und ϵ_0 für die gegebene Dispersionskurve ist. Wenn λ_1 bekannt ist, so kann man, nach den schon von Drude aufgestellten Formeln, andere charakteristische Punkte der Dispersionskurve und

diese selbst bestimmen. Die Extinktionskurve ist dann als bekannt zu betrachten.

Wir finden $\kappa_{\max.}$ bei λ_* :

$$(8) \quad \lambda_* = \lambda_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{D}}$$

und

$$(8) \quad \kappa_{\max.} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 + D - 2\sqrt{\epsilon_0 D}}{\epsilon_0 + D + 2\sqrt{\epsilon_0 D}}}.$$

Für λ_1 ist auch $n^2 \kappa = \text{Maximum}$.

Natürlich gelten alle diese Entwicklungen nur für den Fall, wo nur *eine* Absorptionslinie ausschlaggebend wirkt.

§ 3. Auf Grund der obigen Formeln wollen wir jetzt an der Hand der vorliegenden Messungen prüfen, inwiefern die Beobachtungen im elektrischen Spektrum bei verschiedenen Substanzen die Annahme nur *einer* Konstante λ_1 rechtfertigen.

Wir beginnen mit Beobachtungen für Glycerin und Äthylalkohol, für welche schon Drude Rechnungen auf Grund der von ihm bestimmten Extinktionskoeffizienten anstellte.

Glycerin. Wir haben die Rechnungen für drei folgende Bestimmungen durchgeführt¹⁾:

$$\left. \begin{array}{lll} \text{I. Drude} & \lambda = 200 \text{ cm,} & n^2 = 39,1 \\ \text{II. „} & \lambda = 75 \text{ „} & n^2 = 25,4 \\ \text{III. Merczyng} & \lambda = 4,5 \text{ „} & n^2 = 16,8 \end{array} \right\} D = 56,2; \quad \mathcal{A} = 54,1.$$

Man findet:

$$\begin{array}{lll} \text{für I.} & \lambda_1 = 164 \text{ cm} \\ \text{„ II.} & \lambda_1 = 110 \text{ „} \\ \text{„ III.} & \lambda_1 = 10,2 \text{ „} \end{array}$$

Somit kann die Dispersionskurve für Glycerin nicht durch den Einfluß eines Absorptionsstreifens dargestellt werden. Drude kam zu einem günstigeren Resultat, das sich durch die von ihm benutzte Methode leicht erklären läßt.

Er fand die Konstante $a' (= \lambda_1/v)$ zu $121 \text{ cm} : 3 \cdot 10^{10}$, aus Absorptionsmessungen, oder $\lambda_1 = 121$, was zufälligerweise ziemlich zwischen den Werten der λ_1 für seine beiden unmittelbaren Bestimmungen liegt. Deshalb waren auch die berech-

1) Vgl. für diese und andere Experimentaldaten unsere Studien über das elektrische Spektrum im Gebiete sehr kurzer Wellen: Bull. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie (A). p. 101. 1910 und Ann. d. Phys. 33. p. 1. 1910.

neten Resultate nicht sehr weit von den beobachteten entfernt. Dabei hat er für ϵ_0 den Lampaschen Wert für die kürzesten bekannten elektrischen Wellen angenommen, während eigentlich hier, wie früher erörtert, das Quadrat des optischen Brechungsexponenten einzusetzen wäre.

Ogleich die Divergenz zwischen den Werten von λ_1 die Konstruktion der ganzen Dispersionskurve mit dieser Konstante unmöglich macht, so kann man doch in der Nähe der Wellenlänge 200 cm, 75 cm, 4,5 cm mit den betreffenden λ_1 kürzere Strecken der Kurven darstellen.

Wir haben deshalb zu finden gesucht, wo nach diesen Rechnungen Absorptionsmaxima (Formel (8)) liegen, und wie groß sie nach der Formel (9) sein sollten.

$$\begin{array}{llll} \text{Für I haben wir } \lambda_{\kappa} = \lambda_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{D}} = 164 \sqrt{\frac{2,1}{56,2}} = 164 \times 0,193 = 31,6 \text{ cm} \\ \text{„ II „ „ „ } \lambda_{\kappa} = \dots \dots \dots = 21,2 \text{ „} \\ \text{„ III „ „ „ } \lambda_{\kappa} = \dots \dots \dots = 1,97 \text{ „} \end{array}$$

Das betreffende Absorptionsmaximum würde sein

$$\kappa_{\max.} = 0,68,$$

was mit Drudes Werten für $\lambda = 75 \text{ cm}$ $\kappa = 0,419$ stimmen könnte.

Äthylalkohol. Für Äthylalkohol hat Drude auf Grund einer Bestimmung für $\kappa = 0,21$ bei $\lambda = 75 \text{ cm}$ die Konstante α' zu $47:3 \cdot 10^{10}$ berechnet, was für λ_1 den Wert 47 cm gibt. Dabei wurde für ϵ_0 das von Lampa gefundene Minimum $n^2 = 6,8$ angenommen, was augenscheinlich unrichtig ist, da ϵ_0 dem Quadrat des Brechungsexponenten in dem Gebiete gleich ist, wo die elektrische anomale Dispersion beginnt, also jedenfalls weit vom Lampaschen Werte (angeblich für $\lambda = 0,8 \text{ cm}$). Der leidliche Anschluß der Beobachtung an die Berechnung in der Drudeschen Hypothese hat also wenig Bedeutung, da Drude selbst sagt: „Auf das Resultat hat der hier gewählte große Wert $\epsilon_0 = 6,8$ Einfluß. Daher würde sich die ganze Tabelle ändern, wenn der Lampasche Wert *falsch* sein sollte und ϵ_0 dementsprechend anders gewählt würde.“

Wenn wir nach unseren Formeln direkt die Konstante λ_1 von Äthylalkohol für eine Reihe wohl bekannter Brechungs-

exponenten und Wellenlängen berechnen, so erhalten wir das Resultat, daß hier ebenso wie bei Glycerin die Dispersionskurve durch eine Konstante nicht dargestellt werden kann, und man wahrscheinlich wenigstens zwei Absorptionsgebiete zu berücksichtigen hat.

I. Colley	$\lambda = 92$ cm, $n^2 = 20,2^1$),
II. „	$\lambda = 62$ „ $n^2 = 18,1^1$),
III. Cole	$\lambda = 5$ „ $n^2 = 10,6$,
IV. Merczyng	$\lambda = 4,5$ „ $n^2 = 5,06$.

Daraus wurden die folgenden λ_1 berechnet:

I.	$\lambda_1 = 60,5$ cm
II.	$\lambda_1 = 51,2$ „
III.	$\lambda_1 = 8,8$ „
IV.	$\lambda_1 = 18,7$ „

Es ist also auch hier wahrscheinlich, daß die Dispersion wenigstens durch zwei Streifen bestimmt wird, deren einer der Wellenlänge von etwa 55 cm, der zweite von etwa 12 cm entspricht.

Es soll nachdrücklich betont werden, daß die theoretische Berechnung eigentlich nur die Lage derjenigen Hauptstreifen angibt, die (annäherungsweise) denselben Gang der Dispersionskurve bestimmen, wie sie durch die tatsächlich vielleicht in weit größerer Zahl existierenden sekundären Streifen (deren Colley so viele beobachtete) bewirkt wird.

Die Lage der theoretischen Absorptionsmaxima würde sich auf Grund der Formel

$$\lambda_{\kappa} = \lambda_1 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{D}},$$

wo

$$\sqrt{\frac{\epsilon_0}{D}} = \sqrt{\frac{1,88}{26}} = 0,27$$

aus den Werten

$$\lambda_{\kappa}^I = 16,4 \text{ cm}, \quad \lambda_{\kappa}^{II} = 13,9 \text{ cm}, \quad \lambda_{\kappa}^{III} = 2,4 \text{ cm}, \quad \lambda_{\kappa}^{IV} = 5,0 \text{ m}$$

1) Diese Mittelwerte sind von uns aus Colleys Kurven, die stark von Dispersionsstreifen durchsetzt sind, berechnet. Vgl. unsere: „Elektrische Dispersion von Wasser und Äthylalkohol für sehr kurze Wellen“, Ann. d. Phys. 34. p. 1024. 1911; Bull. de l'Ac. d. Sc. de Cracovie (A) 1911. p. 123.

ergeben. Das $\kappa_{\max}$ berechnet sich zu 0,58 (statt 0,32 bei Drude, was von dem zu großen von ihm angenommenen Werte für $\epsilon_0 = 6,8$ herrührt). Leider besitzen wir nun eine quantitative Bestimmung von κ von Drude selbst, und zwar für $\lambda = 75$ cm, wo $\kappa = 0,21$ war, also sehr weit von den durch unsere Rechnung angedeuteten Absorptionsmaximis.

§ 4. Die von Drude nicht untersuchten Flüssigkeiten: Wasser, Essigsäure, Amylalkohol und Anilin.

Für *Wasser* gründeten wir die Berechnung auf die Colley-schen Mittelwerte für:

$$(I) \quad \lambda = 36,1 \text{ cm}, \quad n^2 = 78,5$$

und

$$(II) \quad \lambda = 22,4 \text{ cm}, \quad n^2 = 70,4$$

und auf unsere eigenen Bestimmungen:

$$(III) \quad \lambda = 4,5 \text{ cm}, \quad n^2 = 47,3$$

und

$$(IV) \quad \lambda = 3,5 \text{ cm}, \quad n^2 = 46,1.$$

Aus diesen Daten erhalten wir:

$$\lambda_1^I = 9,0 \text{ cm}, \quad \lambda_1^{II} = 9,95 \text{ cm},$$

$$\lambda_1^{III} = 4,85 \text{ ,,}, \quad \lambda_1^{IV} = 4,15 \text{ ,,}$$

Wie es scheint, kann der betreffende Teil der Dispersionskurve (von $\lambda = 36$ cm bis $\lambda = 3,5$ cm) annäherungsweise als durch den Einfluß *zweier* Streifen bei etwa $\lambda_1^I = \sim 9\frac{1}{2}$ cm, $\lambda_1^{II} = \sim 4\frac{1}{2}$ cm bestimmt angesehen werden.

Den Werten von λ_1 entsprechend erhalten wir die folgende hypothetische Lage der Absorptionsmaxima bei

$$\sqrt{\frac{\epsilon_0}{D}} = \sqrt{\frac{1,8}{82}} = 0,15:$$

$$\lambda_{\kappa}^I = 1,35 \text{ cm}, \quad \lambda_{\kappa}^{II} = 1,5 \text{ cm}, \quad \lambda_{\kappa}^{III} = 0,32, \quad \lambda_{\kappa}^{IV} = 8,27 \text{ cm}.$$

Für Wasser scheint also jedenfalls starke Absorption für Wellenlängen, für welche noch keine genauen Bestimmungen vorliegen, stattzufinden.

Das Absorptionsmaximum berechnet sich zu:

$$\kappa_{\max} = 0,21.$$

Essigsäure gibt für $D = 9,7$, $\varepsilon_0 = 1,9$, $\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{D}} = 0,44$,

Drude $\lambda = 200$ cm, $n^2 = 7,07$, $\lambda_1 = 164$ cm, $\lambda_\infty = 72,5$ cm

„ $\lambda = 75$ „, $n^2 = 6,29$, $\lambda_1 = 100$ „, $\lambda_\infty = 44,0$ „

Merczyng $\lambda = 4,5$ „, $n^2 = 3,5$, $\lambda_1 = 1,15$ „, $\lambda_\infty = 5,7$ „

Im Absorptionsmaximum ist:

$$\kappa_{\max.} = 0,38.$$

Es ist interessant, zu bemerken, daß für Essigsäure bei $\lambda = 200$ und $\lambda = 75$ cm die Konstanten λ_1 fast dieselben sind, wie bei denselben Wellenlängen für Glycerin, 164 cm und 110 cm. Die Absorptionsmaxima λ_∞ sind natürlich verschieden.

Die einzige Experimentalbestimmung von κ bei Essigsäure von Drude gibt $\kappa = 0,07$ für $\lambda = 75$ cm, was freilich im Widerspruch mit der aus Drudes Werten erhaltenen $\kappa = 0,38$ für $\lambda = 72,5$ cm steht.

Anilin hat für $D = \sim 7,4$, $\varepsilon_0 = 2,5$, $\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{D}} = 0,58$.

Drude $\lambda = 75$ cm, $n^2 = 7,14$, $\lambda_1 = 19,3$, $\lambda_\infty = 11,2$ cm

Merczyng $\lambda = 4,5$ „, $n^2 = 4,36$, $\lambda_1 = 1,7$, $\lambda_\infty = 1,0$ „

$$\kappa_{\max.} = 0,77,$$

Für große Wellenlängen fand Drude die Absorption gering.

Amylalkohol für $D = 16$, $\varepsilon_0 = 1,9$, $\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{D}} = 0,34$,

Drude $\lambda = 200$ cm, $n^2 = 10,8$, $\lambda_1 = 162$ cm, $\lambda_\infty = 55$ cm

„ $\lambda = 75$ „, $n^2 = 5,5$, $\lambda_1 = 31,2$ „, $\lambda_\infty = 10,7$ „

Merczyng $\lambda = 4,5$ „, $n^2 = 3,3$, $\lambda_1 = 13,5$ „, $\lambda_\infty = 4,6$ „

$$\kappa_{\max.} = 0,49.$$

Drudes Bestimmung für $\lambda = 75$ cm gibt $\kappa = 0,407$, was mit den obigen Daten in Einklang gebracht werden kann.

§ 5. *Resultate.* Die erhaltenen numerischen Resultate scheinen den Schluß zu rechtfertigen, daß bis jetzt bei keiner Flüssigkeit der Verlauf der Dispersionskurve unter der Annahme nur eines Absorptionsstreifens dargestellt werden kann. Die Hypothese Drudes für Glycerin und Äthylalkohol widerspricht seinen eigenen Ergebnissen. Wenn wir die Frage stellen, ob vielleicht bei Annahme zweier Summanden in der allgemeinen Dispersionsformel (1) eine größere Annäherung der Beobachtung an die Rechnung zu erzielen wäre, so kann man sie

leider auf Grund des vorhandenen Experimentalmaterials nicht beantworten, da die Messungen für das elektrische Spektrum noch so wenig zahlreich sind, daß die Berechnungen der Kon-

stanten für die elektrische Dispersion, wie sie Sellmeier u. a. für die optische bestimmt haben, zurzeit noch unmöglich sind. Überhaupt, bei dem so komplizierten Bau des elektrischen Spektrums, wie es uns jetzt erscheint, ist es sogar zweifel-

haft, ob man für Flüssigkeiten und feste Körper zu einer einfachen elektrischen Dispersionsformel wird gelangen können.

Es würde theoretisch wichtig sein, wenn man diese Bestimmungen auf die physikalisch einfacheren Körper, die Gase und die Dämpfe ausdehnen könnte; der geringe Wert des Brechungsexponenten für elektrische Wellen würde indessen einem derartigen Versuche manche Schwierigkeiten entgegenstellen. Jedenfalls scheinen aber die obigen Resultate als erste Annäherungswerte für die Dispersionskurve eine gewisse Berechtigung zu haben. Schematisch werden diese Beziehungen in der vorstehenden Figur illustriert. Wenn im Koordinatensystem n^2 und λ (Quadrat des Brechungsexponenten und Wellenlänge) der Wert A durch Experimentalmessungen gegeben ist, so kann man auf Grund der vorliegenden Theorie A_1 und A_* (die Wellenlängen λ_1' und λ_*' mit den zugehörigen n^2) berechnen und dadurch die durch diese Werte bestimmte Dispersionskurve $A A_* A_1$. Wenn eine andere Beobachtung B sich an diese Kurve nicht anschließt, so können wir für diese zweite Beobachtung eine neue Dispersionskurve $B_* B_1 B$ ziehen. Natürlich ist der eigentliche Verlauf weder durch die eine, noch durch die andere Kurve dargestellt, aber in der Nachbarschaft der Beobachtungen können die Kurventeile $A A_*$, $B_* B_1 B$ eine erste Annäherung an die Wirklichkeit bieten.

(Eingegangen 6. August 1912.)