**7. Über das Verhältnis
der spezifischen Wärmen $c_p/c_v = k$ in trockener,
kohlendurefreier atmosphärischer Luft als
Funktion des Druckes bei den Temperaturen 0°
und $-79,3^\circ \text{C.}$;
von Peter Paul Koch.**

(Zum Teil gekürzter Abdruck aus den Abhandlungen der Kgl. Bayer.
Akademie der Wissensch. II. Kl. XXIII. Bd. II. Abt. 1907.)

(Hierzu Taf. I.)

Eine im Jahre 1899 veröffentlichte Abhandlung Witkowskis¹⁾ enthält sehr interessante Ergebnisse in bezug auf das Verhältnis der spezifischen Wärmen in atmosphärischer Luft bei den Temperaturen von 0° und rund -79° und Drucken bis 100 Atm. Die vorliegende Untersuchung wurde unternommen auf Veranlassung von Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Röntgen zum Zweck der Ausdehnung auf ein größeres Druckintervall und einer möglichst exakten Nachprüfung.

Den Messungen zugrunde liegt die Beziehung:

$$(1) \quad C = \sqrt{-v^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_\vartheta k}.$$

Dabei ist C die Schallgeschwindigkeit unter den in Betracht kommenden Bedingungen von Druck und Temperatur, $-v(\partial p/\partial v)_\vartheta$ ist der isotherme Elastizitätskoeffizient und v das spezifische Volumen der Luft beim Druck p und der Temperatur ϑ , $k = C_p/C_v$ ist das Verhältnis der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen.

Dieser Gleichung zufolge gliedert sich die vorliegende Arbeit in drei Hauptabschnitte. Im ersten wird die Messung der Schallgeschwindigkeit beschrieben, im zweiten die Bestimmung der Isothermen und im dritten werden die so gewonnenen Werte zur Berechnung von k verknüpft.

1) A. W. Witkowski, Bull. intern. de l'Acad. des Sc. de Cracovie. Mars 1899.

Erster Teil.

Die Schallgeschwindigkeit in atmosphärischer Luft bei Drucken bis 200 Atm. und den Temperaturen 0° und $-79,3^\circ \text{C}$.

Methode.

Die Schallgeschwindigkeit in Luft unter den angeführten Bedingungen von Druck und Temperatur wird in Beziehung gesetzt zu der Schallgeschwindigkeit in Luft von Zimmertemperatur und Atmosphärendruck mit Hilfe der Kundtschen Staubfiguren.

Ein Stahlstab wird an zwei Stellen auf $\frac{1}{4}$ seiner Länge von den Enden eingeklemmt. Longitudinal angerieben veranlaßt er stehende, durch ein leichtes Pulver sichtbar gemachte Wellen, in zwei über seine Enden geschobenen Röhren. Das eine davon (Untersuchungsrrohr) enthält komprimierte Luft von 0° oder -79° , das andere (Kontrollrohr) Luft unter normalen Bedingungen.

Das Verhältnis der Wellenlängen in beiden Röhren gibt das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten.

Versuchsanordnung.

Schallquelle.

Als Schallquelle diente ein Stahlstab *St* (Fig. 1) von 910 mm Länge und 8,2 mm Durchmesser. Er trug an seinen Enden zum Übertragen der Schwingungen an die Luft in den

Fig. 1.

Wellenrohren kreisförmige Stahlplatten von 24 mm Durchmesser und 1,1 mm Dicke hart aufgelötet. Auf ca. $\frac{1}{4}$ seiner Länge von den Enden befanden sich auf der einen Seite eine Messingplatte M_1 (Durchmesser 51 mm, Dicke 5,5 mm) zum Befestigen am Druckzylinder *D*, auf der anderen Seite eine Messinghülse M_2 zum Ansetzen an das Kontrollrohr *K*.

Die richtige Lage von M_1 und M_2 am Stahlstab wurde experimentell ermittelt: Ein Klemmen an dieser Stelle mit einer Zange darf keine merkliche Dämpfung des Longitudinaltones verursachen.

Druckzylinder und Untersuchungsrohr. Kontrollrohr.

Der im Institut vorhandene Druckzylinder war von Ducretet-Paris geliefert.

Er trug einen seitlichen Ansatz S zur Zuführung der Druckluft. Das Festklemmen des Stahlstabes am Zylinder erfolgte mit Hilfe eines Verschlußschraubenstückes V mit viereckigem Kopf und zylindrischer Bohrung durch die am Stahlstab festgelötete Messingplatte M_1 .¹⁾ Abgedichtet wurde durch einen zwischen M_1 und das Auflager des Druckzylinders eingelegten Blei- oder Lederring.

Die Innendimensionen des Zylinders bestimmten die Maße des einzuschubenden Untersuchungsrohres U . Der verfügbare Raum war zylindrisch, 100 cm lang und hatte 34 mm Durchmesser im Lichten. Deshalb waren die Untersuchungsrohre Glasröhren von ca. 80 cm Länge und ca. 30 mm Durchmesser im Lichten. Die Wandstärke betrug etwa 1,5 mm. Die Röhren länger zu wählen, hätte keinen Zweck gehabt, weil der Stahlstab etwas über 22 cm in den Druckzylinder hineinragte. Sie trugen, um ein Herumrutschen zu verhüten, an den Enden Papierstreifen, die bewirkten, daß das Rohr gerade noch mit sanfter Reibung in den Zylinder paßte.

Die Dimensionen der Kontrollrohre waren die gleichen wie bei den Untersuchungsrohren. Sie trugen einen seitlichen Ansatz A zum Durchleiten trockener Luft. Die Befestigung des Stahlstabes am Kontrollrohr und der luftdichte Abschluß des letzteren erfolgte mit Hilfe der Messinghülse M_2 durch einen auf das Kontrollrohr geschobenen Gummiring G_1 und einen über Messinghülse und Kontrollrohr gezogenen Gummischlauch G_2 . Auf der anderen Seite war das Kontrollrohr verschließbar durch einen Gummistopfen.

1) Weil sich das Verschlußstück nicht weit genug einschrauben ließ, um die Platte M_1 selbst zu fassen, war auf diese der in der Figur zwischen M_1 und V angedeutete Messingring aufgelötet.

Druckluftanlage.

Zur Herstellung der Druckluft wurde der im Keller-
geschoß des Instituts aufgestellte Kompressor der Lindeschen
Luftverflüssigungsanlage benutzt (Fig. 2).

Fig. 2.

Von einem 7-pferdigen Elektromotor angetrieben, preßt er die von außen angesaugte Luft in zwei Stufen auf maximal 200 Atm. Die Druckluft tritt durch ein Rückschlagventil R in den Wasserabscheider W , in dem sich der Hauptteil des zum Schmieren der Kompressorstulpen eingespritzten Wassers absetzt. Es wird durch das Ventil H_1 abgelassen. Auf dem oberen Ende des Wasserabscheiders sitzt das zum Messen des Druckes benutzte Federmanometer M von Schäffer und Budenberg, Magdeburg-Buckau. Durch das Ventil H_2 geht die Luft in das mit einem Auslaßventil H_3 versehene Trockenrohr T und durchstreicht in diesem von unten nach oben eine etwa 1 m lange Säule (Durchmesser ca. 7 cm) von feinkörnigem Chlorcalcium und Natronkalk zur Absorption von Wasserdampf und Kohlensäure. Schließlich passiert die Luft ein Schlangengerohr S , das mit einem Kochsalz-Eisgemisch auf rund -25° abgekühlt wird, ebenfalls zum Zweck des Festhaltens von Wasserdampf und geht durch ein mit zwei Ventilen H_4, H_5 versehenes T-Stück und durch ein ca. 25 m langes Kupferrohr zu dem Druckzylinder im zu ebener Erde gelegenen Zimmer des Beobachters.

Vom Ventil H_5 im Keller führt eine Bleileitung zu einem Dreiweghahn H_6 und von dort zu einer Wasserluftpumpe, um die ganze Anlage evakuieren und dann trockene kohlensäurefreie Luft einlassen zu können. Die Dichtungen an Ventilen und Verschraubungen erfolgten durch Leder, Vulkanfaser oder Blei. Letzteres erwies sich als besonders zuverlässig. Es

machte geringe Mühe, in der ganzen Anlage den Druck selbst bei 200 Atm. länger als 1 Stunde innerhalb der Meßmöglichkeit des Manometers von ca. 1 Atm. konstant zu halten.

Temperaturbäder und Temperaturmessung.

Das Kontrollrohr wurde bei den definitiven Versuchen auf Zimmertemperatur gehalten. Der Druckzylinder mit eingeglegtem Untersuchungsrohr befand sich bei den Versuchen der ersten Reihe in schmelzendem Eise, bei denen der zweiten in einem Gemisch von absolutem Alkohol und fester Kohlensäure.

Das Kontrollrohr lag in einem oben offenen Zinkkasten von $93 \times 16 \times 16$ cm. Die Befestigung am Kasten erfolgte durch zwei auf das Rohr aufgeschobene Gummistopfen, die in zwei in den Seitenwänden des Kastens angebrachte Löcher hineinpaßten. Der erwähnte seitliche Ansatz des Kontrollrohres kam außerhalb des Kastens zu liegen. In den Kasten wurde Wasser von Zimmertemperatur eingefüllt. Zur Temperaturbestimmung dienten zwei in ganze Grade geteilte Thermometer, die in zwei am Zinkkasten befestigten Messinghaltern steckten, so daß ihre Kugeln sich dicht neben dem Kontrollrohr befanden.

Bei den ersten Probeversuchen war das Kontrollrohr mit schmelzendem Eis umgeben. Die so erhaltenen Resultate stimmten sehr schlecht untereinander, wie es scheint eine Folge von Luftströmungen, hervorgerufen durch die Temperaturdifferenz zwischen der auf 0° abgekühlten Mitte des Kontrollrohres und den auf Zimmertemperatur befindlichen Enden.

Der Druckzylinder lag für die 0° -Versuche gleichfalls in einem oben offenen Zinkkasten auf zwei Holzstützen. Die Maße des Kastens waren $122 \times 25 \times 25$ cm. In der einen Schmalseite befand sich eine kreisförmige Öffnung, die gestattete, den Druckzylinder, durch einen Gummiring gedichtet, so einzupassen, daß er wenige Millimeter über die Außenseite des Kastens herausragte. So war es auf bequeme Art möglich, von der Außenseite des Kastens her das Untersuchungsrohr in den Druckzylinder einzuführen, den Stahlstab einzusetzen und den Verschlußkopf zuzuschrauben.

Als Alkohol-Kohlensäuretemperaturbad diente ein bedeutend kleineres Gefäß aus drei ineinandergesteckten spiegel-

blanken zylindrischen Weißblechkästen, die voneinander durch zwei Filzlagen thermisch isoliert waren. Die Gefäße waren oben offen und konnten durch einen Blechdeckel geschlossen werden. Der innerste Kasten war 114 cm lang und hatte 15 cm Durchmesser i. L. Der Druckzylinder lag auf zwei entsprechend geformten Holzstützen und war in der eben beschriebenen Art durch die eine Seitenwand des Kühlgefäßes durchgeführt.

Um Klarheit zu gewinnen, ob und in welcher Zeit die Luft im Druckzylinder die Temperatur der umgebenden Bäder annimmt, wurde ein Bolometer eingeführt. Auf ein Glasrohr von 30 mm äußerem Durchmesser und 1,5 mm Wandstärke war ein Gewinde von 0,6 mm Ganghöhe und 32 Windungen eingeztzt und in dieses ein Platindraht von 0,05 mm Dicke, bezogen von Heraeus-Hanau, eingelegt. Der Draht wurde in der üblichen Weise vor und nach dem Aufwickeln elektrisch ausgeglüht. Der Widerstand bei 0° betrug etwa 130 Ohm. Der Draht war vor Beschädigung geschützt durch ein zylindrisch gebogenes Glimmerplättchen, das durch einen aufgeschobenen Messingring gehalten wurde.

Dieses Bolometer B (Fig. 1), das den Stahlstab konzentrisch umfaßte ohne ihn zu berühren, war auf die Platte M_1 aufmontiert, so daß es mit dem Stahlstab als Ganzes in den Druckzylinder eingesetzt werden konnte. Es kam etwa 14 cm von der Platte M_1 entfernt in den Zylinder zu liegen und blieb somit noch etwa 8 cm vom Anfang des Untersuchungsrohres entfernt.

Folgender Weg wurde gewählt, um beide Zuleitungen zum Bolometer voneinander isoliert druckdicht nach außen zu führen:

Der Stahlstab wurde vom Druckzylinder elektrisch isoliert, dadurch, daß M_1 ganz mit isolierendem Material umgeben wurde. Auf der Seite von M_1 , die vom Verschlußstück gefaßt wurde, lag ein Vulkanfiberring F , der Zylindermantel von M_1 war mit einem Hartgummiring H umgeben, und zwischen M_1 und dem Druckzylinderauflager lag ein gefetteter Lederring L , der zugleich als Dichtung diente. Die eine Zuleitung des Bolometers ging zur Messingplatte M_1 . Eine auf die Messinghülse M_2 aufgesetzte Klemmschraube vermittelte

die Weiterleitung nach außen. Die andere Bolometerzuleitung ging zur Bleidichtung *Bl* zwischen der Lederdichtung *L* und dem Auflager. Die Bleidichtung wurde durch Zuschrauben des Verschlußstückes energischst gegen das Druckzylinder-auflager gepreßt und vermittelte einen exakten metallischen Kontakt mit dem Druckzylinder. Die Weiterleitung nach außen erfolgte durch einen an die Außenseite des Druckzylinders angelöteten Draht.

Gang der Versuche.

Mit der beschriebenen Anordnung wurden nach einer Vorversuchsreihe, bei der Kontroll- und Untersuchungsuhr sich auf Zimmertemperatur befanden, und die zur Orientierung diente, zwei Hauptmeßreihen ausgeführt.

Es ist zuerst eine Beschreibung des Arbeitsverfahrens bei der 0°-Reihe gegeben. Dann folgen Bemerkungen über die -79°-Reihe, soweit Abänderungen gegenüber der 0°-Reihe eintreten mußten.

Vorbereitung der Wellenröhren und des Druckzylinders.

Die Wellenröhren wurden ein für allemal sorgfältigst chemisch gereinigt mit Salpetersäure und Kalilauge. Vor jedem Versuch wurden sie mit frischem trockenem Fensterputzpapier ausgewischt, über einem Bunsenbrenner erhitzt und während sie noch heiß waren, etwa eine halbe Stunde lang trockene Luft in langsamem Strome durchgesogen. Dann wurde Lykopolium eingefüllt, das längere Zeit zu dünner Schicht ausgebreitet in einem Schwefelsäure-Exsikkator gestanden hatte. Die Pulvermenge wurde möglichst gering genommen. Durch die mit Lykopolium beschickten Röhren wurde noch einige Stunden trockene Luft durchgesogen.

Während dieser Zeit wurde vom Kompressor her etwa 20 Min. lang trockene Luft durch den Druckzylinder geblasen.

Einsetzen des Untersuchungsrohres.

Dann wurde das Untersuchungsrohr, am hinteren Ende durch einen Gummistopfen oder bei der tiefen Temperatur durch eine federnde Metallplatte verschlossen, in den Zylinder eingeschoben. Dabei wurde es einige Grade um seine Längs-

achse gedreht, so daß das Pulver seitlich etwas erhöht an die Röhrenwand zu liegen kam, die bekannte Maßregel, um gute Staubfiguren zu erhalten.

Sehr wichtig ist es, die Tiefe, bis zu der das Wellenrohr in den Druckzylinder eingeschoben werden muß, richtig zu treffen, denn weder die Stellung bester Resonanz, bei der der Abstand von der schallübertragenden Endplatte des Stahlstabes bis zu dem das Rohr abschließenden Pfropfen eine ganze Anzahl stehender Wellen beträgt, noch die um eine halbe Wellenlänge verschobene Stellung schlechtester Resonanz gibt brauchbare Figuren. Im ersten Fall werden die Staubfiguren verwischt, wie es scheint durch zu große Intensität der Schallschwingungen, im zweiten Fall gibt es überhaupt keine Figuren. Die besten Resultate erzielt man bei einer Zwischenstellung. Da diese im voraus nie genau zu ermitteln ist, weil unter sonst gleichen Umständen die Wellenlänge des Stahlstabtones variiert (vgl. p. 574), so ist das Auftreten guter Figuren etwas Glückssache und ein beträchtlicher Prozentsatz der Versuche schlägt ganz fehl.

Einsetzen des Kontrollrohres. Abwarten der Temperaturkonstanz.

Nach dem Einführen des Untersuchungsrohres in den Druckzylinder wurde der Stahlstab eingesetzt und das Verschußstück behutsam eingeschraubt. Nun wurde auf der anderen Seite des Stahlstabes das im Zinkkasten liegende Kontrollrohr in der beschriebenen Art befestigt.

Während durch das Kontrollrohr mit Hilfe des seitlichen Ansatzes und eines durchbohrten Gummistopfens trockene kohlensäurefreie Luft durchgesogen wurde, wurde der Druckzylinder zweimal auf etwa 15 mm Quecksilberdruck vom Maschinenraum her ausgepumpt und trockene, kohlensäurefreie Luft eingelassen. Unterdessen wurde in die Zinkwanne des Kontrollrohres Wasser von Zimmertemperatur eingegossen und die Thermometer eingesetzt. Gleichzeitig wurde der Zinkkasten des Druckzylinders mit gestoßenem Eis und Wasser gefüllt.

Hierauf wurde durch den Kompressor der vorgesehene Druck hergestellt, was, um auf 200 Atm. zu kommen, etwa

30 Min. dauerte. Jetzt wurde auch der Luftstrom durch das Kontrollrohr abgestellt und das ganze System zum Erreichen konstanter Temperatur sich selbst überlassen. Das Wasserbad des Kontrollrohres wurde öfters energisch umgerührt und der Gang der beiden Thermometer notiert. Ebenso wurde der Widerstand des Bolometers im Untersuchungsrohr verfolgt. Die Zeit, die verstrich, vom Einfüllen des Eises bis zum Konstantwerden des Bolometerwiderstandes, betrug etwa eine Stunde, wobei das Herstellen des Druckes nur bei den ersten Kolbenhüben des Kompressors einen kleinen Einfluß auf den Temperaturgang ausübte. Daß der endgültige Bolometerwiderstand wirklich 0° entsprach, ergab die vorherige Eichung (vgl. p. 562).

Vom Druckpumpen bis zum Erzeugen der Staubfiguren wurde etwa 75 Min. gewartet, um der Temperaturkonstanz ganz sicher zu sein. Dabei wurde der Eisvorrat bzw. der Vorrat an Alkohol-Kohlensäuregemisch im Kühlkasten des Druckzylinders ständig aufs sorgfältigste kontrolliert.

Nachdem die Verhältnisse so festgelegt waren, wurde bei den späteren Versuchen das Bolometer weggelassen, weil es die Handhabung des Stahlstabes immerhin etwas umständlich machte.

Anreiben des Stahlstabes. Druckablesung.

Nun wurde der Stahlstab durch einen kolophoniumbestreuten Filz angerieben. Es wurde darauf geachtet, möglichst kurz und möglichst nur einmal anzureiben. Die Intensität des Anreibens wurde so schwach gehalten, daß sich im Kontrollrohr gerade noch Staubfiguren bildeten. Man konnte dann sicher sein, daß auch im Untersuchungsrohr Figuren entstanden waren, wenn überhaupt richtige Resonanz vorhanden war. Denn in komprimierter Luft bilden sich die Figuren viel leichter wegen der größeren Dichte der schwingenden Luft. Zu intensives Anreiben war zu vermeiden wegen der Bildung unregelmäßiger Staubfiguren (vgl. p. 565).

Sofort nach dem Anstreichen wurde das Manometer nebst danebenhängendem Thermometer abgelesen und dann die Luft aus dem Drucksystem durch Öffnen des Ventils H_3 langsam abgelassen. Schließlich wurde das Untersuchungsrohr aus dem

Druckzylinder herausgenommen und mit einem Kork verschlossen stehen gelassen, bis es Zimmertemperatur angenommen hatte.

Ablesen der Wellenlängen.

Zum Bestimmen der Wellenlänge im Kontrollrohr trug der Zinkkasten, aus dem vor dem Ablesen das Wasser entfernt wurde, zwei Messingstutzen, auf die ein Messingmaßstab parallel zum Wellenrohr in einigen Millimetern Abstand so aufgeschraubt werden konnte, daß er mit seiner geteilten Fläche auf die Höhe der Achse des Wellenrohres zu liegen kam.

Auf das Rohr wurde federnd aufgeschoben eine parallel zur Achse aufgeschlitzte, innen geschwärzte Messinghülse mit scharfem weißen Strich senkrecht zur Achse. Dieses bekannte Verfahren gestattet ein exaktes Einstellen des Striches auf die Knoten der Figuren. Ein mit der Messinghülse verbundenes Messingblech mit Index vermittelte die Ablesung der Einstellung auf dem Maßstabe. Die Ablesung der Knoten erfolgte je zweimal, indem man die Reihe der Figuren nach der einen und nach der entgegengesetzten Richtung durchlief. Je zwei bis drei Wellen am Stempel des Stahlstabes und am Ende des Wellenrohres wurden nicht mitgemessen.¹⁾

Um die Wellen im Untersuchungsrohr abzulesen, wurde es mit Hilfe zweier Klammern direkt auf den Maßstab aufgeklemt. Die Einstellung auf die Knoten erfolgte mit einer Messinghülse ähnlich der beschriebenen, die Ablesung am Maßstab durch Visieren über den Rand der Hülse.

Damit war der Versuch beendet und es begannen die Vorbereitungen für den nächsten. Ein jeder solcher Versuch dauerte einen halben Tag. Ein Vorteil dabei war die Möglichkeit der Benutzung desselben Kontroll- und Untersuchungsrohres bei sämtlichen Versuchen der 0°-Reihe.

Abweichungen von dem beschriebenen Verfahren bei den Versuchen der - 79°-Reihe.

Das langsame Arbeiten verbot sich von selbst bei den Versuchen, bei denen der Druckzylinder in einem Bad von absolutem Alkohol und fester Kohlensäure lag, wegen der Kosten. Da die Zeit fehlte, nach jedem Versuch die Wellen-

1) A. Kundt, Pogg. Ann. 135. p. 337. 1868.

röhren zu reinigen, mit neuem Pulver zu beschicken und zu trocknen, wurden zwei Kontrollrohre, jedes in der beschriebenen Art, in einem Zinkkasten montiert und drei Untersuchungsrohre benutzt. Die Vorbehandlung war dann wie oben.

Recht umständlich war das Herstellen und Erhalten des Temperaturbades für den Druckzylinder. Nachdem das dreiwandige Kühlgefäß etwa zur Hälfte mit absolutem Alkohol gefüllt war, wurde feste Kohlensäure zugesetzt, die aus großen, ca. 20 kg flüssige Kohlensäure fassenden Bomben, durch direktes Ausströmen in einen Samtbeutel erhalten wurde. Ein schlimmer Mißstand war das sehr bald eintretende Verstopfen der Ausströmungsöffnung durch das stets in den Bomben enthaltene und in der Öffnung gefrierende Wasser. Um Zeitverluste möglichst zu vermeiden, wurden deshalb mehrere Bomben gleichzeitig in Anbruch genommen.

Das Kühlgefäß faßte ca. 17 Liter Gemisch. Die Schichtdicke des Bades rings um den Zylinder betrug ca. 3 cm. Der Gesamtbedarf an Kohlensäure für einen Versuchstag, an dem etwa 8—10 Versuche gemacht werden konnten, belief sich auf 120—140 kg, der an absolutem Alkohol auf etwa 15 Liter.

Wie das Bolometer zeigte, dauerte es rund drei Stunden vom Beginn der Badherstellung an, bis die Luft im Untersuchungsrohr Temperaturkonstanz erreichte, und der Stahlstab zum erstenmal angestrichen werden konnte. Nun wurde der Druckzylinder geöffnet, das Untersuchungsrohr möglichst rasch herausgeholt, ein neues inzwischen vorbereitetes eingeschoben, und der Zylinder wieder verschlossen. Gleichzeitig wurden die Kontrollrohre ausgetauscht. Nun, nachdem der Druckzylinder abgekühlt war, dauerte es nur etwa 30 Min., bis die Temperatur wieder konstant wurde. Um ganz sicher zu gehen, wartete man bei jedem Versuch vom Druckpumpen bis zum Anstreichen des Stahlstabes mindestens 45 Min.

Die Verschraubungen und Dichtungen funktionierten bei -79° genau so gut wie bei 0° .

Eichungen und Korrekturen. Diskussion der Fehlerquellen.

Einfluß von Wasserdampf und Kohlensäure.

Man überschlägt den Einfluß der Feuchtigkeit auf die Schallgeschwindigkeit, indem man in Gleichung (1) für die

Dichte trockener Luft die der feuchten einführt. Der isotherme Elastizitätskoeffizient und k sind für feuchte Luft nur wenig verschieden von den entsprechenden Werten in trockener Luft, so daß man ihre Änderung für den vorliegenden Überschlag nicht in Betracht zu ziehen braucht. Im ungünstigsten Falle, wenn die Luft bei Atmosphärendruck und 0° mit Wasserdampf gesättigt ist, ergibt sich der Einfluß zu 1,1 Promille. Dieser Einfluß muß bei wachsendem Druck diesem proportional abnehmen, weil der Sättigungsdruck des Wasserdampfes konstant bleibt. Schon bei 25 Atm. beträgt der mögliche Fehler also nur noch etwa 0,04 Promille. Für -79° entfällt er vollständig.

Der Einfluß etwa nicht absorbierter Kohlensäure nimmt nicht mit wachsendem Druck ab, weil die Kohlensäure weit vom Zustand der Sättigung entfernt ist. Im ungünstigsten Fall könnte er 0,08 Promille betragen.

Temperaturmessung.

Zur Bestimmung der Temperatur des Wasserbades, in dem das Kontrollrohr lag, dienten zwei in ganze Grade geteilte Quecksilberthermometer (vgl. p. 555). Sie wurden unter allen Vorsichtsmaßregeln verglichen mit einem von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt beglaubigten, in $0,1^{\circ}$ geteilten Normalthermometer, dessen Nullpunkt kontrolliert wurde und innerhalb der Ablesemöglichkeit mit den Angaben des Prüfungsscheines stimmte.

Durch die Verwendung von Wasser von Zimmertemperatur als Bad für das Kontrollrohr wurde der Temperaturgang sehr herabgedrückt. Er betrug selten über $0,1^{\circ}$ pro Stunde, wodurch die Sicherheit gegeben ist, daß die Luft im Kontrollrohr wirklich die Temperatur hatte, die die Thermometer des Wasserbades anzeigten.

Die Temperaturbestimmung der Luft im Kontrollrohr ist also mindestens auf $0,1^{\circ}$ genau. Der davon mögliche Fehler auf das Endresultat beträgt 0,2 Promille.

Zur Konstatierung, ob und in welcher Zeit die Luft im Untersuchungsrohr die Temperatur des den Druckzylinder umgebenden Bades annahm, diente das Bolometer (vgl. p. 556). Zur Eichung mußte es vom Stahlstab abmontiert werden. Es bildete den einen Zweig einer Wheatstoneschen Brücke, der

andere war ein Rheostat, der dritte und vierte ein Meßdraht mit Ballastwiderstand. Im Brückenweig lag ein Drehspulengalvanometer von Siemens & Halske mit objektiver Ablesung (Widerstand 10 000 Ohm, Empfindlichkeit 1 Skt. gleich $1,4 \cdot 10^{-8}$ Amp.). Um die späteren Temperaturmessungen unmittelbar mit der Eichung vergleichen zu können, wurde nach der Eichung an der ganzen Kombination nichts geändert, auch am Rheostaten wurden dieselben Widerstandsrollen benutzt. Nur das Bolometer mußte wieder auf den Stahlstab aufmontiert werden. Dies geschah so, daß die Zuleitungen sich nur änderten einerseits um das Stück des Stahlstabes zwischen seinen beiden Knoten, andererseits um das in Betracht kommende Stück des Druckzylinders (vgl. p. 556). Eine wahrnehmbare Änderung des Widerstandes trat, wie zu erwarten war, hierbei nicht ein. Die Verschiebung des Schleifkontaktes auf dem Meßdraht betrug 1,13 cm für 1° Temperaturänderung des Bolometers.

Auf diese Art wurde die oben vorweggenommene Tatsache festgestellt, daß eine Stunde nach Einfüllen des Eises in den Zinkkasten der Bolometerwiderstand konstant wurde und innerhalb der Meßfehlergrenze (0,2 mm Verschiebung am Meßdraht, entsprechend 0,02° C.) der Temperatur von 0° entsprach.

Dasselbe ergab sich, wenn der Zylinder komprimierte Luft enthielt. Eine Berücksichtigung des Druckeinflusses auf den Bolometerwiderstand¹⁾ fand nicht statt, weil die Größenordnung dieses Einflusses etwa die der Meßfehlergrenze ist.

In ähnlicher Weise erfolgte Eichung des Bolometers und Temperaturmessung bei der Temperatur des Alkohol-Kohlensäuregemisches. Es wurde die Zeit ermittelt, die man abwarten mußte, um im Druckzylinder Temperaturkonstanz zu erhalten, und festgestellt, daß diese Temperatur auf etwa 0,1° die des Außenbades war. Der davon herrührende mögliche Fehler auf das Endresultat beträgt 0,2 Promille. Die Temperatur des Kältegemisches hierbei und bei den Schallgeschwindigkeitsmessungen wurde aus dem Barometerstand entnommen. Zugrunde gelegt wurde der von Holborn²⁾ an-

1) W. E. Williams, Phil. Mag. Mai 1907. Dortselbst auch Literatur.

2) L. Holborn, Ann. d. Phys. 6. p. 242. 1901.

gegebene Siedepunkt: $-78,34^{\circ}$ für 760 mm Quecksilberdruck, kombiniert mit der von Dubois und Wills¹⁾ ermittelten Abhängigkeit dieser Temperatur vom Druck: $dp/dt = 55$ mm Quecksilbersäule pro Grad.

Druckmessung.

Die Druckmessung geschah mit dem auf dem Wasserabscheider befestigten Federmanometer von Schäffer und Budenberg. Sein Druckbereich ging bis 400 Atm., der Wert eines Teilstriches war 10 Atm., die Ablesemöglichkeit also eine und unter günstigen Bedingungen eine halbe Atmosphäre.

Es wurde verglichen mit einem großen Präzisionsinstrument derselben Firma, dessen Verwendbarkeit für exakte Druckmessungen von Wagner²⁾ in eingehender Weise mit Hilfe des Amagatmanometers untersucht war. Nach den dort gemachten Erfahrungen war zu berücksichtigen der Einfluß von elastischer Nachwirkung und Temperatur.³⁾ Die Einzelheiten der Vergleichung sind in der Originalabhandlung ausführlich geschildert. Das Endresultat ist in Tab. 1 gegeben. Drucke in kg/qcm.

Tabelle 1.

Korrektionstabelle für das Manometer.

Angabe des Manometers	Wirklicher Druck
0	0
33,5	28,7
65,5	59,0
95,5	89,1
132,5	124,5
158,5	149,6
189,5	179,5
222,5	209,5

1) Dubois u. A. R. Wills, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 1. p. 168. 1899.

2) E. Wagner, Ann. d. Phys. 15. p. 906. 1904.

3) Ich danke Hrn. Dr. Wagner für die Bereitwilligkeit, mit der er seine reichen Erfahrungen auf dem Gebiete der Druckmessung in den Dienst der vorliegenden Arbeit stellte.

Für die spätere Verwertung ist zu betonen, daß alle Drucke Überdrucke über die Atmosphäre bedeuten. Um den bei den Schallgeschwindigkeitsmessungen im Innern des Druckzylinders vorhandenen Druck zu erhalten, ist zu den Ablesungen des Manometers der Atmosphärendruck zu addieren.

Aussehen der Staubfiguren.

Wie erwähnt, war es zu vermeiden, die komprimierte Luft im Untersuchungsrohr in intensive Schwingungen zu versetzen, entweder durch Resonanz oder energisches Anreiben des Stahlstabes. Die Folge war, besonders bei hohen Drucken, die, daß das Pulver aus den Schwingungsbäuchen weggeblasen wurde und sich in unregelmäßig verteilten Staubbäufchen in der Nähe der Knoten sammelte. Schon Kundt¹⁾ und später Kundt und Warburg²⁾ haben auf diese Folge zu intensiver Schwingungen hingewiesen.

Wie Kundt³⁾ gezeigt hat, kann die starre Verbindung zwischen Schallquelle und Wellenrohr zu Störungen der Staubfiguren Anlaß geben dadurch, daß das Wellenrohr zum Mitschwingen veranlaßt wird. Die starre Verbindung von Stahlstab und Druckzylinder war im vorliegenden Fall aus Dichtungsgründen nicht zu umgehen. Dafür ist die Masse des Zylinders ca. 50 kg) verglichen mit der des Stahlstabes so groß, daß ein Mitschwingen ausgeschlossen sein dürfte.

Einige charakteristische Typen von Staubfiguren, besonders aus dem Untersuchungsrohr, sind auf Taf. I reproduziert. Sie sind erhalten als direkte Schattenrisse auf lichtempfindliches Papier, das an das Wellenrohr zylindrisch angebogen wurde, hergestellt mit Sonnenlicht. Trotz ihres meist etwas unregelmäßigen Aussehens sind sie gut auszuwerten und ergeben befriedigende Übereinstimmung der Einzelwellenlängen, wenn man die in den Knoten liegen gebliebenen Staubbäufchen zur Einstellung benutzt, ein von Kundt und Warburg (l. c.) für solche Fälle empfohlenes Verfahren.

Das Aussehen der Wellen im Kontrollrohr war immer sehr regelmäßig, mit engen Knoten und breiten Bäuchen.

1) A. Kundt, Pogg. Ann. 127. p. 497. 1866.

2) A. Kundt u. E. Warburg, Pogg. Ann. 157. p. 362. 1876.

3) A. Kundt, Pogg. Ann. 135. p. 351. 1868.

Korrekturen für die Wellenlänge.

1. Der Messingmaßstab, an dem die Ablesung der Staubfiguren erfolgte, wurde mit dem Normalmaßstab des Institutes aus Invar¹⁾, an dem praktisch keine Korrektur anzubringen ist, verglichen. Die aus der Vergleichung sich ergebenden Korrekturen für den Messingmaßstab sind in der Originalarbeit diskutiert.

2. Die Glasrohrausdehnung war in Rechnung zu ziehen, weil die Staubfiguren bei verschiedenen Temperaturen erzeugt und abgelesen wurden.²⁾ Sei die Temperaturdifferenz t , dann ist die mittlere Wellenlänge um $0,000008 \cdot t \cdot \lambda$ zu verkleinern, falls die Ablesetemperatur höher ist als die Entstehungstemperatur der Wellen.

3. Eine Korrektur wegen des Druckeinflusses auf die Dimensionen des Untersuchungsrohres wurde als nicht in Betracht kommend vernachlässigt.

4. Der von Kundt³⁾ experimentell gefundene Einfluß der Röhrenweite auf die Schallgeschwindigkeit wurde von Kirchhoff⁴⁾ auf die Wirkung von Wärmeleitung und innerer Reibung im Gase des Wellenrohres zurückgeführt. Die so abgeleitete Beziehung wurde für weite Röhren unter normalen Bedingungen wenigstens annähernd experimentell bestätigt.

Nimmt man die Kirchhoffsche Formel für die im Untersuchungsrohr vorkommenden Bedingungen von Druck und Temperatur auch nur als annähernd gültig an, so wäre daraus zu folgern, daß die Röhrenweitenkorrektur bedeutend geringer sein muß, als bei Atmosphärendruck. Denn Wärmeleitung und innere Reibung ändern sich nur wenig mit dem Druck⁵⁾, wogegen die Gasmenge im Untersuchungsrohr ungefähr dem Druck proportional zunimmt. Experimentelle Resultate Wit-

1) Geliefert von der Société genevoise pour la construction d'instruments in Genf.

2) K. Strecker, Wied. Ann. 13. p. 28. 1881.

3) A. Kundt, Monatsber. d. Berliner Akad. p. 858. 1867.

4) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 134. p. 177. 1868.

5) Die kinetische Gastheorie verlangt Unabhängigkeit vom Druck. Für die innere Reibung von Kohlensäure bei höheren Drucken liegen Untersuchungen von Warburg und Babo (Wied. Ann. 17. p. 390. 1882) vor, die eine kleine Abhängigkeit vom Druck ergeben.

kowskis (vgl. l. c.) scheinen diese Schlußfolgerung zu bestätigen. Dieser arbeitete mit Röhren von 20,7 bzw. 8,6 mm Durchmesser und Wellenlängen von rund 26 und 46 mm bei 0° und Drucken bis 110 Atm. Aus seinen Messungen scheint hervorzugehen, daß der Einfluß der Röhrenweite bei hohen Drucken sogar den entgegengesetzten Sinn haben kann von dem, den man nach der Kirchhoffschen Formel erwarten sollte, indem die Schallgeschwindigkeit in engen Röhren und für große Wellenlängen größer ist als für weite Röhren und kurze Wellen. Die Größenordnung der Abweichungen deckt sich allerdings nahe mit seiner Meßfehlergrenze. Vielleicht ist diese von Witkowski gefundene Abnahme der Schallgeschwindigkeit mit wachsendem Röhrendurchmesser bei höheren Drucken auf den Einfluß des Nachgebens der Röhrenwände zurückzuführen (vgl. unter 5).

Im vorliegenden Fall wurde von einer Anbringung der Röhrenweitenkorrektur überhaupt abgesehen. Den so möglichen Fehler wird man kleiner als 1 Promille schätzen dürfen. Denn es kommt lediglich das Verhältnis der Wellenlängen in Kontroll- und Untersuchungsrohr in Betracht. Die Korrektur beträgt für das Kontrollrohr rund 1 Promille¹⁾, während sie für das Untersuchungsrohr dem eben Gesagten zufolge jedenfalls kleiner ist.

Die Korrektur könnte noch weiter herabgedrückt werden durch Verkleinern der Wellenlänge im Verhältnis zur Röhrenweite. Dem setzt das Auftreten unregelmäßiger und schiefer Staubfiguren eine Grenze. Die in dieser Beziehung gemachten Erfahrungen decken sich völlig mit denen von R. König.²⁾ F. A. Schulze³⁾, sowie J. Müller⁴⁾ ziehen zur Erklärung das Vorhandensein von Obertönen heran, ersterer unter Annahme von Intensitätsunterschieden senkrecht zur Röhrenachse.

Experimentell läßt sich feststellen, daß die Staubfiguren bei gleicher Röhrenweite besonders schief werden, wenn man die Röhre lang nimmt und den tangebenden Stahlstab nicht

1) S. Valentiner, Ann. d. Phys. 15. p. 91. 1904.

2) R. König, Wied. Ann. 69. p. 654. 1899.

3) F. A. Schulze, Wied. Ann. 68. p. 880. 1899; Ann. d. Phys. 13. p. 1067. 1904.

4) J. Müller, Ann. d. Phys. 11. p. 335. 1903.

zentrisch parallel zur Röhrenachse, sondern schief dazu einstellt, daß dagegen die Figuren regelmäßig werden, wenn man bei gleicher Röhrenweite die Wellenröhre nur einige Wellen lang macht und den Stahlstab möglichst gut zentriert und der Röhrenachse parallel stellt.

Wie bemerkt, kamen bei allen Versuchen der 0°-Reihe dieselben beiden Röhren als Kontroll- und Untersuchungsrohr zur Verwendung. Dies war bei den Versuchen der -79°-Reihe nicht möglich. Die dazu benützten Röhren wurden so ausgesucht, daß ihr Durchmesser bis auf Bruchteile von Millimetern übereinstimmte. So war man sicher, daß der Einfluß der Röhrenweite bei allen Versuchen wenigstens derselbe war.

5. Der Einfluß des Nachgebens der Röhrenwände auf die Schallgeschwindigkeit wurde mit Hilfe der von Korteweg¹⁾ angegebenen Korrektionsformel berücksichtigt, nachdem diese, die bisher nur auf die Fortpflanzung des Schalles in tropfbaren Flüssigkeiten angewandt worden war, auch für die Schallgeschwindigkeit in Röhren mit komprimierter Luft in einer eingehenden Versuchsreihe innerhalb der Meßfehlergrenzen hatte bestätigt werden können.

Der Faktor, mit dem die in Röhren gemessene Schallgeschwindigkeit zu multiplizieren ist, um die Schallgeschwindigkeit im unbegrenzten Medium zu erhalten, ist:

$$\sqrt{1 + \frac{2}{a_1} \frac{E}{E_1} \frac{R_1}{E_1} \left(1 + \frac{5}{6} \frac{a_1}{R_1}\right)}.$$

Dabei bedeutet E den adiabatischen Elastizitätskoeffizienten der in der Röhre eingeschlossenen Flüssigkeit, E_1 den Elastizitätsmodul des Materials der Röhrenwand, R_1 den Innenradius der Röhre und a_1 die Wandstärke.

Die experimentelle Nachprüfung der Formel wurde in der Art vorgenommen, daß die Schallgeschwindigkeit in Röhren von möglichst gleichem Innendurchmesser und verschiedener Wandstärke unter den in Betracht kommenden Bedingungen von Druck und Temperatur mittels der Kundtschen Staubfiguren bestimmt wurde. Die Versuchsanordnung war im wesentlichen die für die Versuche der Hauptreihe beschriebene.

1) D. J. Korteweg, Wied. Ann. 5. p. 525. 1878.

Eine Vereinfachung ließ sich erzielen durch Verwendung von Doppelröhren, die hergestellt waren durch Hintereinandersetzen zweier etwa 40 cm langer Röhrenstücke von verschiedener Wandstärke und gleichem Innendurchmesser, die an der Stoßstelle plangeschliffen und in einem Messingring zusammengekittet waren. Auf die Wellenröhren aufgeschobene Messingringe, die eng in den Innenraum des Druckzylinders hineinpaßten, verhinderten ein Eindringen der Schallbewegung in den Ringraum zwischen Wellenrohr und Druckzylinderwand, das die Schallröhrenwand von außen deformieren könnte.

Die Verwendung der Doppelröhren lieferte mit einem einzigen Versuch den Einfluß des Nachgebens der Röhrenwände auf die Schallgeschwindigkeit für die Wandstärken der Teilröhren unter den benutzten Bedingungen von Druck und Temperatur, und es wurden so die Fehlereinflüsse unschädlich gemacht herrührend von Druck- und Temperaturmessung. Ferner entfiel die Notwendigkeit der Benützung des Kontrollrohres.

Die Resultate sind in Tab. 2 zusammengestellt. Es findet sich in Reihe 1 der Druck in Atmosphären à 76 cm Hg, in Reihe 2 die Temperatur im Druckzylinder, in Reihe 3 die Nummer der benutzten Doppelröhre (Röhrendimensionen s. Tab. 2 a), in Reihe 4 das Verhältnis der Schallgeschwindigkeit im dickwandigen Röhrenteil zu der im dünnwandigen. Die Schallgeschwindigkeiten sind berechnet aus den dreimal gemessenen Einzelwellenlängen mit der Methode der kleinsten Quadrate. In Reihe 5 sind Mittelwerte entsprechend den beigesetzten Klammern gebildet und in Reihe 6 steht zum Vergleich das aus der Kortewegschen Formel berechnete Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten.

Der in der Korrektonsformel vorkommende adiabatische Elastizitätskoeffizient der in den Röhren eingeschlossenen komprimierten Luft wurde berechnet als Produkt $C^2 \cdot d$, wobei C die Schallgeschwindigkeit in cm/sec und d die Dichte der Luft bezogen auf Wasser für entsprechenden Druck und Temperatur bedeuten (s. I. Hauptteil Tabb. 5 und 6 bzw. II. Hauptteil Tabb. 11 und 12). Als Schallgeschwindigkeit für Luft von 0° und 1 Atm. wurde angenommen: $3,31 \cdot 10^4$ C.G.S.

Tabelle 2.

1	2	3	4	5	6
Druck in Atmosphären à 76 cm Hg	t	Nummer der Doppel- röhre	Verhältnis d. Schall- geschwindigkeiten dickwandiges durch dünnwandiges Rohr gemessen	Mittel	Verhältnis der Schall- geschwindig- keiten berechnet
101	0°	2	1,0038	1,003	1,004
101	0°	2	1,0063		
197	0°	1	1,0147	1,015	1,012
197,5	0°	2	1,0149	1,014	1,011
197	0°	2	1,0136		
193	0°	3	0,9976	1,001	1,002
197	0°	4	1,0009		
192	0°	4	0,9990		
198	0°	4	1,0002		
191	0°	3	1,0048	1,000	1,003
196,5	-79°	3	1,0015		
200	-79°	3	0,9980	1,021	1,020
198	-79°	1	1,0123		
198,5	-79°	1	1,0270		
197	-79°	1	1,0176		
197	-79°	1	1,0224		
197	-79°	1	1,0265		
196	-79°	1	1,0210		

In Tab. 2a finden sich die Röhrenkonstanten. Es steht in Reihe 1 die in Tab. 2 Spalte 3 benutzte Röhrennummer, in den folgenden Reihen je für den dünn- und dickwandigen Teil: Wandstärke, Innenradius und Elastizitätsmodul. Wandstärke und Innendurchmesser der Röhren waren nicht an allen Stellen gleich. Deshalb sind die angegebenen Zahlen Mittelwerte. Ebenso erklärt sich hieraus die Ungleichheit der an den nicht zusammengekitteten Enden der Teilröhren gemessenen Innendurchmesser, die an den Stoßstellen auf Bruchteile von Millimetern genau aufeinander paßten. Der Elastizitätsmodul des Röhrenglases wurde experimentell bestimmt durch Vergleich der Wellenlänge eines in der Röhre erregten Longitudinaltones in der Röhre selbst mit der Wellenlänge desselben Tones in Luft mit Hilfe der Kundtschen Staubfiguren.

Tabelle 2 a.

1		2	3	4
Nummer der Doppelröhre		Wandstärke cm	Innenradius cm	Elastizitäts- modul C.G.S.
1	{ dünner Teil	0,051	1,14	$6,57 \cdot 10^{11}$
	{ dicker Teil	0,368	1,23	$7,05 \cdot 10^{11}$
2	{ dünner Teil	0,056	1,15	$6,57 \cdot 10^{11}$
	{ dicker Teil	0,383	1,20	$7,05 \cdot 10^{11}$
3	{ dünner Teil	0,183	1,32	$6,79 \cdot 10^{11}$
	{ dicker Teil	0,296	1,24	$7,05 \cdot 10^{11}$
4	{ dünner Teil	0,174	1,37	$6,79 \cdot 10^{11}$
	{ dicker Teil	0,301	1,28	$7,05 \cdot 10^{11}$

Die gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung für das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in den dünn- und dickwandigen Teilröhren rechtfertigt das Anbringen der Korrektion für das elastische Nachgeben der Röhrenwände an den Schallgeschwindigkeitsmessungen der Hauptreihe in der Kortewegschen Form. Die zu diesen Versuchen benutzten Untersuchungsrohre waren sämtlich aus zwei gleichzeitig bezogenen langen Röhren herausgeschnitten und stimmten in Wandstärke und Innendurchmesser so weit überein, daß Mittelwerte genommen und die Korrekturen für alle Röhren in gleicher Weise angebracht werden durften.

Die Röhrenkonstanten für die Untersuchungsrohre waren: Wandstärke: 0,151 cm; Innenradius: 1,49 cm; Elastizitätsmodul: $6,61 \cdot 10^{11}$ C.G.S.

Demgemäß ist die Kortewegsche Korrektion für die Untersuchungsrohren in Tab. 2b für die in Betracht kommenden Drucke und die Temperaturen 0° und $-79,3^\circ$ zusammengestellt. In Reihe 1 steht der Druck in Atmosphären à 76 cm Hg, in Reihe 2 und 3 je für 0° und $-79,3^\circ$ der Faktor, mit dem die im Untersuchungsrohr gemessene Wellenlänge zu multiplizieren ist, um die Wellenlänge zu erhalten, die der Ausbreitung des Schalles im allseitig unbegrenzten Medium entspricht. Der Korrektionsfaktor für die Kontrollrohre ist mit genügender Genauigkeit gleich 1.

Tabelle 2 b.

1	2	3
Druck in Atm. à 76 cm Hg	Korrektionsfaktor $t = 0^{\circ}$	Korrektionsfaktor $t = - 79,3^{\circ}$
1	1,0000	1,0000
25	1,0006	1,0010
50	1,0013	1,0013
75	1,0020	1,0021
100	1,0027	1,0032
125	1,0035	1,0048
150	1,0048	1,0068
175	1,0056	1,0090
200	1,0068	1,0116

6. Die für die Staubfiguren nötige Pulvermenge wurde so gering gewählt wie möglich, um gut sichtbare Figuren zu erhalten. Nach den Erfahrungen von Kundt¹⁾ dürfte bei der relativ großen Röhrenweite ein davon herrührender merklicher Fehler auf das Resultat ausgeschlossen sein.

7. Unsere zugrunde gelegte Beziehung (1) ist abgeleitet unter der Voraussetzung, daß die Schwingungsamplitude der die Schallfortpflanzung vermittelnden Luftteilchen unendlich klein ist, verglichen mit der Wellenlänge des Tones. Für Atmosphärendruck hat Kundt²⁾ gezeigt, daß innerhalb seiner Meßfehlergrenze ein Einfluß der Schwingungsintensität des töngebenden Stabes auf die Schallgeschwindigkeit im Wellenrohr nicht zu erkennen war. Ebenso hat Kayser³⁾ nachgewiesen, daß unter normalen Bedingungen von Druck und Temperatur eine Änderung der Amplitude der Schwingungen im Wellenrohr im Verhältnis 1 : 8 keine Änderung der Schallgeschwindigkeit hervorbringt, die größer ist als $1\frac{1}{2}$ Promille.

Experimentelle Untersuchungen bei hohen Drucken liegen nicht vor.

Wäre ein merklicher Einfluß vorhanden, so müßte er mit einiger Wahrscheinlichkeit zu erkennen sein aus der schlechten

1) A. Kundt, Pogg. Ann. 135. p. 527. 1868.

2) l. c. p. 538.

3) Kayser, Wied. Ann. 6. p. 465. 1879.

Übereinstimmung von Resultaten, die unter sonst gleichen Bedingungen gewonnen sind, da die Intensität der Stahlstab-erregung sehr verschieden war. Die am Schluß diskutierte Fehlergrenze der Meßresultate ist also wohl auch ein Maß für diesen sonst vorläufig unzugänglichen Einfluß.

8. Es wurde weiter in Erwägung gezogen die Möglichkeit einer Erwärmung der im Wellenrohr befindlichen Luft durch die hineingesandte Schallenergie. Warburg¹⁾ fand mit Hilfe eines Thermoelementes, daß in festen Körpern, wenn in ihnen ein Longitudinalton erregt wird, eine Temperaturerhöhung bis zu 2° eintreten kann, und daß diese in den Knoten größer ist als in den Bäuchen. Für Gase dagegen war eine merkliche Temperaturerhöhung beim Tönen nicht zu konstatieren, obwohl eine Temperaturänderung der Thermoelementlötstelle von 0,002° zu erkennen gewesen wäre.

Dvorak²⁾ findet dagegen eine sehr starke Erwärmung der Luft beim Erzeugen stehender Wellen in einer Kundtschen Röhre. Der Nachweis erfolgt durch ein kleines Luftthermometer mit Weingeistindex. Es zeigt sich eine größere Erwärmung, wenn die Thermometerkugel im Bauch einer Welle steht.

Bei den vorliegenden Druckversuchen, bei denen sich ein Bolometer im Druckraum befand, war beim Anstreichen des Stahlstabes eine Temperaturänderung des Bolometers von 0,02° mit Sicherheit nicht nachzuweisen. Wegen des großen Wasserwertes des Bolometers und seiner damit verbundenen Unempfindlichkeit für Temperaturschwankungen der umgebenden Luft sind diesem Resultat weitergehende Schlüsse nicht zu entnehmen.

Eine eingehendere Untersuchung mit einem Bolometer von möglichst geringem Wasserwert, das hergestellt wurde durch Aufwickeln von Platindraht von $\frac{1}{20}$ mm Dicke auf ein Gerüst von vier dünnen Hartgummistäbchen, die im Viereck aufgestellt waren, zeigte, daß in Wellenröhren mit Luft von Atmosphärendruck unter keinen Umständen eine Erwärmung des Bolometers eintrat, die 0,002° überstieg. Dabei wurden

1) E. Warburg, Pogg. Ann. 137. p. 632. 1869.

2) V. Dvorak, Pogg. Ann. 153. p. 113. 1874.

alle in Betracht kommenden Bedingungen, wie Resonanzlänge des Wellenrohres, Ort des Bolometers, Intensität des Anreibens variiert.

Zur Erklärung der Beobachtungen Dvoraks, die denen Warburgs und den vorliegenden direkt widersprechen, ist es vielleicht nicht ausgeschlossen, daß Dvorak mit seinem Luftthermometer nicht Wärme-, sondern Druckeinflüsse gemessen hat.

Eigenschaften des Stahlstabes.

Die auf 0° reduzierte Wellenlänge im Kontrollrohr (vgl. Tab. 3, Spalte 3) war bei den verschiedenen Versuchen nicht konstant. Die größten Abweichungen dieser Wellenlängen untereinander betrugen 8 Promille. Ob die Abweichungen ganz auf Rechnung der Inkonstanz des Stahlstabtones zu setzen sind und nicht vielleicht andere bisher unbekannte Einflüsse dabei eine Rolle spielen, ist fraglich.

Ein Einfluß des Druckes auf die Tonhöhe des Stahlstabes, erkenntlich an einer systematischen Änderung der Wellenlänge im Kontrollrohr mit wachsendem Druck im Untersuchungsrohr war nicht nachweisbar.

Zahlenresultate.

Die Tab. 3 enthält die Resultate der bei 0° ausgeführten Meßreihe. Es wurde keine Messung verworfen, bei der überhaupt gleichzeitig im Kontroll- und Untersuchungsrohr ablesbare Figuren entstanden waren.

Die erste Spalte enthält den Druck, abgelesen am Manometer in kg/qcm, die zweite den Druck, umgerechnet auf Atmosphären zu 76 cm Quecksilber von 0° , vermehrt um den Druck der äußeren Atmosphäre, also den wirklichen Druck, der beim Erzeugen der Staubfiguren im Innern des Druckzylinders geherrscht hatte. In der dritten Spalte steht die bei diesem Druck und 0° erhaltene Wellenlänge im Untersuchungsrohr in Millimetern, berechnet aus den doppelt ausgeführten Ablesungen der Knoten mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate, in der vierten die Wellenlänge korrigiert nach den eben ausgeführten Grundsätzen. In der fünften Spalte steht die unkorrigierte Wellenlänge im Kontrollrohr, in der sechsten

Tabelle 3.

$t = 0^\circ$.

1	2	3	4	5	6	7	8
Druck abgelesen kg/qcm	Druck korrigiert in Atm. & 76 cm Hg im Druckzylinder	λ in mm im Untersuchungs- rohr unkor.	λ im Unter- suchungsrohr kor. in mm	λ in mm im Kontrollrohr unkorr.	t im Kontrollrohr ° C.	λ im Kontroll- rohr auf 0° in mm kor.	λ Unter- suchungsrohr λ Kontrollrohr
0	0,9	29,811	29,809	30,682	17,0	29,770	1,0018
0	0,9	29,819	29,817	30,674	16,0	29,813	1,0001
0	0,9	29,827	29,824	30,648	15,8	29,797	1,0009
22,0	19,2	29,947	29,959	30,590	15,2	29,771	1,0063
33,5	28,7	30,035	30,053	30,578	15,6	29,735	1,0107
28,5	24,5	29,948	29,962	30,528	14,5	29,748	1,0072
54,5	47,9	30,390	30,424	30,546	14,3	29,775	1,0218
54,0	47,5	30,460	30,494	30,609	13,5	29,876	1,0207
55,5	48,8	30,435	30,469	30,577	13,6	29,842	1,0210
76,0	68,3	30,833	30,886	30,634	14,2	29,867	1,0341
77,5	69,6	30,827	30,880	30,497	14,0	29,748	1,0382
78,0	70,1	30,830	30,883	30,553	14,9	29,751	1,0381
104,5	95,4	31,586	31,666	30,699	15,0	29,887	1,0596
101,5	92,6	31,508	31,584	30,717	15,9	29,859	1,0577
101,0	92,3	31,506	31,583	30,713	15,6	29,871	1,0573
127,0	116,3	32,020	32,123	30,563	14,7	29,771	1,0790
128,0	117,2	32,135	32,238	30,622	14,9	29,818	1,0812
129,0	118,1	32,193	32,298	30,599	14,5	29,816	1,0833
151,0	138,7	33,097	33,229	30,492	13,8	29,747	1,1171
150,0	137,7	33,081	33,214	30,610	15,5	29,776	1,1155
146,5	134,4	32,981	33,110	30,632	15,5	29,797	1,1112
179,0	164,8	34,337	34,512	30,631	13,2	29,915	1,1537
181,5	167,2	34,250	34,429	30,485	13,9	29,737	1,1578
182,5	168,1	34,323	34,502	30,444	13,5	29,717	1,1610
203,0	186,5	35,489	35,702	30,646	15,5	29,871	1,1976
202,5	186,0	35,360	35,572	30,602	15,2	29,783	1,1943
212,5	194,8	35,980	36,210	30,772	15,2	29,949	1,2090
118,0	107,9	32,021	32,114	30,557	12,9	29,859	1,0755
128,5	117,7	32,258	32,360	30,513	12,9	29,815	1,0854
139,0	127,5	32,737	32,855	30,569	13,2	29,855	1,1005
152,5	140,1	33,200	33,385	30,595	13,2	29,880	1,1157

die Temperatur des Kontrollrohres in Grad Celsius korrigiert. Die siebente gibt die Reduktion dieser Wellenlängen auf 0° mit Zugrundelegung der Beziehung:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_t}{\sqrt{1 + 0,00367 \cdot t}},$$

wo λ_0 die Wellenlänge bei 0° und λ_t die entsprechende Wellenlänge bei t° bedeutet mit allen Korrekturen. In der achten Spalte endlich findet sich das Verhältnis der Wellenlängen in Untersuchungs- und Kontrollrohr und damit das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in Luft von 0° und dem angegebenen Druck zu der in Luft von 0° und Atmosphärendruck.

Tab. 4 enthält die Ergebnisse der Einzelversuche, die bei der Temperatur des Alkohol-Kohlensäuregemisches ausgeführt wurden. Der Barometerstand an beiden Versuchstagen betrug rund 710 mm. Dem entspricht eine Temperatur des Kältebades von $-79,3^\circ$. Die Bedeutung der einzelnen Spalten ist dieselbe wie in Tab. 5.

Tabelle 4.

 $t = -79,3^\circ$.

1	2	3	4	5	6	7	8
Druck abgelesen kg/qcm	Druck korrigiert in Atm. à 76 cm Hg im Druckzylinder	λ in mm im Untersuchungs- rohr unkorrt.	λ im Unter- suchungsrohr korrt. in mm	λ in mm im Kontrollrohr unkorrt.	t im Kontrollrohr ° C.	λ im Kontroll- rohr auf 0° in mm	$\frac{\lambda}{\lambda}$ Unter- suchungsrohr Kontrollrohr
0	0,9	24,982	24,964	30,268	11,2	29,661	0,8416
28,0	24,1	24,634	24,642	30,182	9,9	29,644	0,8312
76,5	68,6	24,835	24,859	30,174	8,4	29,716	0,8365
131,5	120,4	27,910	28,012	30,148	8,0	29,710	0,9428
212,0	194,4	35,762	36,127	30,122	7,6	29,707	1,2161
212,5	194,9	35,852	36,216	30,304	10,6	29,727	1,2183
171,5	157,8	31,768	31,974	30,267	8,6	29,795	1,0732
115,0	105,2	26,715	26,786	30,368	8,2	29,917	0,8953
51,0	44,8	24,685	24,694	30,168	8,5	29,704	0,8313
0	0,9	25,021	25,000	30,110	8,4	29,653	0,8431

In Fig. 3 sind die Resultate beider Tabellen graphisch aufgetragen. Abszisse ist der Druck in Atmosphären à 76 cm Quecksilber von 0° , Ordinate das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in Untersuchungs- und Kontrollrohr.

Fig. 3.

Der mögliche Gesamtfehler für dieses Verhältnis ergibt sich als Summe der Einzelfehlermöglichkeiten: Reduziert man die Wellenlängenablesungen eines Einzelversuches in Kontroll- und Untersuchungsrohr nach der Methode der kleinsten Quadrate und berechnet daraus den wahrscheinlichsten Fehler des Mittelwertes, so findet man Fehlergrenzen von der Größenordnung $\pm 0,5$ Promille für Kontroll- und Untersuchungsrohr, zusammen also ± 1 Promille. Dazu kommt für das Kontrollrohr eine Fehlermöglichkeit von $\pm 0,2$ Promille, herrührend von der Temperaturmessung. Eine entsprechende Korrektur für das Untersuchungsrohr entfällt, weil dort die Temperatur mit genügender Genauigkeit 0° bzw. $-79,3^\circ$ betrug. Eine Irrtumsmöglichkeit in der Druckablesung, die bis $\pm \frac{1}{2}$ Atm.

betragen kann, würde, besonders bei höheren Drucken, wo die Schallgeschwindigkeit stark mit dem Druck variiert, das Resultat etwa um $\pm \frac{1}{2}$ Promille fälschen können. Die Gesamtfehlermöglichkeit für das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten für den Einzelversuch beträgt also $\pm 1,7$ Promille.

Abweichungen bis zu dieser Größe und darüber kommen bei Versuchen, die unter sonst gleichen Bedingungen gewonnen sind, in der Tat vor.

Dies scheint auf die Möglichkeit zu deuten, daß in der Methode der Kundtschen Staubfiguren Fehlereinflüsse stecken, die bisher noch nicht erkannt sind.¹⁾ Eine eingehende Versuchsreihe, um hierüber womöglich Klarheit zu gewinnen, ist im hiesigen Institut zurzeit im Gang.

Tabb. 5 und 6 enthalten die Schlußresultate des ersten Hauptteiles, nämlich die Mittelwerte für das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in Druckstufen von 25 zu 25 Atm. Es findet sich in Spalte 1 der Druck in Atmosphären à 76 cm Quecksilber von 0°, in Spalte 2 das zugehörige Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten, graphisch aus den Einzelresultaten der Tabb. 3 bzw. 4 interpoliert. In Spalte 3 stehen zum Vergleich die Mittelwerte Witkowskis für ein Verhältnis der Wellenlänge (27 mm) zur Röhrenweite (20 mm), das etwa dem hier benutzten entspricht.

Tabelle 5.

 $t = 0^\circ$.

1	2	3
Druck in Atmosphären à 76 cm Hg	Verhältnis der Schallgeschw. Untersuchungsrohr Kontrollrohr	Verhältnis der Schallgeschw. nach Witkowski
1	1,000	1,000
25	1,008	1,009
50	1,022	1,021
75	1,041	1,038
100	1,064	1,062
125	1,095	
150	1,132	
175	1,173	
200	1,220	

1) Vgl. auch: S. Valentiner, l. c.

Tabelle 6.

 $t = -79,3^\circ$.

1	2	3
Druck in Atmosphären à 76 cm Hg	Verhältnis der Schallgeschw. Untersuchungsrohr Kontrollrohr	Verhältnis der Schallgeschw. nach Witkowski
1	0,842	0,844
25	0,881	0,841
50	0,880	0,887
75	0,848	0,856
100	0,885	0,901
125	0,960	
150	1,047	
175	1,140	
200	1,289	

Die Übereinstimmung zwischen den Resultaten der vorliegenden Arbeit und denen Witkowskis ist für die Versuche der 0° -Reihe sehr gut, für die der $-79,3^\circ$ -Reihe weniger befriedigend. Bei letzteren Versuchen muß man allerdings die Verschiedenheit des mittleren Luftdruckes in Krakau und München berücksichtigen. Diese beträgt entsprechend 800 m Höhendifferenz rund 30 mm Hg. Die Temperatur des Alkohol-Kohlensäuregemisches ist also in München ca. $0,6^\circ$ tiefer als in Krakau (vgl. p. 564). Unter Verwertung dieser Tatsache nähern sich die Werte Witkowskis denen der vorliegenden Reihe noch um 1 Promille.

(Fortsetzung folgt.)

München, Physik. Inst. d. Universität.

(Eingegangen 19. Mai 1908.)

1

Wellen im Kontrollrohr. $p = 1$ Atm. $t = \text{ca. } 15^\circ$.

2

Wellen im Untersuchungsrohr. $p = 11,5$ Atm. $t = 0^\circ$.

3

Wellen im Untersuchungsrohr. $p = 29$ Atm. $t = 0^\circ$.

4

Wellen im Untersuchungsrohr. $p = 195$ Atm. $t = 0^\circ$.

5

Wellen im Untersuchungsrohr. $p = 115,5$ Atm. $t = -79^\circ$.

6

Wellen im Untersuchungsrohr. $p = 195$ Atm. $t = -79^\circ$.