VII. Ueber die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren; von H. Schneebeli in Zürich.

Die folgenden Bestimmungen der Wellenlängen und der Schallgeschwindigkeit verschiedener Töne in Röhren mittelst Interferenzapparate, bildete anfangs nur eine Uebungsaufgabe bei den Arbeiten im physikalischen Laboratorium des hiesigen Polytechnikums, nicht bestimmt zur Veröffentlichung. Da sich indessen ergab, daß die Interferenzmethode bei gehöriger Vorsicht und Uebung so scharfe Resultate liefert, daß durch dieselbe einige noch nicht definitiv erledigte Fragen in Bezug auf die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren ihrer Lösung näher geführt werden können, wurde ich von Hrn. Prof. Kundt veranlaßt, die Versuche fortzusetzen und auszudehnen. Die folgende Mittheilung enthält eine Darlegung der erlangten Resultate.

Hr. Prof. Kundt ¹⁾ hat mit Hülfe der von ihm gefundenen Klangfiguren tönender Luftsäulen die Schallgeschwindigkeit in Röhren von verschiedenem Durchmesser, verschiedener Beschaffenheit der Röhrenwände, bei verschiedenen Wellenlängen, Drucken und Temperaturen einer eingehenden Untersuchung unterworfen.

Bald darauf sind von Hrn. Regnault ²⁾ die Resultate seiner langjährigen Versuche über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Erschütterung in Röhren von verschiedenem Durchmesser und Längen, die er in größern Röhrenleitungen zu Paris angestellt hat, veröffentlicht worden.

In beiden Fällen hat sich ergeben, daß die Schallgeschwindigkeit abhängt von dem Durchmesser der Röhren und zwar, daß sie mit diesem abnimmt.

Für die Erklärung der Verringerung der Schallgeschwin-

1) Bericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom 19. Dec. 1867.

2) *Comptes rendus des séances de l'acad. des sciences* T. LXVI, 3. Feb. 1868.

digkeit ist von Hrn. Prof. Kundt die Ansicht ausgesprochen worden, daß außer der Reibung, die zur Erklärung der bedeutenden Abnahmen allein nicht genügt, ein Wärmeaustausch der tönenden Luftsäule mit der Röhrenwand stattfindet.

Schon im Jahre 1863 ist von Hrn. Helmholtz ¹⁾ der Einfluß der Reibung auf die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren theoretisch untersucht und eine Formel für die Verminderung der Schallgeschwindigkeit in Röhren aufgestellt worden.

In der ausführlichen Mittheilung der Kundt'schen Versuche ²⁾ ist bereits angedeutet, daß die experimentell gefundenen Verringerungen der Schallgeschwindigkeit wesentlich größer waren, als die nach der Helmholtz'schen Formel berechneten.

Von Hrn. Kirchhoff ³⁾ ist sodann theoretisch die Schallbewegung untersucht worden mit der Annahme, daß neben der Reibung noch eine Wärmeleitung stattfindet. Er hat seine Untersuchungen auch auf den Fall ausgedehnt, wo die Schallbewegung in einer cylindrischen Röhre mit kreisförmigem Querschnitt vor sich geht. Derselbe gelangt zu einem Resultate, welches ebenso wie das Helmholtz'sche qualitativ mit den Resultaten des Hrn. Kundt völlig übereinstimmt, in sofern aber von denselben abweicht, als bei engern Röhren eine Proportionalität der Abnahme der Schallgeschwindigkeit mit dem Durchmesser des Rohres, wie sie die theoretische Formel fordert, nicht mehr erkenntlich ist.

Der Plan meiner Versuche ging nun hauptsächlich dahin, zu sehen, ob diese Differenz der Beobachtung und der Theorie eine immer auftretende sey, oder ob sie vielleicht durch gewisse Fehlerquellen der früher benutzten Methode bedingt sey.

1) Verhandlungen des naturhistorisch-medez. Vereins zu Heidelberg, Bd. III 27. Febr. 1863.

2) Pogg. Ann. Bd. CXXXV, S. 337 u. 527.

3) Pogg. Ann. Bd. CXXXIV, S. 177.

Es sollte durch die Versuche außerdem noch besonders ermittelt werden, ob die beobachteten Verkürzungen der Schallgeschwindigkeit in Röhren sich auch bei tiefern Tönen in gleicher Weise, wie bei den früher benutzten höhern, zeige, und ferner sollte auch nochmals der Einfluss der Beschaffenheit der Röhrenwände nachgewiesen werden.

In diesen Annalen Bd. CXXVIII, S. 177 hat Hr. Prof. Quincke eine Anzahl von Apparaten beschrieben, mit denen man leicht und scharf die Interferenz der Schallwellen beobachten kann. Seine Methode besteht kurz darin, dass er zwei Wellenzüge zusammentreffen lässt, die um eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen von einander verschieden sind. Sind die beiden Wellenzüge von derselben Intensität, also von derselben Amplitude, so heben sie sich vollkommen auf. Den Gangunterschied bringt er dadurch zu Stande, dass er entweder die eine Welle einen grössern Weg und zwar um $\frac{2n+1}{2}\lambda$ machen lässt, oder aber, indem er denselben Wellenzug reflectirt und so über sich selbst zurückgehen lässt. Ich benutzte diese letztere Methode und zwar hatten meine Apparate die Form von Fig. 6 Taf. VI, Bd. CXXVIII dieser Annalen.

Auf die beiden Enden eines Glasrohres sind zwei Kautschuckschläuche gesteckt, von denen der eine zu der Tonquelle, der andere ins Ohr des Beobachters geht, so dass dieser den Ton voll und deutlich hören würde. An das Glasrohr ist aber seitlich ein anderes angesetzt, so dass beide zusammen ein sogenanntes τ Rohr bilden. In diesem seitlichen Rohr ist ein Stempel verschiebbar. Der ankommende Ton theilt sich, ein Theil geht in gerader Linie fort, ein anderer geht in das Seitenrohr, wird an dem Stöpsel reflectirt und gelangt dann ebenfalls ins Ohr. Je nach ihrem Gangunterschied verstärken sich nun diese beiden Wellenzüge oder heben sich auf.

Das τ Stück war bei den Versuchen ein Glasrohr, dessen Weite im Lichten, je nach dem zu untersuchenden

Rohre, zwischen 6^{mm} bis 15^{mm} gewählt wurde. Die Röhren, in denen die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden sollte, waren an das Seitenrohr des τ Stücks mit einem Kork luftdicht befestigt.

Der verschiebbare Stöpsel wurde für Glas- und Messingröhren aus Kork gemacht und mit Sammt umklebt und an einem etwa 1^m langen Glasstab befestigt. Auf diesem Maafstab wurde ein Zeichen eingeritzt, mittelst dessen dann an einem festen Metermaafsstabe von Buchsholz die Ableasuren geschahen. In demselben Zimmer, in welchem ich die Versuche anstellte, wurde ein Psychrometer und ebenso ein Barometer aufgestellt, und nach jedem Versuche die Stände derselben registrirt.

Die Beobachtungen geschahen nun in folgender Weise:

Der an das eine Ende des Glas- τ rohres angebrachte Kautschuckschlauch, ging in den Resonanzkasten einer Stimmgabel. Die gebrauchten Stimmgabeln waren von R. König in Paris und zwar:

<i>ut</i> ₄	mit 1024	} einfachen Schwingungen.
<i>sol</i> ₃	» 768	
<i>mi</i> ₃	» 640	

Die Stimmgabeln wurden mit einem Violinbogen angestrichen. Der Ton vertheilt sich im τ rohr und das Resultat beider Wellenzüge geht ins Ohr.

Beträgt nun die Entfernung des Stöpsels von dem Theilpunkt des τ Rohres eine ungerade Anzahl Viertel-Wellenlängen, so nimmt der Ton, der dem Beobachter ins Ohr gelangt, zu einem Minimum ab.

Ich suchte nun in der Röhre zwei und wenn es die Umstände gestatteten auch drei solcher Lagen des Stöpsels, bei denen der Ton ein Minimum war. Der Abstand zwei solcher Lagen des Stöpsels wurde mittelst der Marke an dem festliegenden Maafstab abgelesen. Die Differenz der abgelesenen Zahlen ist direkt die halbe Wellenlänge des Tones. Multiplicirt mit der Anzahl der Schwingungen er-

hält man also die Schallgeschwindigkeit der Luft in dem Rohr.

Untersuchte ich die Schallgeschwindigkeit in weiten Röhren, so betrug, wie schon angegeben, die Weite des τ Stücks, schon um nicht allzuweite Kautschuckschläuche nöthig zu haben, nur etwa 15^{mm}. Wird nun der Stöpsel in dem weiten Rohr bewegt, so entsteht durch das τ Rohr ein Windzug, der die Intensität und damit die gesuchte Wellenlänge im einen oder andern Sinne beeinflusst; hat man nahe das Minimum erreicht, so macht man mit dem Stöpsel freilich nur kleine Bewegungen und der Windzug ist daher nur unbedeutend; um diesen Fehler noch möglichst unschädlich zu machen, suchte ich die Minima das eine Mal durch vorwärtsschieben des Stöpsels, das andere Mal durch rückwärts ziehen. Es zeigte sich bei weiten Röhren in der That, daß beim Hineinbewegen oder Herausbewegen des Stöpsels die Lage des Knotens durchschnittlich etwas verschieden gefunden wurde.

Ich gebrauchte ferner bei Glas- und Messingröhren die Vorsicht, daß ich zuerst die Minima hinten in der Röhre und dann erst das vorderste bestimmte, um den Einfluss der Erwärmung der Röhre durch die Reibung des Stöpsels an den Röhrenwänden auf die zu messende Wellenlänge zu vermeiden.

Diese Vorsicht ist gar nicht außer Acht zu lassen, denn da der Stöpsel luftdicht schließen muß, ist die Reibung oft ziemlich bedeutend, besonders in Messingröhren.

Wenn ein weiteres Rohr an das engere τ Rohr gesetzt wird, so treten bei der plötzlichen Aenderung des Querschnitts Wirbelbewegungen auf. Um diese nach Möglichkeit zu vermeiden, wurde der Uebergang vom engen zum weiten Rohr durch Ausfeilen des Korks zu einem allmählichen gemacht. Wäre aber auch hier eine Störung vorgekommen, so wäre sie jedenfalls ohne direkten Einfluss auf unser Resultat, da ja das erste Minimum immer ziemlich von dem Punkte, wo sich die Röhren des τ Stücks theilen, entfernt war.

Bei der angewandten Methode war nun zunächst jeder Fehler, der durch die Benutzung von Pulver in engern Röhren bei den Versuchen des Hrn. Prof. Kundt vorhanden seyn könnte, vermieden.

Sodann sind die Töne der Stimmgabeln sehr arm an Obertönen und letztere können bei Bestimmung der Interferenzstellen wohl kaum von irgend welchem Einfluß seyn.

Der Umstand, den Hr. Kirchhoff für die Differenz zwischen Theorie und Beobachtung als möglich hinstellt, daß nämlich die Obertöne bei den Kundt'schen Versuchen die Wellenlängen beeinflussten, fällt also bei vorliegenden Versuchen fort.

Mit der beschriebenen Methode habe ich nun die Schallgeschwindigkeit in Röhren von verschiedenem Durchmesser, verschiedenem Material und verschiedener Beschaffenheit der Röhrenwände für die angegebenen Töne untersucht.

Bei einer Bestimmung einer Wellenlänge wurde mit dem verschiebbaren Stöpsel gleich hintereinander zwischen 10 und 20mal die Stelle aufgesucht, bei der ein Minimum des Tones eintrat.

Für alle Wellenlängen sind mehrere solcher Beobachtungsreihen und zwar an verschiedenen Tagen gemacht worden. Um erkennen zu lassen, wie groß die Fehlergrößen der Einstellung des Stöpsels für ein Minimum des Tones sind, gebe ich eine Bestimmung der Wellenlänge von ut_4 , bei der zwei Minima des Tones zu je 21mal eingestellt sind. Die Zahlen sind die direkt auf dem Maafsstabe abgelesenen, also ihre Differenz die halbe Wellenlänge bei dem gegebenen Temperatur- und hygrometrischen Zustand. Die Fehlergrößen der Einstellung waren bei manchen Versuchsreihen kleiner und bei keinem wesentlich größer.

Messingröhre Durchmesser 41,5^{mm}*ut*₄

Lage des Stempels für das

I. Minimum II. Minimum

770	432
766	434
769	435
765	430
769	433
768	430
766	429
767	427
764	430
766	433
773	428
769	431
767	429
765	429
767	434
768	434
770	434
767	434
768	431
770	430
<hr/> 767,8	<hr/> 433
	431,8

daher: $\frac{\lambda}{2} = 336^{\text{mm}}$

Psychrometerstand: 16,6 und 22°

Barometerstand: 718^{mm}

die Schwingungszahl von *ut*₄ ist 1024, daher die Schallgeschwindigkeit bei der Temperatur von 22° und den gegebenen hygrometrischen Zuständen:

$$1024 \cdot 336 = 344^{\text{m}},06.$$

Diese Schallgeschwindigkeit ist auf Null-Grad und trockene Luft zu reduciren. Die Formel, die ich hierzu benutzt habe ist:

$$v_0 = v \frac{\sqrt{1 - 0,38k}}{\sqrt{1 + \alpha t}}$$

wo bedeuten:

α den Ausdehnungscoefficienten der Luft = 0,003665
 t die Temperatur nach dem hunderttheiligen Thermometer
 k das Verhältniß der Spannung des in der Luft vorhandenen Wasserdampfes zu dem gegebenen Barometerstand, also:

$$k = \frac{p}{P}$$

wo p = Spannung des Wasserdampfes
 P = Barometerstand.

Die Spannung des Wasserdampfes wurde aus den psychrometrischen Angaben von August berechnet (*vid.* Schmid's Meteorol. S. 613 bis 615). In unserm Falle ist:

$$k = 0,01529$$

daher ergibt sich:

$$v_0 = 330,27.$$

Auf diese Weise habe ich meine sämtlichen Beobachtungen auf Null Grad und trockene Luft reducirt.

Die Endresultate der Versuche stelle ich in folgender Tabelle zusammen. Alle einzelnen Zahlen sind mit einer Ordnungszahl versehen, um sie bei einer sogleich anzustellenden Gruppierung leicht bezeichnen zu können.

Tabelle I.

Schallgeschwindigkeit in Röhren.

Töne		ut_1		sol_3		mi_3
Schwingungszahl		1024		768		640
Durchmesser der Röhren	No.		No.		No.	

A. Glasröhren.

45mm	1	331,25	5	330,28	9	—
21	2	328,75	6	327,75	9	326,55
12	3	327,12	7	324,51	10	323,66
6,5	4	322,30	8	317,35	11	314,65

Töne		<i>ut</i> ₄		<i>sol</i> ₃		<i>mi</i> ₃
Schwingungs- zahl		1024		768		645
Durchmesser der Röhren	No.		No.		No.	

B. Messingröhren.

41,5 ^{mm}	12	330,27	15	329,18		
29	13	329,12	16	327,97	18	326,34
14	14	325,07	17	323,41	19	320,41

C. Cartonröhren.

90	20	331,20	24	330,31		
45	21	330,38				
24	22	328,82	25	328,14	27	326,63
14	23	326,95	26	326,23	28	322,14

Betrachtet man nun diese Resultate, so ergibt sich zunächst, daß die Schallgeschwindigkeit auch für die hier benutzten Töne abnimmt mit dem Durchmesser der Röhren.

Ein bedeutender Einfluß der Röhrenwand ist hier nicht erkenntlich, die Wände waren aber auch im Innern ziemlich von derselben Glätte. Um den Einfluß der Beschaffenheit der Röhrenwände recht eclatant nachzuweisen, liefs ich eine Cartonröhre machen, die inwendig mit einem rauhen haarigen Wolltuch gefüttert war. Da bei dieser Röhre Stöpsel mit Sammet natürlich nicht angewendet werden konnten, machte ich einen solchen aus Glas und erhielt nun ein Resultat, welches den Einfluß der Röhrenwand ganz außerordentlich erkennen läßt.

Die Versuchsreihe hierfür war:

Tuchröhre Durchmesser: 12^{mm}

nt_4

Lage des Stempels für das

I. Minimum	II. Minimum
766	499
748	498
766	509
771	510
758	516
764	509
760	508
764	514
762	514
761	518
764	561
765	500
759	515
758	503
765	512
766	502
765	505
766	502
767	513
<hr/> 763,6	<hr/> 514
	<hr/> 808

daher ist

$$\lambda = 255,6$$

Psychrometerstand: 18,5 und 14,6

Barometerstand: 720^{mm}

hieraus erhält man nun die Schallgeschwindigkeit bei Nullgrad und trockener Luft

$$v = 253,5^{\text{met.}}$$

Die Angaben für die Minima schwanken in sehr weiten Gränzen, dies rührt daher, daß die Intensität in der Röhre sehr schnell abnahm und daher eine gewisse Unsicherheit

bei Bestimmung der Minima stattfand. Uebrigens ist dies ohne Bedeutung, da dieser Versuch nur darthun soll, wie einen ganz bedeutenden Einfluss die Beschaffenheit der Röhrenwand auf die Fortpflanzung des Schalles ausübt.

Da hier der Werth der Schallgeschwindigkeit noch weit unter den Newton'schen Werth von 270^{met} gesunken ist, so ist klar, dass die Reibung, je nach der Beschaffenheit der Röhrenwand, auch ohne Wärmeaustausch einen bedeutenden Einfluss ausüben kann.

Dass sie indessen nicht allein genügt zur Erklärung der Verringerungen, ergibt sich, wenn man aus den Beobachtungen nach der Formel von Helmholtz

$$v = v_0 \left(1 - \frac{k}{2r\sqrt{\pi n}} \right)$$

wo

v die beobachtete Schallgeschwindigkeit in der Röhre

v_0 die absolute Schallgeschwindigkeit

r den Röhrenradius

n die Schwingungszahl des benutzten Tones

bedeuten, die Reibungsconstante der Luft k berechnet. Während nach Stokes $k = 2,946$ ist, ergeben sich aus unsern Beobachtungen die in der Tabelle II zusammengestellten Werthe von k .

Tabelle II.

Werthe von k aus den Beobachtungen in Röhren von:

	No.	Glas	No.	Messing	No.	Carton
ut_3	2	8,387 ^{mm}	13	10,425	22	9,383
	3	7,125	14	11,825	23	8,833
	4	7,655				
sol_3	6	9,457	16	12,40	25	9,833
	7	9,468	17	12,66	26	8,491
	8	9,990				
mi_1	10	9,616	18	15,83	27	12,43
	11	10,750	19	15,82	28	13,25

Die sämmtlichen Werthe der Tabelle für k sind gegen die von Stokes und ebenso gegen die späteren von O. E. Meyer ¹⁾ wesentlich zu groß.

Nach der Untersuchung von Kirchhoff ist die Formel für die Schallgeschwindigkeit mit Berücksichtigung der Wärmeleitung die gleiche, wie die von Helmholtz mit alleiniger Berücksichtigung der Reibung gefundene, nur dafs in der Constanten γ , die statt k auftritt, auch die Wärmeleitung des Gases enthalten ist.

Der Werth von γ ist bisher numerisch nicht festgestellt und man könnte sich veranlaßt fühlen, unsere Beobachtungen für eine Ermittlung derselben zu nehmen: indess zeigt ein Blick auf die Tabelle II, dafs γ aus unsern Beobachtungen sich nicht constant, sondern als abhängig von der Schwingungszahl ergeben würde. Da die theoretische Formel aber einen constanten Werth fordert, so bleibt also in dieser Beziehung eine zur Zeit nicht zu erklärende Differenz zwischen Theorie und Beobachtung bestehen.

In völliger Uebereinstimmung sind indess die Beobachtungen mit der Theorie, wenn nur die Abhängigkeit der Verringerung der Schallgeschwindigkeit mit dem Durchmesser der Röhre berücksichtigt wird.

Bezeichnet nämlich u_1 und u_2 die Schallgeschwindigkeiten für denselben Ton in Röhren von verschiedenem Durchmesser, so mufs, wenn a die absolute Geschwindigkeit ist, seyn

$$a - u_1 : a - u_2 = r_2 : r_1,$$

woraus folgt:

$$u_1 r_1 - u_2 r_2 = (r_1 - r_2) a$$

und hieraus findet man endlich die absolute Schallgeschwindigkeit:

$$a = \frac{u_1 r_1 - u_2 r_2}{r_1 - r_2}.$$

Es kann also die absolute Schallgeschwindigkeit aus irgend zwei Beobachtungen berechnet werden. In der folgenden Tabelle III ist a die absolute Schallgeschwindigkeit

1) Diese Ann. Bd. 125, S. 000.

der Luft aus je zwei Beobachtungen der Tabelle I berechnet.

Tabelle III.

Absolute Schallgeschwindigkeit aus den Beobachtungen berechnet.

No. 1	combinirt mit	No. 2	ergiebt:	
1	2	3	333,44	
1	4	330,03		
2	3	332,78		
2	4	330,92		
3	4	331,70		
3	4	333,01		
5	6	332,49		
5	7	333,29		
5	8	332,50		
6	7	332,07		
6	8	332,50		
7	8	333,24		
9	10	330,40		
9	11	332,05		
10	11	334,60		
12	13	332,93		
12	14	332,88		
13	14	332,90		
15	16	331,90		
15	17	332,12		
16	17	332,28		
18	19	331,94		
20	21	333,0		
20	22	332,7		
20	23	331,98		
21	22	332,16		
21	23	331,90		
22	23	331,44		
24	25	331,10		
24	26	331,06		
25	26	330,81		
27	28	332,92.		

Im Mittel erhält man 332,06.

Wie man aus dieser Tabelle ersieht, schliessen sich die berechneten Werthe von a einander ziemlich nahe an; es folgt hieraus also, dafs die Abnahme der Schallgeschwindigkeit bei obigen Versuchen wirklich dem Durchmesser der Röhren umgekehrt proportional ist.

Dafs eine solche Proportionalität bei den Kundt'schen Versuchen nicht vorhanden ist, dürfte darauf beruhen, dafs in den engeren Röhren, die Hr. Prof. Kundt benutzt hat, selbst eine sehr kleine Menge von Pulver noch von einigem Einflufs auf die Schallbewegung ist.

Zürich d. 20. Dec. 1868.

VIII. *Ueber den Einflufs der Temperatur auf die Fähigkeit des Wassers, Salze aufzulösen; von A. E. Nordenskjöld.*

Schon i. J. 1819 untersuchte Gay-Lussac die Auflösbarkeit verschiedener Salze (KCl ; NaCl ; K_2S ; Na_2S ; MgS ; BaN ; KN ; KCl) ¹⁾, und lieferte für diese eine graphische Darstellung über das Verhältnifs, welche zwischen der gelösten Salzmenge und der Temperatur stattfindet. Zugleich erklärte er, es sey nicht zu hoffen, durch eine gemeinsame Formel alle diese, wie ein Blick auf seine Tabelle darlegt, sehr verschiedenartige Linien mit einander zu vereinigen. Diese Erklärung scheint spätere Forscher so gänzlich abgeschreckt zu haben, in gleicher Richtung zu arbeiten, dafs sogar die hierher gehörenden Constanten-Bestimmungen, die seit der Veröffentlichung der Abhandlung von Gay-Lussac gemacht worden, an Zahl gering und fast immer höchst unzuverlässig sind. Die nachfolgenden Versuche zur Aufstel-

1) *Gay-Lussac, Premier Mémoire sur la Dissolubilité des sels dans l'eau. Ann. de Chim. et de Phys. T. XI, p. 296.*