III.

MECHANISCHE UNTERSUCHUNGEN über die Schwingungszeit der Unruhe in Taschenuhren und in MUDGE'S Zeithaltern,

von

GEORGE ATWOOD, Esq. F. R. S. *)

Instrumente, um die Zeit mittelst oscillirender Bewegungen zu messen, sind schon zu Anfang des sechzehnten Jahrhunderts erfunden worden. Anfangs bediente man sich dazu, (sowohl in Thurm- als in Taschenuhren,) allgemein der Unruhe, (*balance*,) und erst im Jahre 1657 wurde durch Huyghens der Pendel mit Uhrwerken verbunden. In den ältesten Uhren, von denen man noch jetzt einige besitzt,

*) Ausgezogen aus den *Philosoph. Transact. for 1794*, pag. 119 — 168; und dabei in der Form der Rechnungen geändert vom Herausgeber. Leser, welche diese Materie und die sinnreiche Einrichtung der Mudge'schen Hemmung interessiert, ohne daß sie vielleicht dem Calcul gehörig folgen könnten, mögen die mathematischen Sätze und die Anmerkungen überschlagen, (in die ich die mathematischen Entwicklungen größtentheils versetzt habe,) oder die Formeln des Textes als historische Data nehmen, so wird auch für sie diese Abhandlung vielleicht verständlich und genügend seyn.

schwingt die Unruhe allein durch den Stofs der Räder, ohne allen Regulator, hin und her. Der Anstofs des Rades treibt sie nach einer Richtung fort, bis ein zweiter Stofs von entgegengesetzter Richtung sie hemmt und zurückwirft, wobei ihr Lauf hin und her sehr ungleich und unregelmässig werden mußte.

Des Dr. Hooke's scharfsinnige Erfindung, eine elastische Stahlfeder mit der Unruhe in Verbindung zu bringen, half dieser Unvollkommenheit größtentheils ab. Sie wirkt auf die Unruhe fast eben so, wie die Schwere auf den Pendel. Beide helfen den Unregelmäßigkeiten im Stosse und im Widerstande nach, die ohnedies die Gleichzeitigkeit der Schwingungen gar sehr stören würden. Seitdem ist die Einrichtung der Taschenuhren, besonders durch englische Künstler, noch sehr verbessert worden, und bis zu einem Grade von Vollkommenheit gediehen, den wir in den neuesten *Taschenuhren* und in den zur Geographie, Schifffahrt und Astronomie unentbehrlichen *Zeithaltern* mit Recht bewundern.

Die Grundsätze, wonach die *Zeithalter* gebauet sind, eröffnen ein Feld interessanter theoretischer Untersuchungen. Es ist schon an sich ergötzend, das Spiel einer Maschine, in welcher der Einfluß der Friction und anderer unregelmässiger Kräfte fast ganz aufgehoben ist, mit den allgemeinen Gesetzen der Bewegung zu vergleichen; und das Interesse wächst, wenn diese Untersuchung praktische Vortheile verspricht. — In den *Zeithaltern* wird alles Unregelmässige beim Stosse und Widerstande nicht

bloß durch die Genauigkeit, womit jeder Theil des Werks gearbeitet ist, möglichst vermieden, sondern auch durch die erhaltende, gleichförmig wirkende Kraft der das Werk treibenden Hauptfeder verbessert. Denn was die Unruhe durch irgend einen Widerstand an Bewegung verliert, wird ihr durch diese erhaltende Kraft wieder ersetzt, so daß sie, so genau es nur immer möglich ist, stets Bogen von gleicher Länge durchschwingt.

Der wahre und eigentliche Zeitmesser in diesen Maschinen ist die Unruhe; alle übrige Theile dienen bloß, die Bewegung derselben fortzupflanzen, und die Zeit, wie sie durch die Schwingungen der Unruhe gemessen wird, anzuzeigen. Die Regelmäßigkeit eines Zeithalters hängt daher von der Gleichzeitigkeit in den Schwingungen der Unruhe ab, und diese Schwingungszeit den Bedingungen, von denen sie abhängt, gemäß zu bestimmen, ist der Gegenstand der folgenden Untersuchung.

Unruhen mit einer Stahlfeder.

Es sey *PMNS*, (Taf. III, Fig. 1,) der Umfang der Unruhe, welche durch die Kraft in Schwingungen gesetzt wird, die eine elastische Spiral- oder Schneckenfeder, (*spiral or helical spring*,) denn beides ist für diese Untersuchung einerlei, auf eine Spindel, welche durch den Mittelpunkt *C* der Unruhe geht, ausübt. Ihre Bewegung werde auf den festen Kreis *ODBE* bezogen, den man sich mit dem Umfang der Unruhe sich deckend vorstellen muß,

und der nur der größern Deutlichkeit halber in einiger Entfernung von der Unruhe gezeichnet ist. Durch die Lage des Halbmessers CA läßt sich die jedesmahlige Lage der Unruhe und ihre ganze Bewegung bestimmen, daher wir im Folgenden nur auf diesen zu sehn brauchen. Dieser Halbmesser stehe im Falle der Ruhe auf O , so ist O der *Punkt der Ruhe* für die sich schwingende Unruhe und für die Stahlfeder, die dann in ihrer natürlichen Lage ist, und folglich keine Kraft auf Spindel und Unruhe ausübt. Wird dagegen die Unruhe, und mit hin auch die Spiralfeder, um den Winkel OCB gedreht, so sucht diese vermöge ihrer Elasticität die vorige Lage wieder anzunehmen, und treibt folglich, wenn sie ungestört wirken kann, die Unruhe mit beschleunigter Bewegung durch den Bogen BO zurück. In O hört ihre beschleunigende Kraft auf, und wirkt weiterhin der Bewegung der Unruhe, (welche mit der erlangten Geschwindigkeit über O hinaus zu schwingen sucht,) entgegen, daher diese dann den Bogen OE mit retardirter Bewegung durchläuft.

Ich setze voraus, daß die Kraft der Elasticität in der Spiralfeder zu entgegengesetzten Seiten des Ruhepunkts O , in Punkten, die gleich weit von demselben abstehn, gleich ist; und daß die Wirkung der Friction und anderer Unregelmäßigkeiten, welche die Unruhe zu retardiren streben, durch die erhaltende Kraft der Hauptfeder compensirt werden, so daß die Zeit des beschleunigten

Schwunges von B bis O dem des retardirten von O bis E völlig gleich ist, mithin der Punkt O den ganzen Schwingungsbogen BOE halbire. Ist das der Fall, so hängt die Schwingungszeit der Unruhe noch von folgenden Größen ab, die gegeben seyn müssen, wenn man diese Schwingungszeit aus theoretischen Gründen bestimmen will.

1. Die *Kraft der elastischen Stahlfeder*, für jeden gegebenen Winkel OCU , um den die Unruhe gedreht ist, und das *Gesetz*, wonach sie von einem Punkte B an die Unruhe bis zum Ruhepunkte O beschleunigt.

2. Das *Gewicht*, (die Masse,) der Unruhe und der Theile, welche zugleich mit ihr schwingen.

3. Der *Halbmesser* CO der Unruhe, und der Abstand CG , des *Mittelpunkts des Schwunges* G , von der Achse der Bewegung C .

4. Die *Länge* des halben Schwingungsbogens BO .

Die Achse der Unruhe stehe horizontal, mithin die Spiralfeder und die Unruhe in einer Vertical-Ebene. An einem Faden, der um den Umfang der Unruhe geschlagen ist, hänge das Gewicht P , (Fig. 2,) frei herab, und in dieser Lage sey die Unruhe um den Winkel OCD vom Ruhepunkte ab gedreht. Im Falle der Ruhe und des Gleichgewichts ist dann das Gewicht P der Kraft der elastischen Stahlfeder im Punkte D , d. h., wenn die Unruhe um den Bogen OD gedreht ist, gleich. — Aus vielen solchen Versuchen hat man gefunden, daß die *Kraft der elastischen Stahlfeder* sehr nahe dem

Bogen oder Winkeln OG , OH , OI proportional ist, um welche die Unruhe vom Ruhepunkte abgedreht ist, *) und daß Gestalt, Länge und Anzahl der Windungen sich bei einer elastischen Stahlfeder allemahl so gegen einander abwägen lassen, daß ihre Kraft genau den Drehungswinkeln der Unruhe, (oder, wie man das auch auszudrücken pflegt, den Spannungen der Feder,) proportional ist, wenigstens so weit sich das durch solche Versuche bestimmen läßt. Ich lege daher bei den folgenden Untersuchungen dieses als *das Gesetz für die Kraft der Elasticität* unserer Stahlfeder zum Grunde. **)

Der *Mittelpunkt des Schwinges* läßt sich bei einem regelmässigen Körper, den Lehrsätzen der Mechanik gemäß, ohne Schwierigkeit bestimmen. Man findet seinen Abstand von der Achse der Schwingung, wenn man die Summe aller Momente der Trägheit durch das Gewicht des Körpers dividirt und daraus die Quadratwurzel zieht. Bei ei-

*) Berthoud *Traité des Horloges marines*, p. 49.

**) Das ist also dasselbe Gesetz, welches bei dem Coulombschen und Cavendishschen Windungs - Apparat für den gewundenen Draht, (*Ann.*, II, 27,) und beim Pendel für unendlich kleine Schwingungsbogen gilt, wodurch sich diese Untersuchung aufs schönste an die Lehre vom Pendel und die Cavendishsche Abhandlung, *Ann.*, II, 1, anschließt. Bemerkungen über die Gültigkeit dieses Gesetzes und den davon abhängigen Isochronismus der Schwingungen, findet man weiter unten S. 16. d. H.

der unregelmäßigen Gestalt des schwingenden Körpers kann man sich mit Versuchen helfen, durch die man den Schwerpunkt und daraus den Mittelpunkt der Schwingung findet. *)

Es sey der Halbmesser der Unruhe CA oder $CO = r$; der halbe Schwingungsbogen $BO = b$; der Bogen $OD = a$; die Kraft, womit die elastische Stahlfeder auf einen Punkt im Umfange der Unruhe, wenn sie um OD gedreht ist, wirkt, $= P$; das Gewicht der Unruhe und der mit ihr schwingenden Theile $= M$; und der Abstand des Mittelpunkts des Schwunges von der Achse der Bewegung, $CG = e$. Alsdann ist die Kraft, welche dazu gehört, das Beharrungsvermögen der Unruhe zu überwinden und die Masse derselben in Bewegung zu setzen, auf den Umfang der Unruhe reducirt, gleich $\frac{Me^2}{r^2}$; und daher die Kraft, welche die Unruhe an ihrem Umfange beschleunigt, wenn sie, von dem Punkte der Ruhe an, durch den Winkel $\angle COD$ gedreht ist, $\frac{P \cdot r^2}{M \cdot e^2}$. **) Diese beständige

*) S. *Treatise on the rectilinear motion and rotation of Bodies*, p. 226 and 301.

**) Denn da die Schwingungen so vor sich gehen, als wäre die ganze Masse M eines Körpers im Mittelpunkte des Schwunges vereinigt, und das Uebrige ohne Schwere; so ist das Beharrungsvermögen einer Kraft M proportional, welche in der Entfernung g

und unveränderliche Kraft wollen wir mit F bezeichnen; so ist $F = \frac{P \cdot r^2}{M \cdot e^2}$. Da nun die beschleunigenden Kräfte den Bogen proportional sind, um welche die Unruhe vom Ruhepunkte O ab gedreht ist; so beträgt die *beschleunigende Kraft* für jeden Bogen $OH = x$, um welchen die Unruhe vom Ruhepunkte ab gedreht wird, $\frac{Fx}{a}$, und daher die Geschwindigkeit, welche durch diese veränderliche Kraft beim Zurückschwingen durch den Bogen BH von H nach O zu erzeugt wird, $\sqrt{\frac{2gF \cdot (b^2 - x^2)}{a}}$;*) eine Geschwindigkeit, welche

von der Achse der Drehung*wirkt: Diese Kraft auf die Entfernung r von der Achse der Drehung reducirt, ist gleich $\frac{M \cdot e^2}{r^2}$, (*Ann.*, II, 40, Anm.):

und da bei einer gegebenen bewegenden Kraft P , die Beschleunigung desto geringer wird, je größer die zu bewegende Masse ist; so ist die Beschleunigung im Punkte D gleich $P : \frac{Me}{r \cdot e^2}$. d. H.

*) In dem nächsten unendlich kleinen Zeittheilchen dt nimmt, wenn die Unruhe von B nach O zu,

das heist, der beschleunigenden Kraft $\frac{Fx}{a}$ ge-

mäßs, schwingt, der Bogen $OH = x$ um dx ab, oder um $-dx$ zu. Da nun für alle ungleichförmige Bewegungen, (wenn s , v , p die zusammengehörigen Räume, Geschwindigkeiten und beschleun-

Die *Unruhe*, sowohl beim Zurück- als auch beim Hinschwingen, hat, wenn der Index *CA* im Punkte *H* anlangt. Setzt man folglich, daß die Unruhe τ Sekunden Zeit beruht, um den Bogen *BH* zu durchschwingen, und daß die halbe|Schwingungszeit von *B* bis *O*, t Sekunden betrage, so ist

$\tau = \sqrt{\frac{a}{2gF}} \times \text{Arc. Cos. } \frac{x}{b}$; *) und die halbe Schwingungszeit der Unruhe, welche auf den Schwung durch den Bogen *BO*, sowohl hin als zu-

nigenden Kräfte sind, und $\frac{a}{b}$ die Fallhöhe eines von der Kraft der Schwere, als Krafteinheit beschleunigten Körpers während der ersten Sekunde bedeutet,) $v dv = 2pg ds$ ist; so muß in unserm Falle $v dv = 2 \cdot \frac{Fx}{a} \cdot g \cdot dx$, oder $v dv = - \frac{Fg}{a} \cdot 2x dx$, mithin integriert, $v^2 = \text{Const.} - \frac{2Fg}{a} \cdot x^2$ seyn. Nun gehört zum Bogen *OB* = b die Geschwindigkeit 0. Folglich ist $0 = \text{Const.} - \frac{Fb^2}{2a}$, also $\text{Const.} = \frac{Fb^2}{2a}$ und $v^2 = \frac{2Fg \cdot (b^2 - x^2)}{a}$ oder die Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{2gF(b^2 - x^2)}{a}}$. d. H.

*) Das $\times$ zwischen den beiden Faktoren dieser Formel soll anzeigen, daß das Wurzelzeichen bloß auf den ersten Faktor, nicht auf den zweiten zu

rück, vergeht, das ist, $t = \sqrt{\frac{\pi^2 a}{8 \cdot g \cdot F}}$, wenn π die Zahl Ludolphi von Cölln, 3,1415 etc., und g die Höhe bedeutet, welche ein Körper, von der Schwere getrieben, durch freien Fall im luftleeren Raume, in der ersten Sekunde durchfällt, folglich $g = 193$ englische Zoll ist. *)

Gefetzt, der Bogen a , der in dieser Formel in Theilen des Halbmessers r der Unruhe, (als Ein-

beziehn ist. Geht es auf mehrere Faktoren, so verbinde ich diese durch einen Punkt. d. H.

*) Da für jede ungleichförmige Bewegung $v = \frac{ds}{dt}$,

mithin $dt = \frac{ds}{v}$ ist; für die Unruhe aber das Differential des Weges — dx , das Differential der Zeit — $d\tau$, und die Geschwindigkeit im Punkte $H = \sqrt{\frac{2gF}{a} \cdot \sqrt{(b^2 - x^2)}}$ ist; so folgt daraus

$d\tau = \sqrt{\frac{a}{2gF}} \times \frac{-dx}{\sqrt{(b^2 - x^2)}}$, und dieses inte-

grirt, giebt $\tau = \sqrt{\frac{a}{2gF}} \times \text{Arcus Cosinus } \frac{x}{b}$, indem für $x = b$, $\tau = 0$, mithin auch $\text{Const.} = 0$ ist. Für den halben Schwingungsbogen BO ist $x = 0$, folglich $\frac{x}{b} = 0$ und $\text{Arcus Cosinus } \frac{x}{b} = \frac{1}{2}\pi$ oder gleich dem Quadranten, daher die

halbe Schwingungszeit $t = \sqrt{\frac{a}{2gF}} \times \frac{1}{2}\pi$ oder

$\sqrt{\frac{\pi^2 a}{8gF}}$ Sekunden trägt, d. H.

heit,) ausgedrückt ist, enthalte c Grade, so muß sich verhalten $180^\circ : c^\circ = \pi r : a$, mithin $a = \frac{\pi r c^\circ}{180^\circ}$ seyn. Setzt man diese Gröſſe, und

dann auch für F seinen Werth $\frac{Pr^2}{Me}$ in die vorige Formel, so findet sich die halbe Schwingungszeit

$$t = \sqrt{\frac{\pi^3 r \cdot c^\circ}{8 F g \cdot 180^\circ}} = \sqrt{\frac{M \pi^3 e^2 \cdot c^\circ}{8 P r g \cdot 180^\circ}}.$$

Für den Fall, daß der gegebene Bogen c , (zu dem die Kraft der Stahlfeder P gehört,) 90° beträgt, wird

$$t = \sqrt{\frac{M \pi e^2}{16 P r g}}.$$

Diese Ausdrücke gelten für *jede beliebige Gestalt der Unruhe*. Besteht sie aus einer *cyllindrischen Platte*, so ist die Entfernung des Schwingungs-

punktes von der Achse der Bewegung $e = \frac{r}{\sqrt{2}}$,

und dann wird die halbe Schwingungszeit $t = \sqrt{\frac{M \pi^3 r}{32 \cdot P \cdot g}}$. Mehrentheils sind die Unruhen in

den Taschenuhren so gestaltet, daß der Mittelpunkt des Schwunges in ihnen beinahe da liegt, wo er für eine cyllindrische Scheibe von gleichförmiger Dicke liegen würde, daher diese Formel die halbe Schwingungszeit der Unruhe in einer Taschenuhr ohne merkbaren Fehler giebt. *)

*) Um meine Theorie mit der Erfahrung vergleichen zu können, wandte ich mich an Earnshaw, def-

$$\text{Daraus, da\ss } t = \sqrt{\frac{\pi^3 r \cdot c^0}{8 F g \cdot 180^0}} \text{ ist, folgt } F \\ = \frac{\pi^3 \cdot r \cdot c^0}{8 g t^2 \cdot 180^0}; \text{ eine Formel, nach der sich die}$$

Grö\sse der *beschleunigenden Kraft der Stahlfeder* durch Rechnung finden lä\sst. Nun sind Taschenuhren und Zeithalter in der Regel so ajustirt, da\ss die Unruhe in einer Sekunde 5 Schwingungen macht, und also die Zeit einer halben Schwingung, t , $\frac{1}{10}$ Se-

sen treffliche Zeithalter berühmt sind, und er stellte mit der Unruhe aus einer Kendallschen Uhr, die nach Harrison's Grundsätzen verfertigt war, und die Cook auf seiner dritten Reise um die Welt mitgenommen hat, die nöthigen Versuche an. Nach diesen betrug der Durchmesser der Unruhe $2\frac{1}{2}$ Zoll, das Gewicht derselben und aller mit ihr schwingenden Theile 42 Gran, und die Gewichte, welche an dem Umfange der Unruhe ziehen mußten, um sie durch einen Bogen von 180^0 zu drehen, 48, durch einen Bogen von 90^0 , 24 Gran. Mithin war hier $M = 42$ Gran, $r = 1\frac{1}{8}$ Zoll, $P = 24$ Gran. Zugleich ist $\pi = 3,14159$, und $g = 193$ englische Zoll. Berechnet man aus diesen Zahlen t , mit Hülfe der Logarithmen, nach der letztern Formel, so findet sich die halbe Schwingungszeit der Unruhe 0,0994 Sekunden. Nun aber macht die Unruhe, wenn sie für mittlere Zeit ajustirt ist, in einer Sekunde 5 Schwingungen, mithin ist die halbe Schwingungszeit dann 0,1 Sekunde. Der Unterschied zwischen Rechnung und Erfahrung beträgt folglich nur 0,0006 Sekunden.

Atwood.

kunde mittlerer Zeit beträgt. Für alle solche Uhren ist folglich die Kraft F , welche den Umfang der Unruhe beschleunigt, wenn die Unruhe um c° vom Punkte der Unruhe abgedreht wird, $= 2,00817852 \cdot r \cdot \frac{c^\circ}{180^\circ}$, und die beschleunigende Kraft bei einem Drehungswinkel von $90^\circ = 0,00408926 \cdot r$, im Vergleiche nämlich mit der Schwere, (zu der die Fallhöhe $g = 193$ englischen Zollen gehört,) als Krafteinheit. Hat folglich die Unruhe einer solchen Uhr 1 Zoll im Halbmesser, so wird sie bei einem Drehungswinkel von 90° von einer Kraft beschleunigt, die 1,00408926 von der Schwerkraft ist.

In den Formeln für die halbe Schwingungszeit der Unruhe kommt die GröÙe des halben Schwingungsbogens $b = BO$ nicht mit vor. Diese hat also gar keinen Einfluss auf die Schwingungszeit, und die Unruhe mag durch groÙe oder kleine Bogen schwingen, immer ist ihre Schwingungszeit dieselbe. Dieser *Isochronismus* findet aber nur dann statt, wenn die beschleunigende Kraft der Stahlfeder den Drehungswinkeln genau proportional ist. Ist dieses nicht in völliger Strenge der Fall, so gehören zu gröÙern und kleinern Schwingungsbogen ungleiche Schwingungszeiten, und die daraus entspringende tägliche Veränderung im Gange eines Zeithalters ist schon merklich, wenn gleich das Gesetz der beschleunigenden Kraft nur höchst wenig, z. B. um 0,001, von dem Angenommenen abweicht. Denn
ist

It die beschleunigende Kraft nicht den Windungswinkeln, (das heist, den ersten Potenzen derselben,) sondern z. B. der 0,999sten Potenz der Drehungswinkel proportional; so wird das, falls der halbe Schwingungsbogen der Unruhe von 135° bis auf 127° abnimmt, eine Veränderung im täglichen Gange der Uhr von $+ 2'',62$ geben. *) Und doch sind die

*) Sind die beschleunigenden Kräfte den n ten Potenzen der Drehungswinkel proportional, mithin

$$= \frac{F \cdot x^n}{a^n}, \text{ so erhält man, (diesen Werth statt } p$$

in die Formel $v dv = 2 p g ds$ gesetzt,) auf dieselbe Art, wie vorhin, die Geschwindigkeit der Unruhe, wenn sie beim Zurückschwingen von B in B

$$\text{anlangt, } v = \sqrt{\frac{4 F g (b^{n+1} - x^{n+1})}{(n+1) a^n}}, \text{ und}$$

$$\text{die Zeit der halben Schwingung } t = \sqrt{\frac{(n+1) a^n}{4 F g}}$$

$$\cdot \int \frac{-dx}{\sqrt{(b^{n+1} - x^{n+1})}} \text{ wenn man nämlich den Werth}$$

nimmt, der diesem Integral zukommt, falls x von b bis 0 abnimmt. Für einen andern halben Schwingungsbogen c , würde die Zeit einer halben Schwingung betragen,

$$t' = \sqrt{\frac{(n+1) a^n}{4 F g}} \cdot \int \frac{-dx}{\sqrt{(b^{n+1} - x^{n+1})}},$$

wenn man den Werth dieses Integrals, falls x von c bis 0 abgenommen hat nimmt. Also verhalten

$$\text{sich die beiden Schwingungszeiten } t : t' \approx \frac{1}{b^{\frac{n+1}{2}}}$$

Gewichte, mittelst derer man das Gesetz für die Zunahme der Kraft der elastischen Stahlfeder durch

$$\int \frac{-dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^{n+1}}} \quad \frac{1}{c^{\frac{n+1}{2}}}$$

$$\int \frac{-dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{c}\right)^{n+1}}}, \text{ unter jener Bedingung;}$$

oder da unter ihr die zweite Integralgröße aus der ersten entsteht, wenn man in ihr statt x , $\frac{bx}{c}$ setzt,

beide sich folglich wie $\frac{bx}{c} : x$ oder wie $b : c$ ver-

halten; so ist das Verhältniß $t : t' = \frac{b}{c^{\frac{n+1}{2}}}$

$$\frac{c^{\frac{n+1}{2}}}{b^{\frac{n+1}{2}}}, \text{ oder } = \frac{1-n}{b^{\frac{n+1}{2}}} : \frac{1-n}{c^{\frac{n+1}{2}}} \text{ oder } = 1$$

$$\left(\frac{c}{b}\right)^{\frac{1-n}{2}}$$

Nimmt daher der Schwingungsbogen einer nach mittlerer Zeit ajustirten Uhr von b bis c ab; so wächst die Schwingungszeit in 24 Stunden nach dem umgekehrten

Verhältnisse, oder um $24 \cdot \left(\left(\frac{b}{c}\right)^{\frac{1-n}{2}} - 1\right)$ Stun-

den. Je nachdem in dieser Formel $n = 1$, oder kleiner oder größer als 1 ist, das heißt, je nachdem die beschleunigende Kraft der Stahlfeder in demselben Verhältnisse als die Drehungswinkel der Unruhe, oder in einem kleinern oder größern Verhältnisse wachsen, leidet folglich der Gang der Uhr bei abnehmendem Schwingungsbogen gar keine Verände-

Verfuche bestimmen kann, (wie die folgende Tabelle ausweist,) in beiden Fällen so wenig von einander verschieden, daß man leicht einseht, wie viel daran fehlt, daß sich dieses Gesetz durch solche Verfuche hinlänglich genau bestimmen ließe.

rung, oder wird beschleunigt, oder retardirt. Umgekehrt kann man, indem man den Gang eines Zeithalters und die GröÙe des Schwingungsbogens seiner Unruhe beobachtet, aus den zusammengehörigen Veränderungen beider, darauf zurück schließen, ob die Elasticität der Stahlfeder genau den Drehungswinkeln proportional ist, oder ob sie in einem größern oder kleinern Verhältnisse als diese zunimmt — Der halbe Schwingungsbogen einer nach mittlerer Zeit ajustirten Taschenuhr betrage z. B. $135^{\circ} = b$, nehme um 8° , d. i. bis $127^{\circ} = c$ ab; so entsteht, wenn die Elasticität der Stahlfeder den 0.999. Potenzen der Drehungswinkel proportional, $n = 0.999$ ist, eine Veränderung im täglichen Gange der Uhr von 24 $\left(\left(\frac{135}{127} \right)^{\frac{1}{1000}} - 1 \right)$ Stunden, $= 2'',62$.

Wenn die Stahlfeder um 90° durch ein angehängtes Gewicht von 9 Gran gedreht wird, so gehört

zueinem Drehungs- winkel x	falls die Kraft der Feder proportional ist			
	1. den Drehungs- winkel x , oder gleich		2. den 0,999 Potenzen des Drehungswinkels, oder gleich	
von	$9 \cdot \left(\frac{x}{90}\right)$ Gran	9	$\left(\frac{x}{90}\right)^{0,999}$ Gran *)	
10°	1	—	1,002199	—
20°	2	—	2,003010	—
30°	3	—	3,003298	—
40°	4	—	4,003245	—
50°	5	—	5,002940	—
60°	6	—	6,002433	—
70°	7	—	7,001759	—
80°	8	—	8,000942	—
90°	9	—	9,000000	—

Die Abweichung im täglichen Gange der Uhr, in so fern sie von dieser Ursach abhängt, kann wahrscheinlich bis auf 20 oder 30" steigen, olme daß die Unterschiede in den Gewichten merklich genug würden, daß man sie in den Versuchen gewahr werden könnte. Man kann daher nicht verlangen, das *Gesetz für die Kraft der Stahlfeder* durch solche Versuche zu bestimmen. Am besten, man nimmt es für alle theoretische Untersuchungen so an, wie es der wahre Isochronismus der Unruhe fordert, das heißt, daß die Elasticität genau

$$\begin{aligned}
 &*) 9 \cdot \left(\frac{x}{90}\right)^{0,999} - 9 \cdot \frac{x}{90} \text{ ist ein Maximum für } x \\
 &= 90^\circ \cdot 0,999^{1000}, \text{ das ist, für } x = 33^\circ 5' 33''.
 \end{aligned}$$

den Drehungswinkeln proportional ist, und fügt dann für jede Stahlfeder, auf die man die Theorie anwenden will, eine Correction hinzu, so gut sie sich finden läßt, welches um so nöthiger ist, da manche Stahlfedern eine größere, andere eine kleinere Elasticität als nach dieser Annahme haben, es auch keine bessere allgemeine Annahme giebt.

Unruhen mit mehrern Stahlfedern.

Bis hierher haben wir die Schwingungen einer Unruhe, die nur von Einer Stahlfeder getrieben wird, untersucht. Man hat aber auch Uhren, worin die *Unruhe unmittelbar von zwei und mehrern elastischen Stahlfedern bewegt wird*. Aelterer Beispiele zu geschweigen, so hat in unsern Tagen der berühmte Uhrmacher Mudge eine neue und sehr sinnreiche Einrichtung erfunden, um die Wirkung mehrerer Stahlfedern so zu vereinigen, daß sie die Unruhe abwechselnd in jedem der halben Schwingungsbogen treiben. Ich dehne meine Untersuchung über diesen Fall hier um so lieber aus, da sie uns Gelegenheit geben wird, einige etwas versteckte Umstände bei der Wirkung der Stahlfedern auf die Schwingungen der Unruhe aufzuhellen.

Zwei Stahlfedern mögen so an der Unruhe angebracht seyn, daß sie von beiden *nach einerlei Richtung* getrieben wird. Fällt der Punkt der Ruhe für beide Federn einzeln genommen zusammen, so wirken beide, ihre Stärke sey auch noch so verschieden, gerade so auf die Unruhe, als eine ein-

zige Stahlfeder, die so stark als beide zusammen-
genommen ist, vorausgesetzt, daß für beide ein
gleiches Gesetz der Elasticität gilt. Fällt aber der
Punkt der Ruhe für beide nicht zusammen, so ist
die Bewegung anders, und muß besonders unter-
sucht werden.

Es sey der Punkt der Ruhe für die stärkste Fe-
der an der Unruhe, welche ich im Folgenden die
Unruhfeder nennen will, in O , (Fig. 3.) und für die
schwächere Feder, welche ich, zum Unterschiede, die
Hülsfeder nenne, in Q . Ferner sey der halbe
Schwingungsbogen $OB = b$; $QB = c$; $QO = d$
 $= b - c$; und der Bogen $OD = Qd = a$; das
Gewicht, welches nöthig ist, die Unruhfeder allein
um diesen Bogen zu drehen, mithin die beschleuni-
gende Kraft der um diesen Bogen gedrehten Unruh-
feder $= f$, und die Kraft der Hülsfeder, wenn sie
um einen eben so großen Bogen Qd gedreht wird, fn ,
so daß ihre Kraft dann der n te Theil von der der
Unruhfeder sey. Ist nun die Unruhe von ihrem
Ruhepunkte durch die vereinte Wirkung beider Fe-
dern um den Bogen BH gedreht worden, den wir
mit x bezeichnen wollen; so ist $OH = b - x$ und
 $QH = c - x$, und daher die beschleunigende Kraft
der Unruhfeder $\frac{f \cdot (b - x)}{a}$, die der Hülsfeder
 $\frac{fn \cdot (c - x)}{a}$, folglich die vereinte Kraft beider Fe-
dern $\frac{f}{a} \cdot (b - x + cn - nx)$, und daher die Schwin-

gungszeit auf dem Bogen von B bis $Q = \sqrt{\frac{2a}{(n+1)fg}}$

$$\times \text{Arcus Sinus} \sqrt{\frac{(n+1)c}{2(b+nc)}}. *)$$

In dem Falle, auf welchen wir unsre Berechnung anwenden wollen, hört die Hülfssfeder gänzlich auf, weiter auf die Unruhe zu wirken, so bald diese den Bogen BQ zurückgelegt hat, und von Q nach O wird die Unruhe allein durch die Unruhfeder beschleunigt. Daher ist die Zeit des Schwunges

*) Der mechanischen Formel $v dv = x p g ds$ gemäß,

ist dann $v dv = 2 \cdot \frac{f}{a} \cdot (b + cn - (1+n) \cdot x) \cdot g$

dx , indem, wenn $BH = x$ ist, dx positiv bleibt.

Dieses integrirt giebt $v^2 = \frac{2fg}{a} (2(b+cn)x -$

$(1+n)x^2)$, da für $x=0$ auch $v=0$, und daher $Const. = 0$ ist. Dadurch ist die Geschwindigkeit

der Unruhe im Punkte H bestimmt, und aus dieser

folgt, nach der mechanischen Formel, $dt = \frac{ds}{v}$, $d\tau$

$= \sqrt{\frac{a}{2fg}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{(2(b+cn)x - (1+n)x^2)}}$. Dieses integrirt giebt für die Schwingungszeit τ von B bis

H , $\tau = \sqrt{\frac{2a}{(1+n)fg}} \times \text{Arcus Sinus} \sqrt{\frac{(n+1)x}{2(b+nc)}}$.

Setzt man darin $x = c$, so erhält man die Schwin-

gungszeit von B bis $Q = \sqrt{\frac{2a}{(1+n)fg}} \times \text{Arcus Sin.}$

$$\sqrt{\frac{(n+1)c}{2(b+nc)}}.$$

auf dem Bogen $BO = \sqrt{\frac{2a}{(n+1)fg}} \times \text{Arcus Sinus}$

$$\sqrt{\frac{(n+1)c}{2(b+nc)}} + \sqrt{\frac{a}{2fg}} \times \text{Arc. Sin.} \frac{d}{\sqrt{(b^2 + nc^2)}}.$$

Liegt dagegen der Ruhepunkt der Hilfsfeder, Q , nicht in der ersten, sondern in der zweiten Hälfte des Schwingungsbogens der Unruhfeder, BO , wie in Fig. 4, so daß $BQ = c$ gröfser als $BO = b$ ist; so findet man völlig auf demselben Wege die *Zeit*

$$\text{der Schwingung von } B \text{ bis } O = \sqrt{\frac{2a}{(n+1)fg}} \times \text{Arcus Sinus} \sqrt{\frac{(n+1)b}{2(b+nc)}}.$$

*) Aus der vorigen Anmerkung folgt, daß die Unruhe im Punkte Q eine Geschwindigkeit $= \sqrt{\frac{2fg(2bc - c^2 + nc^2)}{a}}$ hat. Es sey $OR = z$, so ist die beschleunigende Kraft der Unruhfeder in R gleich $\frac{fz}{a}$, folglich $v dv = z \cdot \frac{fz}{a} \cdot dz$. Dieses integriert, giebt, wie oben, $v^2 = \text{Const.} - \frac{2fgz^2}{a}$; und da man für $z = d$ die Geschwindigkeit erhalten muß, welche die Unruhe im Punkte Q hat, so ist $-\frac{2fg}{a} (2bc - c^2 + nc^2) = \text{Const.} - \frac{2fgd^2}{a}$, folglich $\text{Const.} = \frac{2fg}{a} (d^2 + 2bc - c^2 + nc^2)$, oder, da $d = b - c$ ist, $\text{Const.} = \frac{2fg}{a} (b^2 + nc^2)$,

Da in beiden Fällen die Hülfsfeder nur von B bis Q auf die Unruhe wirkt, sie folglich auf dem

und also $v = \sqrt{\frac{2fg}{a} \cdot (b^2 + nc^2 - z^2)}$. Diesen Werth in der Formel $dt = \frac{ds}{v}$ gesetzt, giebt für die Zeit der Schwingung von Q bis R , $d\tau = \sqrt{\frac{a}{2fg}} \times \frac{-dz}{\sqrt{(b^2 + nc^2 - z^2)}}$, folglich $\tau' = \sqrt{\frac{a}{2fg}} \times \text{Arcus Cofinus} \frac{z}{\sqrt{(b^2 + nc^2)}} + \text{Const.}$, und da für $z = d$, $\tau = 0$ seyn muß, $\text{Const.} = -\sqrt{\frac{a}{2fg}} \times \text{Arcus Cofinus} \frac{d}{\sqrt{(b^2 + nc^2)}}$. Also ist die Schwingungszeit auf dem ganzen Bogen QO , für welchen $z = 0$ ist, $= \sqrt{\frac{a}{2fg}} \times \left(\frac{1}{2} \pi - \text{Arcus Cofinus} \frac{d}{\sqrt{(b^2 + nc^2)}} \right) = \sqrt{\frac{a}{2fg}} \times \text{Arc. Sin.} \frac{d}{\sqrt{(b^2 + nc^2)}}$. Und daraus folgt die Aussage des Textes. Setzt man darin $n = 0$, so erhält man die obige Formel für eine einzige Feder, indem dann die Schwingungszeit wird: $\sqrt{\frac{a}{2fg}} \times \left(2 \text{ Arcus Sinus} \sqrt{\frac{c}{2b}} + \text{Arcus Sinus} \frac{d}{b} \right)$, und, da $c = d = b$ ist, diese beiden Bogen zusammengenommen gerade $\frac{1}{2} \pi$ sind. Dieselbe Formel folgt aus der allgemeinen hier entwickelten, wenn man darin $BQ = c = 0$ setzt, da dann die Hülfsfeder gar nicht, sondern allein die Unruhsfeder wirkt. Dann wird der erste Theil

Bogen OE nicht eben so retardirt, wie sie sie auf dem Bogen BO beschleunigt hatte, so übersteht man leicht, daß in diesen Fällen die Bogen BO und OE ungleich seyn, und von der Unruhe in sehr verschiedenen Zeiten durchlaufen werden müssen. Soll der Punkt der Ruhe, O , für eine von mehreren Federn getriebene Unruhe genau in die Mitte des Schwingungsbogens fallen, und sollen nicht bloß der vordere und hintere Theil des Schwingungsbogens, BO , OE , gleich seyn, sondern auch in gleichen Zeiten durchschwungen werden, (wobei allein ein Isochronismus für größere und kleinere Schwingungsbogen statt findet;) so ist schlechterdings noch eine dritte *Stahlfeder* nöthig, der ersten Hülfsfeder in allem gleich und ähnlich, deren Ruhepunkt N , mit dem Ruhepunkte der ersten Hülfsfeder Q , zu entgegengesetzten Seiten des Ruhepunkts der Unruhfeder, O , völlig übereinstimmend liegt, damit diese während des Schwunges von O bis E die Unruhe gerade so retardire, und umgekehrt bei dem Zurückschwingen von E bis O gerade so beschleunige, wie das die erstere Hülfsfeder beim Schwunge von B bis O bewerkstelligte. Ich will die *erste Hülfs-*

gleich o , der zweite, $\sqrt{\frac{a}{2fg}} \propto \text{Arc. Sin. } \frac{d}{b}$, und da

dann $d = b$, und $\text{Arc. Sin. } 1 = \frac{1}{2} \pi$ ist, $\sqrt{\frac{a \pi^2}{8fg}}$, gerade wie vorhin, (S. 157.) Endlich folgt daraus auch die vorige Behauptung für $d = 0$.

feder mit u , die *zweite* mit v bezeichnen. Für jede von beiden nenne ich die Hälfte des Schwingungsbogens BE , von dessen Anfang an sie die Unruhe beschleunigen, die erste Hälfte; und so ist für u BO , für die zweite Feder v hingegen EO die erste Hälfte des Schwingungsbogens; jener beim Schwunge von B bis E , dieser beim Zurückschwingen von E bis B .

Liegen die Ruhepunkte Q , N jeder der beiden Hülfsfedern in den ersten Hälften der Schwingungsbogen, so ist die Zeit der halben Schwingung gerade so, wie sie vorhin, S. 168, bestimmt ist. Liegen dagegen diese Ruhepunkte in den hintern Hälften der Schwingungsbogen, wie in Fig. 4; so wird die Unruhe auf dem Bogen NO durch die vereinte Wirkung *dreier Stahlfedern* getrieben, der Unruhfeder und der ersten Hülfsfeder u , die sie beschleunigen, und der zweiten Hülfsfeder v , die aufgewunden wird, und daher die Unruhe retardirt. Gerade so auch der Bogen QO . Für diesen Fall müssen wir daher über die Schwingungszeit noch eine besondere Berechnung anstellen.

Es sey, wie zuvor, $OD = Qd = Ne = a$; die beschleunigende Kraft der Unruhfeder, wenn sie um diesen Bogen a gedreht ist, $= f$; und die beschleunigende Kraft der beiden völlig gleichen Hülfsfedern bei demselben Drehungsbogen Qd und Ne , wie vorhin $= nf$. Ferner sey $BO = b$, $BQ = c$, und $OQ = ON = d = c - b$; die Zeit, in welcher die Unruhe den Bogen BN , auf welchem sie allein von der Unruhfeder und der ersten Hülfsfe-

der u , (deren Ruhepunkt in der hintern Hälfte des Schwingungsbogens liegt,) getrieben wird, ist schon aus dem Vorigen, (S. 168,) bekannt, und beträgt

$$\sqrt{\frac{a}{(n+1)fg}} \times \text{Arcus Sinus} \sqrt{\frac{(n+1) \cdot (b-d)}{2(b+nc)}}.$$

Zugleich ist die Geschwindigkeit, die sie durch diesen

$$\text{Schwung im Punkte } N \text{ erlangt,} = \sqrt{\frac{2fg}{a} \cdot ((n+1)b^2 + 2nb d - (3n+1)d^2).}^*)$$

Gesetzt nun, die Unruhe habe sich um den Bogen $NR = z$ fortbewegt; so ist alsdann die Spannung der Unruhfeder $OR = d - x$; die Spannung der ersten Hülfsfeder $QR = 2d - x$, und die der zweiten Hülfsfeder $NR = x$. Folglich beträgt, dem vorigen gemäß, im Punkte R die beschleunigende Kraft der Unruhfeder auf den Umfang der Unruhe $+\frac{f \cdot (d-x)}{a}$; die beschleunigende Kraft der

*) Setzt man nämlich in der Formel $v^2 = \frac{2fg}{a} (x(b + cn) - (1+n)x^2)$, S. 167, Anm., unfürm jetzigen Falle gemäß, $c = b + d$ und $x = BN = b - d$, so erhält man die Geschwindigkeit im Punkte N , $v =$

$$\sqrt{\frac{2fg}{a} \cdot ((n+1)b^2 + 2nb d - (3n+1)d^2)}.$$

Und auf dieselbe Art folgt aus der dortigen Formel

$$\tau = \sqrt{\frac{2a}{(n+1)fg}} \times \text{Arcus Sinus} \sqrt{\frac{(n+1)x}{2(b+nc)}}, \text{ die}$$

im Texte angegebene Schwingungszeit von B bis N .

erlten Hülfsfeder u , $+$ $\frac{nf \cdot (2d - z)}{a}$; und die

Kraft der zweiten Hülfsfeder v , $- \frac{nf \cdot z}{a}$: mithin

die gesammte beschleunigende Kraft, die auf die Unruhe in dieser Lage, (wenn sie den Bogen BR durchlaufen hat,) wirkt, $= \frac{f}{a} \cdot (d - z + 2nd$

$- 2nz) = \frac{(2n + 1) \cdot f}{a} (d - z)$; und daher ist die

Zeit, in welcher der Bogen NR durchlaufen wird,

$$= \sqrt{\frac{a}{2(2n + 1)fg}} \times \text{Arc. Sin.} \sqrt{\frac{(2n + 1)d^2}{b^2 + nc^2 - 2nd^2}} \quad *)$$

*) Ist die beschleunigende Kraft $p = \frac{(2n + 1) \cdot f}{a}$

$(d - z)$, und das Differential des Wegs dz ; so ist, den mechanischen Formeln gemäß, $v dv = z \cdot \frac{(2n + 1) f}{a}$

$(d - z) g \cdot dz$, und mithin $v^2 = \frac{(2n + 1) fg}{a} (2dz$

$- z^2) + \text{Const.}$ Und da für $z = 0$, v den in der vorigen Anmerkung bestimmten Werth hat, so hat

auch die *Const.* denselben Werth, und es ist v^2

$$= \frac{fg}{a} \cdot ((2n + 1)(2d - z)z + 2(n + 1)b^2$$

$+ 4ndb - (6n + 2)d^2)$. Da nun $d\tau = \frac{dz}{v}$ ist, so folgt, wenn man diesen Werth für v setzt, dann integrirt, und in dem Integral $z = d$ setzt, die Zeit, in welcher der Bogen NO durchlaufen wird, =

Folglich ist die *halbe Schwingungszeit der Unruhe* bei dieser Einrichtung, oder die Zeit, in welcher der Bogen *BO* durchschungen wird, =

$$\sqrt{\frac{2a}{(n+1)fg}} \times \text{Arcus Sinus} \sqrt{\frac{(n+1)(b-d)}{2b+2nc}} + \sqrt{\frac{a}{2(2n+1)fg}} \times \text{Arc. Sin.} \sqrt{\frac{(2n+1)d^2}{b^2+nc^2-2nd^2}}.$$

Unruhe in MUDGE's Zeithaltern.

In Mudge's *Zeithaltern* durchschwingt die Unruhe ihre halben Schwingungsbogen *BO* und *OE*, mittelst der vereinten Wirkung zweier Stahlfedern, der eigentlichen Unruhfeder,*) und einer Hülfsfe-

$$\sqrt{\frac{a}{(n+1)fg}} \times \text{Arc. Sin.} \sqrt{\frac{(2n+1)d^2}{b^2+n(b+d)^2-2nd^2}},$$

welches die Formel des Textes ist, darin *c* statt *b+d* gesetzt.

Daraus folgt, daß, wenn bei dieser Einrichtung die Unruhe vom Punkte *N* zu schwingen anfängt, (da denn *ON* = *OB* oder *d* = *b*, und *BQ* = *2BO*, oder *c* = *2b* ist, mithin der Bogen, der in der gefundenen Formel vorkommt, gleich *Arc. Sin.*

$$\sqrt{\frac{(2n+1)d^2}{d^2+n \cdot + d^2-2nd^2}} = \text{Arc. Sin. } 1 = \frac{1}{2}\pi \text{ wird;}$$

die halbe Schwingungszeit $\sqrt{\frac{a\pi^2}{8 \cdot (2n+1)fg}}$ beträgt.

Die Schwingungszeit der Unruhe ist also in diesem Falle für jeden Abstand der Ruhepunkte *O* und *N* gleich groß.

*) Eigentlich - zweier Unruhfedern, die aber vereint völlig so als eine einzige wirken, und die ich

der. Der Ruhepunkt dieser beiden Federn fällt in O zusammen; beide werden bei jedem Schwunge um denselben Bogen OB oder OE gedreht, und beide wirken daher gerade so, als eine einzige Stahlfeder, welche mit beiden zusammengenommen einerlei Stärke hat. Die Schwingungen der Unruhe, die durch sie getrieben wird, sind daher für alle Schwingungsbogen, große und kleine, völlig isochronisch;*) und wenn man die vereinte Kraft beider Federn, die um den Bogen $OD = a$ gedreht sind, $f + nf = F$ setzt, so ist die halbe Schwingungszeit

$$= \sqrt{\frac{a\pi^2}{8(n+1) \cdot fg}} = \sqrt{\frac{a\pi^2}{8Fg}}. **)$$

Falls aber der Ruhepunkt der Hilfsfeder von dem der Unruhfeder um einen kleinen Bogen $OQ = ON$ abweicht; so entsteht dadurch eine andere Schwingungszeit, und eine Abweichung im täglichen Gange des Zeithalters, die sich nicht anders berechnen läßt, als wenn die Entfernung der Ruhepunkte der Stahlfedern von einander schon bekannt ist. Das ist eine Bedingung, die allen vorhergehenden Rechnungen zum Grunde liegt; Rechnungen, die wir nun anwenden wollen, um daraus einige Fragen zu beantworten, welche

hier deshalb nur als eine einzige Feder betrachte.
Atw,

*) S. S. 160.

**) Oder auch $= \sqrt{\frac{\pi^2 r c^3}{8 F \cdot g \cdot 180^3}}$. S. S. 158.

sich uns bei Betrachtung der *Construction von Mudge's Zeithaltern* darbieten.

Eine in das genaueste Detail eingehende Beschreibung dieser sinnreichen Erfindung würde in diesen theoretischen Untersuchungen am unrechten Orte stehen, da, um die Anwendung dieser Untersuchungen auf Mudge's Kunstwerk gehörig zu verstehen, es völlig hinreichend ist, mit wenigen Worten die Vorrichtung anzugeben, wie die verschiedenen Stahlfedern in einander und auf die Unruhe wirken.

In Fig. 5 stellt *ONEBQ* den Umfang der Unruhe vor, welche, von einer doppelten Stahlfeder getrieben, um die Achse *CA, DH* schwingt. Diese Achse der Unruhe geht durch den Mittelpunkt *C* des obern Kreises, und ist von *A* bis *D*, (um den andern Theilen Spielraum zu geben,) unterbrochen. Ein Bügel oder Knie *AXYD* verbindet den obern und den untern Theil der Achse mit einander. *XY* ist genau der Achse der Drehung *AD* parallel, und in *L* und *Z* sind an den horizontalen Armen des Bügels zwei Stäbchen *LM, ZW* parallel mit *XY* angebracht. Um diesen mit schwingenden Theilen an der Unruhe das Gleichgewicht zu halten, dient das Gegengewicht *t*, durch welches der Schwerpunkt der ganzen Unruhe in die Achse der Bewegung gebracht wird.

Ferner stellen *c, d, e, f, g, r, s* feste Theile der Maschine vor, welche im Gerippe unverrückbar befestigt sind. *TR* und *FS* sind zwei Achsen,

Achsen, die genau in der geraden Linie $CADH$ stehen, und an welche Arme GO , IO rechtwinklig befestigt sind, so daß sie sich zugleich mit diesen Achsen bewegen. Die kleinen Hülsfedern u und v , welche an diesen Achsen fest sitzen, sind nach entgegengesetzter Richtung, die obere von der Linken zur Rechten, die untere von der Rechten zur Linken, gewunden, und werden aufgewunden, jene, wenn sich die Achse TR so dreht, daß der Arm GO den Bogen Oh , diese, wenn sich die Achse FS so dreht, daß der Arm IO den Bogen Ok beschreibt. Endlich tragen die beiden Achsen noch die gekrümmten Lappen p und q , an welche, dicht bei der Achse, die Zähne des Steigrads lm , an jenen stets der oberste, an diesen der unterste, abwechselnd anfallen. Indem diese Zähne durch die Kraft der Hauptfeder in der Uhr gegen die concave Fläche der Lappen getrieben werden, bewegen sich diese mit ihnen fort, und drehen die Achsen so, daß die Hülsfedern u , v aufgewunden, und die Arme GO , IO durch die Bogen Oh , Ok bewegt werden. Ein kleiner Ansatz am äußern gekrümmten Ende der Lappen p , q hält den Zahn auf, wenn die Arme einen Bogen von ungefähr 27° durchlaufen haben, und also auch die Hülsfedern um einen Winkel OGh und $OIk = 27^\circ$ aufgewunden sind. Die Achse des Steigrads no liegt mit CO genau parallel, und die Buchstaben am Umfange der Unruhe und an den Bogen Oh , Ok stimmen so mit einander überein, daß die selben Buchstaben, z. B. O , oder Q , N , k , h , die

Lage der Theile für einerlei Stand der Unruhe bezeichnen.

Man letze, die Hauptfeder, welche das Werk treibt, sey nicht aufgezogen, und auch die Unruhe sey in der Lage, welche Fig. 5. darstellt, ohne Bewegung in ihrem Ruhestande, wobei AX mit dem Halbmesser durch den Ruhepunkt O der Unruhsfeder parallel sey. Fallen die Ruhepunkte der Hülfsfedern mit dem Ruhepunkte für die Unruhsfeder zusammen; so sind dann auch die Arme GO , IO mit CO parallel, und berühren die Stäbchen LM und ZW . In dieser Lage bleibt alles, bis die Hauptfeder aufgezogen wird. Dann aber setzt diese Feder das Steigrad in Bewegung; und indem ein Zahn desselben an einen der beiden Lappen, z. B. an den obern p , anfaßt, und ihn fortzieht, wird der Arm GO in die Lage Gh gedreht, und in dieser gehalten, so lange der Zahn des Steigrads, durch den Ansatz am Ende des Lappens, in seiner Bewegung gehemmt wird. Durch diese Bewegung ist die Hülfsfeder u gespannt worden, nicht aber die Unruhsfeder, da sich der Arm von O nach h vom Stäbchen LM abwärts bewegt, ohne ihn mitzunehmen. Die Unruhe bleibt folglich dabei noch in Ruhe, wofern sie nicht durch einen Anstoß in Bewegung gesetzt wird. Und dann läßt sie sich um den Bogen OB drehen, der, nach Mudge's Vorrichtung, ungefähr 135° beträgt.

Bei dieser Bewegung gehen der Bügel $AXFD$ und die Stäbchen LM und ZW mit herum. Der erstere faßt, wenn die Unruhe um den Winkel OGh

$= 27^\circ$ nach B zu gedreht ist, den Arm Gh , und dreht zugleich mit ihm die Achse TR , den Lappen p und die Hilfsfeder u nach um 108° in' der Richtung Oh weiter. Dadurch wird der Ansat $\ddot{u}$ am Lappen p so gedreht, da $\ddot{s}$ der Zahn des Steigrads, der daran liegt, frei wird. *) Sogleich geht das Steigrad fort, und nun schla $\ddot{g}$ t der unterste Zahn desselben an den Lappen q , windet dadurch die Hilfsfeder v auf, und dreht zugleich den Arm IO um den Winkel IOK von 27° , da dann der Zahn an den Ansat $\ddot{u}$ dieses Lappens kommt und durch denselben ebenfalls gehemmt wird. Alles dieses geschieht, w $\ddot{a}$ hrend die Unruhe ihren Schwung von h bis B vollendet. Ist sie bis B gekommen, so ist zugleich die erste Hilfsfeder u um einen Winkel von 155° gedreht, (n $\ddot{a}$ mlich um 27° durch die Kraft der Hauptfeder, welche die Uhr treibt, und um 108° durch die Unruhe, welche den Arm GO bei ihrem Schwingen mitnahm,) und nun wird also die Unruhe den Bogen BO hindurch, mittelst der vereinten Kraft beider Federn, der Unruhfeder und der Hilfsfeder u , zur $\ddot{u}$ ckgetrieben. Genau bis zum Ruhepunkte O beschleunigen diese beiden Kr $\ddot{a}$ fte die Bewegung der Unruhe; $\ddot{u}$ ber O hinaus w $\ddot{u}$ rden beide sie sogleich retardiren, welches aber bei der Hilfsfeder u , wegen der Lage des Arms GO gegen den Stift LM , nicht angeht. Daher wird die Unruhe, indem sie von O bis E fortschwingt, w $\ddot{a}$ hrend der ersten 27° ,

*) S. S. 182, Anm.

d. i. auf den Bogen Ok , lediglich von der Unruhfeder retardirt.

Hat sich aber die Unruhe über O hinaus bis k bewegt, so schlägt nun der untere Stift ZW gegen den Arm Ik , den er in der Richtung Ok noch 108° weit mit sich herum dreht, und dadurch die zweite Hülfsfeder v aufwindet. Nur auf diesen Bogen kE wird daher die Unruhe von 2 Federn, (der Unruhfeder und der Hülfsfeder v ,) retardirt. Während dieses Schwunges wird der Zahn des Steigrads, den der Lappen q hemmte, frei, das Steigrad geht fort, der oberste Zahn schlägt an den Lappen p und windet durch diesen wieder die obere Hülfsfeder u um einen Winkel von 27° . Dieses geschieht, während die Unruhe bis E kommt. Hier hört ihre Schwingung nach der Richtung OE auf, und sie wird von E nach O wieder durch die vereinte Wirkung der Unruhfeder und der untern Hülfsfeder v zurück beschleunigt, bis sie im Punkte O ankommt. Und so geht das Spiel ununterbrochen fort, so lange die Hauptfeder der Uhr aufgezogen bleibt.

Man sieht, daß bei dieser Art von Hemmung die Hauptfeder des Uhrwerks der Unruhe keinen Anstoß und nicht die mindeste Bewegung mittheilt, dafür aber einen Theil der Kraft aufhebt, welche ohnedies die Unruhe auf der zweiten Hälfte der Schwingungsbogen retardiren würde; und hierdurch erhält sie die Unruhe bei gleichen Schwingungsbogen. Denn die Unruhe kann nun den Ueberschuß von Kraft, mit dem sie die hintern Schwin-

gungsbogen durchläuft, dazu verwenden, die Friction und andern unregelmässigen Widerstand dabei zu überwinden, der ohnedies ihre Bewegung allmählig verringern und hemmen würde; eine sinnreiche Anordnung, worauf hauptsächlich der Vorzug von Mudge's Echappement beruht.

Die Verminderung der die Unruhe retardirenden Kraft ist, in so fern sie von der Hauptfeder des Uhrwerks abhängt, und diese stark genug ist, die Hilfsfedern um den beständigen Winkel $OGH = OCK$ zu drehen, hierbei beständig fast von einerlei Grösse. Denn was den Einfluß von Hitze und Kälte auf die Hilfsfedern betrifft, so wird dieser mittelst der Compensation, welche an der Unruhe angebracht ist, aufgehoben. Daher ist die erhaltende Kraft, vermöge der die Bewegung der Unruhe fort dauert, stets und unverändert dieselbe. Gewöhnlich hält man dieses für einen wesentlichen Umstand im Baue der Taschenuhren; und so viele scharfsinnige Künstler darüber gesonnen haben, so ist doch wahrscheinlich Mudge der erste, dem dieses im ganzen Umfange geglückt ist.

Endlich hat Mudge's Anordnung auch noch den Vortheil, daß die Unruhe von dem Räderwerke der Maschine völlig abgefordert ist, und frei für sich schwingt. Nur in dem Augenblicke, wenn der Lappen von dem Zahne des Steigrads abgedreht wird, findet zwischen der Unruhe und dem Steigrade eine Verbindung statt, sonst gar nicht, und

diese Verbindung dauert nur einen Augenblick. *) Auch wird der Druck des Zahns gegen den Ansatz des Lappens schon zuvor durch die Gegenwirkung des andern Lappens auf den gegen über stehenden Zahn des Steigrads vermindert; eine Wirkung, die ihren Anfang nimmt, kurz ehe der erste Zahn von seinem Lappen frei wird. Dadurch wird der Zahn leichter gelöst, und dieses trägt mit dazu bei, der Maschine einen leichten Gang zu verschaffen.

*) Nach einem Versuche an einem sehr genau gearbeiteten Modelle von Mudge's Vorrichtung, durchläuft die Unruhe einen Bogen von ungefähr 8° , während sie einen Zahn, der vom Ansätze an einem der Lappen gehemmt ist, losdreht; und allein während dieses Theils ihres halben Schwingungsbogens ist sie mit dem Steigrade und dem Räderwerke der Maschine in Verbindung. Sobald der Zahn abgedreht ist, durchschwingt sie noch frei und ungehindert einen Bogen von 108° , bevor der zweite Lappen sich zu bewegen anfängt. Nun durchschwingt, nach der Berechnung S. 158, die Unruhe einen Bogen Bh von 116° in 0,09101 Sekunden, hingegen einen Bogen von 108° , von B an gerechnet, in 0,08718, mithin die 8° , während deren sie mit dem Steigrade in Verbindung ist, in 0,00383 Sekunden, d. h. ungefähr in $\frac{1}{260}$ Sekunde mittlerer Zeit. — Denkt man sich daher die Zeit einer halben Schwingung der Unruhe, (0,1 Sek.,) in 100 gleiche Theile oder physische Augenblicke getheilt; so durchschwingt die Unruhe während der 91 ersten dieser Zeittheilchen den Bogen Bh von 108° , vom Ende ihrer Schwingungen bis an den

Anwendung der vorigen Berechnungen auf MUDGE's Zeithalter.

Die erste Frage, die sich aus den vorigen Berechnungen leicht beantworten läßt, ist: „welche Veränderungen im täglichen Gange des Zeithalters entstehen können, wenn die Punkte der Ruhe, der Unruhefeder und der Hilfsfedern, es sey durch eine zufällige Störung, oder vermöge der anfänglichen Einrichtung, nicht genau in dieselbe Ebene, senkrecht auf die Unruhe und die Federn, zusammenfallen.“ Die Antwort darauf wird verschieden ausfallen, je nachdem die Ruhepunkte der Hilfsfedern Q , N , die um den gegebenen Bogen OQ , ON vom Ruhepunkte der Unruhefeder abstehn, in der ersten oder in der zweiten Hälfte des Schwingungsbogens der Unruhe liegen.

Gesetzt, die Ruhepunkte aller Federn fallen in einer Ebene senkrecht auf die Unruhe zusammen, die Unruhe habe 1 Zoll im Halbmesser, und der Zeithalter sey *auf mittlere Zeit ajustirt*, so daß er in jeder Sekunde 5 Schwingungen macht; so be-

Arm Gh , der mit dem hemmenden Lappen an einerlei Achse sitzt; Während der 4 folgenden Augenblicke wird der Zahn gelöst, und während der 5 letzten durchläuft die Unruhe die übrigen 19° ihres halben Schwingungsbogens bis O . Folglich schwingt sie während 96 Hundertel jeder Schwingungszeit völlig frei und unverbunden mit dem Räderwerke.

Atwood.

trägt die Kraft, welche die Unruhe, wenn sie um 90° gedreht ist, zu beschleunigen strebt, $1,00408926$ von der Kraft der Schwere, als unsrer Krafteinheit, (siehe S. 160.) Nun ist, nach den Erkundigungen, die ich bei Mudge eingezogen habe, jede der beiden Hilfsfedern $\frac{1}{2}$ mal so stark als die Unruhfeder. Bedeutet daher f die beschleunigende Kraft der um 90° gedrehten Unruhfeder, so ist die Kraft der eben so gedrehten Hilfsfeder $\frac{1}{2}f$, und also $f + \frac{1}{2}f = 1,00408926$, mithin $f = 0,9562754$, und $\frac{1}{2}f = 0,0478138$. Und bei dieser Anordnung geht der Zeithalter genau nach mittlerer Zeit. *)

Nun aber werde der Ruhepunkt Q der Hilfsfeder u um einen Bogen OQ von 1° , vom Ruhepunkte der Unruhfeder entfernt, und zwar so, daß er in

*) Liefse man die Unruhe allein durch die Kraft der beiden Hilfsfedern schwingen, und nähme die Unruhfeder indess ab, so fände sich, aus der Formel

$$\text{für die halbe Schwingungszeit} = \sqrt{\frac{\pi^2 r c^2}{8 F g \cdot 180^\circ}},$$

wenn man darin $F = 0,0478138$ setzt, die halbe Schwingungszeit der Unruhe $= 0,45825$ Sekunden, und in einer Minute würde der Zeithalter dann nur

$$\frac{60}{4,5825} = 13 \text{ Sekunden Zeit weisen. Der Graf}$$

Brühl fand durch einen Versuch $12''$, welches, bei der Ungewisheit des Verhältnisses der Kraft beider Federn, über alle Erwartung zusammenstimmt.

Atwood.

die erste Hälfte des Schwingungsbogens falle, (Fig. 3;) so ist die Zeit der halben Schwingung auf BO anders wie vorhin, und nicht mehr 0,1 Sekunden, sondern vielmehr, nach S. 168, gleich

$$\sqrt{\frac{2a}{(n+1)fg}} \times \text{Arc. Sin.} \sqrt{\frac{(n+1)c}{2(b+nc)}} + \sqrt{\frac{a}{2fg}} \times \text{Arc. Sin.} \frac{d}{\sqrt{(b^2 + nc^2)}}.$$

Nun ist in diesem Falle

$$\left. \begin{aligned} a &= 90^\circ = 1,5707963 \\ b &= 135^\circ = 2,3561945 \\ c &= 134^\circ = 2,3387412 \\ d &= 1^\circ = 0,0174533 \end{aligned} \right\} \text{ in Theilen des Halbmessers}$$

$$g = 193 \text{ engl. Zoll; } n = \frac{1}{25} \text{ und } f = 0,9562754;$$

folglich, logarithmischen Rechnungen gemäß,
 der erste Theil dieser Formel = 0,09955070 Sek.
 der zweite Theil dieser Formel = 0,00047174 —

also die Zeit der halben Schwingung auf BO = 0,10002244 Sek

Weicht daher der Ruhepunkt N der zweiten Hölfsfeder eben so weit nach der entgegengesetzten Seite von O ab, so daß $OQ = ON$ ist, so zeigt die Uhr in 24 Stunden mittlerer Zeit nur $\frac{24^{\text{St.}}}{1,0002244}$ = 23^{St.} 59' 40",6; und das giebt eine Veränderung im täglichen Gange der Uhr von — 19",4 mittlerer Zeit.

Diese Verſpätung“ würde jedoch nur dann für eine Unregelmäßigkeit im Gange der Uhr zu achten ſeyn, wenn die Ruhepunkte der Hilfsfedern während des Ganges durch einen Zufall auf dieſe Art aus der ſenkrechten Ebene mit dem Ruhepunkte der Unruhfeder verrückt würden. Wenn man ſie gleich anfangs mit Fleiß ſo ſtellt, ſo wird dieſer Abweichung durch das Ajuſtiren abgeholfen, und der Gang des Zeithalters auch bei dieſer Anordnung leicht auf mittlere Zeit gebracht. Allein, dann bleibt der tägliche Gang, wenn die Größe des halben Schwingungsbogens der Unruhe ſich ändert z. B. von 135° bis auf 125° abnimmt, einer Veränderung unterworfen; und dieſe iſt es, worauf bei dieſer Einrichtung der Mangel des Iſochronismus beruht. *) Alsdann iſt $b = 125^\circ = 2,1816616$ und $c = 124^\circ = 2,1642083$; und dieſe Werthe in die vorige Rechnung geſetzt, giebt den erſten Theil der Formel $= 0,09951472$; den zweiten $= 0,00050949$; alſo die halbe Schwingungszeit auf $BO = 0,10002421$, und in 24 Stunden eine Zeit von $\frac{24^{\text{St.}}}{1,0002421} = 23^{\text{St.}} 59' 59'', 08$; alſo eine tägliche Veränderung des vorigen Ganges von $- 1'', 52$, die daraus entſpringt, daß der halbe Schwingungsbogen in dieſem Falle um 10° abgenommen hat.

*) Siehe Seite 175.

Wird der Ruhepunkt der Hülfsfedern um eben so viel, das heisst, um $OQ = 1^\circ$, (Fig. 4,) nach der hintern Hälfte des Schwingungsbogens, oder nach E zu verrückt; so folgen entgegengesetzte Wirkungen. Statt dass im vorigen Falle der tägliche Gang des Zeithalters bei unveränderlicher Grösse des Schwingungsbogens, und zugleich auch bei abnehmender Grösse des Schwingungsbogens retardirt wurde; so wird er jetzt unter beiden Umständen beschleunigt. Denn nunmehr, (S. 168), ist die Zeit

$$\text{der halben Schwingung } BO \text{ gleich } \sqrt{\frac{2a}{(n+1)fg}} \times \\ \text{Arc. Sin. } \sqrt{\frac{(n+1)(b-d)}{2(b+nc)}} + \sqrt{\frac{a}{(2n+1)2fg}} \\ \times \text{Arc. Sin. } \sqrt{\frac{(2n+1)d^2}{b^2+nc^2-2nd^2}}; \text{ und setzt man}$$

darin die ersten der vorigen Werthe, und jetzt $c = 136^\circ = 2,3756478$, so erhält man als halbe Schwingungszeit auf BO , $0,09950617 + 0,00047141 = 0,09997758$ Sekunden. Der Zeithalter durchläuft dann also in 24 Stunden mittlerer

$$\text{Zeit, } \frac{24^{\text{St.}}}{0,09997758} = 24^{\text{St.}} 0' 19'' 38, \text{ eilt also}$$

um $19'' 38$ in 24 Stunden vor. — Und setzt man $b = 125^\circ$, $c = 126^\circ$; so findet sich diese halbe Schwingungszeit $0,09946662 + 0,00050912 = 0,09997574$ Sekunden; folglich der tägliche

$$\text{Gang des Zeithalters } \frac{24^{\text{St.}}}{0,09997574} = 24^{\text{St.}} 0' 20'' 91,$$

und also eine Voreilung gegen den vorigen Gang

von 1",53, bei Verminderung des halben Schwingungsbogens von 155° auf 125°. *)

Bei Mudge's Anordnung wird zwar die Unruhe auf dem Bogen *Nk* nicht von der zweiten Hilfs-

*) Stehn die Ruhpunkte der Hilfsfedern vom Ruhpunkte der Unruhfeder um 1° ab, so gehören zu folgenden halben Schwingungsbogen folgende Veränderungen im täglichen Gange des Zeitalters, wenn dieser bei zusammenfallenden Ruhpunkten auf mittlere Zeit ajustirt ist:

halbe Schwingungs- bogen	tägliche Veränderung im Gange der Uhr, wenn der Ruhpunkt der Hilfsfedern liegt in des Schwin- gungsbogens	
	erster Hälfte	zweiter Hälfte
135°	— 19", 4	+ 19", 38
125°	— 20", 92	+ 20", 91
60°	— 44", 33	+ 43", 6
10°	— 4' 24", 24	+ 4' 23", 6

Will man bloß in der Absicht, um die Schwingungen der Unruhe isochronisch zu machen, Hilfsfedern hinzufügen, so möchte es rathsam seyn, die Ruhpunkte weiter als um 1° aus einander zu rücken. Gefetzt, ihr Abstand sey 10°, der Schwingungsbogen 450°, und die Unruhe mache 4 Schwingungen in einer Sekunde; so würden zwei Hilfsfedern, die jede $\frac{1}{4}$ stel so stark als die Unruhfeder ist, oder vielleicht sogar Eine verhältnißmäßig stärkere Hilfsfeder hinreichen, den Mangel an Isochronismus in der Unruhfeder zu compensiren.

Atwood.

feder ν retardirt; wie das die beiden Formeln, nach denen wir gerechnet haben, voraussetzen: allein diese retardirende Kraft wird durch die Friction ersetzt, daher die Rechnung dessen ungeachtet genau bleibt.

Die Lage der Arme GO und IO , wenn sie ruhen; bestimmt die Lage der Ruhepunkte der Hilfsfedern; so wie die Lage des Bügels $AXFD$ und der darin befestigten Stäbchen LM , ZW die Lage des Ruhepunkts der Unruhfeder. Ist daher das Werk so ajustirt, daß im Ruhestande die Arme GO , IO die Stäbchen LM , ZW berühren, so fallen die Ruhepunkte aller Federn in einer senkrechten Ebene durch O zusammen, und so sey das Werk für 5 Schwingungen der Unruhe in 1 Sekunde auf mittlere Zeit ajustirt. So lange alles in dieser Lage bleibt, giebt es keine Veränderung im täglichen Gange des Zeithalters.

Verrückt man aber die Lage der Arme GO , IO so an ihren Achsen TR , FS , daß im Ruhestande des Werks die senkrechte Ebene durch sie, mit der Ebene durch den Bügel und durch O die Winkel $OGQ = OIN$ machen; so stehn die Ruhepunkte der Hilfsfedern um eben diesen Winkel vom Ruhepunkte der Unruhfeder ab, und zwar, wenn Q nach B , und N nach E zu liegt, in der ersten Hälfte der Schwingungsbogen. Betragen diese Winkel 1° , und der halbe Schwingungsbogen 135° ; so retardirt nun der Zeithalter in $2\frac{1}{4}$ Stunden mittlerer Zeit

um $19'',4$; und nimmt überdies der halbe Schwingungsbogen um 10° ab, so retardirt er um $20'',92$, so daß die Veränderung im täglichen Gange, wegen dieses verminderten Schwingungsbogens, $1'',52$ beträgt.

Dreht man die Arme entgegengesetzt, so daß der obere GO , wenn ihn der Stab LM nicht daran hinderte, in die Lage GN , und der untere in die Lage GQ kommen würde; so drücken beide gegen die Stäbchen LM , ZW , wenn $GN = GO = 1^\circ$ ist, gleich stark, und deshalb bleibt der Bügel unverrückt. Bei dieser Anordnung liegt der Ruhepunkt der obern Hilfsfeder u bei N in der letztern Hälfte OE des Schwingungsbogens, und eben so der Ruhepunkt der untern Hilfsfeder bei Q in der letzten Hälfte OQ des zweiten Schwingungsbogens. Mithin wird bei dieser Anordnung, falls die Unruhe Bogen von 135° schwingt, der Zeithalter um $19'',38$; und wenn der halbe Schwingungsbogen bis auf 125° vermindert wird, selbst um $20'',92$ in 24 Stunden von der mittlern Zeit vorrücken; folglich im letztern Falle seinen täglichen Gang um $1'',54$ gegen den erstern beschleunigen.

Und diese Resultate bleiben im Ganzen, (wiewohl nicht in den einzelnen Zahlbestimmungen,) dieselben, wenn gleich das Gesetz für die elastische Kraft der Federn ein wenig von den zum Grunde gelegten abweichen sollte.

Man sieht hieraus, dafs, obgleich auf den Gang von Mudge's Zeithaltern die Lage der Arme 60, 10, wenn das Werk ruht, von wesentlichem Einflusse ist, dieses doch keine Störung im regelmässigen Gange des Zeithalters hervorbringt, wofern nur ihre Lage unverändert bleibt und der Schwingungsbogen der Unruhe einerlei Gröfse behält. Wird aber dieser Bogen vermindert, so eilt der Zeithalter vor, oder bleibt zurück, je nachdem die Ruhepunkte der Hilfsfedern in der hintern oder in der vordern Hälfte ihrer Schwingungsbogen liegen, (letztere für die gerechnet, während der sie die Unruhe beschleunigen.) Und auch in diesem Falle, wenn durch irgend einen Umstand die Gröfse des Schwingungsbogens sich ändern, und dadurch im täglichen Gange des Zeithalters eine Veränderung entstehn sollte, ist es bei Mudge's Anordnung leicht, eine solche Abweichung zu corrigiren. Denn je nachdem sich aus zuverlässigen Versuchen findet, dafs zu gröfsern Schwingungsbogen der Unruhe eine kürzere oder eine längere Schwingungszeit, als zu kleinern Schwingungsbogen gehört; *) mufs, wenn sich der Schwingungs-

*) Welches von beidem der Fall ist, darüber sind die Künstler keinesweges einig. Harrison glaubte, „es sey natürlich, dafs längere Bogen in kürzerer Zeit durchschwungen würden;“ nach Ludlam's Bericht an die Längen-Commission über Harrison's Uhr, „steht dieses aber mit der allgemein

bogen der Unruhe verringert, der Zeithalter in seinem täglichen Gange zurückbleiben oder voreilen. Man drehe daher nur, bei unveränderter Lage der Lappen, die Arme *GO*, *IO*, (und mithin die Ruhepunkte, der Hilfsfedern,) im erstern Falle nach den hintern, im letztern nach den vordern Schwingungsbogen der Hilfsfedern zu, so wird dadurch endlich diese

Ver-

angenommenen Meinung der Physiker und Künstler im Widerspruche.“ Dagegen versichert Berthoud, „sich durch sichere Versuche überzeugt zu haben, daß die Unruhe, die, von einer Feder getrieben, frei hin und her schwingt, große und kleine Bogen nicht isochronisch, sondern die längern in kürzerer Zeit durchschwingt.“ — Diese widersprechenden Behauptungen fußen wahrscheinlich auf mangelhafte Versuche, bei denen man nicht auf alles das, wovon die Länge der Schwingungszeit abhängt, Rücksicht genommen hat. Läßt sich doch eine und dieselbe Stahlfeder bald so ajustiren, daß sie die größern, bald so, daß sie die kleinern Schwingungsbogen in kürzerer Zeit zurücklegt, und das nicht bloß dadurch, daß man die Dicke und Stärke der Feder an einigen Stellen ändert, sondern selbst, wie Berthoud behauptet, bei überall gleicher Dicke und Stärke derselben, indem man nur ihre Länge und die Zahl ihrer Windungen ändert. Daß, wie Berthoud sagt, sich dadurch jede Feder völlig isochronisch machen lasse, scheint indess durch keinen triftigen Versuch bestätigt zu seyn.

Atwood.

Veränderung im täglichen Gange des Werks compensirt werden.

Schwingt daher auch die Unruhe, von ihren Federn getrieben, überhaupt nicht, oder wenigstens nicht bei allen Lagen der Ruhepunkte isochronisch; so schadet das dem gleichförmigen Gange des Zeithalters nicht im geringsten, so lange die Grösse des Schwingungsbogens unverändert bleibt. Und verändert sich diese, so giebt es ein unfehlbares Mittel, durch Verschiebung der Ruhepunkte der Hilfsfedern, den Zeithalter bei seinem vorigen Gange unverrückt zu erhalten.