**X. Ueber den Einfluss der Dalton'schen Theorie
auf die barometrische Höhenmessung und
die Eudiometrie;
von Dr. K. L. Bauer zu Ettenheim in Baden.**

Bei der Abfassung dieses Aufsatzes habe ich vorzugsweise zwei in Gilbert's Annalen erschienene Abhandlungen berücksichtigt; die erste derselben rührt von Tralles her, (Bd. 27, S. 438 etc. 1805), die zweite von Benzenberg (Bd. 42, S. 162 etc. 1812). Die Resultate beider Arbeiten stimmen keineswegs mit einander überein, obschon man dies, ohne Zweifel wegen bloß oberflächlicher Ansicht derselben, an verschiedenen Orten behauptet findet. Es wird im Nachfolgenden gezeigt werden, daß der Grund der Nichtübereinstimmung in mehreren fehlerhaften Rechnungen Benzenberg's liegt, die dessen Tabellen und Schlüsse völlig illusorisch machen. Ich habe es daher nicht für überflüssig gehalten, jene Tabelle, unter Zugrundelegung der Regnault'schen Constanten, neu zu berechnen; der Einfachheit halber wurden jedoch nur die Stickstoff- und die Sauerstoffatmosphäre berücksichtigt.

I.

Als Ausgangspunkt für den zu behandelnden Gegenstand dient uns die hypsometrische Fundamentalformel, wie sie meines Wissens zuerst von Kästner entwickelt wurde; sie setzt die Atmosphäre als ruhend, trocken, von gleichförmiger Temperatur und, im Gegensatze zu Dalton, als einheitlich voraus und abstrahirt von der Verschiedenheit der Schwere in verschiedenen Höhen. (Ueber die sehr einfache Entwicklung der Formel vgl. u. a. Gehler's physik. Wörterbuch, Artikel Höhenmessung.) Bedeutet b_0 den Barometerstand an der Meeresfläche, s_0 das auf Quecksilber bezogene spec. Gewicht der Luft vom Drucke b_0 , und sind

in der Höhe h über dem Meer die entsprechenden Größen b , s , so ist bekanntlich

$$b = b_0 e^{-\frac{s_0}{b_0} h}.$$

Dem unter den gemachten Voraussetzungen constanten Verhältnisse $b : s = b_0 : s_0$ hat man den Namen *barometrischer Coëfficient*, oder *beständige Zahl* beigelegt; es giebt die Höhe einer verticalen Luftsäule, durchweg von dem auf Quecksilber bezogenen spec. Gewicht s an, welche einer Quecksilbersäule von gleicher Grundfläche und der Höhe b , oder dem Druck der entsprechenden Atmosphäre, das Gleichgewicht hält. Statt b schreiben wir jetzt genauer b_h und führen außerdem den Index L (Luft) ein, so dafs wir haben:

$$1) \quad b_h^L = b_0^L e^{-\frac{s_0^L}{b_0^L} h}$$

Nach Dalton ist der Barometerstand als Folge des Druckes mehrerer von einander unabhängiger Atmosphären zu betrachten, von denen hier, wie gesagt, blofs die Stickstoff und Sauerstoffatmosphäre, als die bei weitem wichtigsten, Aufnahme finden sollen. In der Höhe h über dem Meer ist dann der Barometerstand nicht $= b_h^L$, sondern =

$$2) \quad b_h^{N,O} = b_h^N + b_h^O = b_0^N e^{-\frac{s_0^N}{b_0^N} h} + b_0^O e^{-\frac{s_0^O}{b_0^O} h}$$

Obwohl nun die Gleichungen 1) und 2) nur unter Annahme mehrerer, der Wirklichkeit nicht entsprechenden, Bedingungen bestehen, so können sie doch recht wohl dazu dienen den Einfluß der Dalton'schen Theorie auf Höhenmessung und Endiometrie, wenigstens der Art nach, zu untersuchen, weil die gemachten Voraussetzungen sich in gleicher Weise auf 1) und 2) beziehen.

II.

Um nach obigen Formeln die Barometerstände b_h^L , b_h^N , b_h^O für verschiedene h zu berechnen, bedürfen wir vor allen

Dingen verschiedener numerischer Constanten, die ich dem *Annuaire du bureau des longitudes pour 1867* entlehne, nach S. 359 sind die spec. Gewichte der in Frage kommenden Gase, bei 760^{mm} Druck und 0^o Temperatur =

	<i>L</i>	<i>N</i>	<i>O</i>
Spec. Gew.	1,00000	0,97137	1,10563.

Fügt man noch hinzu, dafs unter denselben Bedingungen das Gewicht der Luft zu dem des Quecksilbers sich wie 1:10517,3 verhält, so folgt weiter:

Gew. gegen Quecks.	<i>L</i>	<i>N</i>	<i>O</i>
bei 760 ^{mm} Druck	1:10517,3	1:10827,3	1:9512,5.

An der Meeresfläche mögen 100 Volumina Luft *x* Vol. *N* und 100 — *x* Vol. *O* enthalten; die Zahl *x* berechnet sich dann aus der Gleichung $0,97137x + 1,10563(100 - x) = 100$, welche ausdrückt, dafs das Gewicht des *N* + dem Gewicht des *O* = dem Gewicht der *L* ist.

<i>N</i> und <i>O</i> am Meer	<i>N</i>	<i>O</i>
in Volumproc.	78,6757	21,3243.

Durch Multiplication jeder dieser Zahlen mit dem bezüglichen spec. Gew. erhält man die Gewichtsprocente; natürlich braucht nur Eine der Multiplicationen wirklich ausgeführt zu werden.

<i>N</i> und <i>O</i> am Meer	<i>N</i>	<i>O</i>
in Gewichtsproc.	76,4232	23,5768.

Um die Gröfsen b_n^N und b_0^O zu bestimmen, denken wir uns in einem kleinen verticalen Luftcylinder an der Meeresfläche für einen Augenblick den Stickstoff gänzlich vom Sauerstoff getrennt, z. B. über diesem gelagert, so dafs der Sauerstoff 21,3243 Vol., der Stickstoff 78,6757 Vol. einnimmt, und jedes der beiden Gase die Spannkraft 760^{mm} besitzt. Nach der Dalton'schen Theorie verbreitet sich nun jedes der Gase gleichmäfsig in dem ganzen cylindrischen Raum, wie wenn das andere gar nicht vorhanden wäre. Die von *N* und *O* anfänglich occupirten Räume vergrößern sich in Folge dessen in dem Verhältnisse von 78,6757:100, resp. 21,3243:100, die Spannkräfte ändern

sich also nach Mariotte im reciproken Verhältnisse. So findet man die an der Meeresfläche stattfindenden Partialdrucke des Stickstoffs und Sauerstoffs:

$$\begin{array}{ccc} b_0^L & b_0^N & b_0^O \\ 760^{\text{mm}} & 597^{\text{mm}},935 & 162^{\text{mm}},065. \end{array}$$

Benzenberg's Berechnung dieser Größen ist irrthümlich; er setzt den Druck der wasserfreien Atmosphäre an der Meeresfläche = 27,76 P. Zoll, und erhält nun beispielsweise aus dem Umstande, dafs in 100 Theilen trockener Luft 76,49 *Gewichtstheile* *N* sind, den Partialdruck des *N* = 27,76 . 0,7649 = 21,2336 P. Zoll. Statt dessen hätte er aus der Annahme, dafs in 100 Theilen Luft 78,93 *Volumtheile* *N* enthalten sind, den Partialdruck des *N* berechnen sollen zu 27,76 . 0,7893 = 21,911 P. Zoll. Schon wegen dieses gleich zu Anfang vorgefallenen Versehens sind sämmtliche von Benzenberg am angeführten Orte publicirte Tabellen unrichtig.

Die beständige Zahl $\frac{b_0^L}{s_0}$ ist, in *Metern* ausgedrückt, $= \frac{0^{\text{m}},760}{1 : 10517,3} = 0^{\text{m}},76 \cdot 10517,3$; bringt man hieran successive den Factor 1 : 0,97137 und 1 : 1,10563 an, so resultiren die Werthe für $b_0^N : s_0^N$ und $b_0^O : s_0^O$. Bei vollständiger Angabe des Zählers und Nenners würde

$$\begin{aligned} \frac{b_0^N}{s_0^N} &= \frac{0^{\text{m}},597935}{1 : 10827,3 \cdot \frac{760}{597,935}} = 0^{\text{m}},760 \cdot 10827,3 \\ \frac{b_0^O}{s_0^O} &= \frac{0^{\text{m}},162065}{1 : 9512,5 \cdot \frac{760}{162,065}} = 0^{\text{m}},760 \cdot 9512,5, \end{aligned}$$

was mit der vorher angedeuteten Berechnungsweise identisch ist.

Beständige Zahl	<i>L</i>	<i>N</i>	<i>O</i>
$b_0 : s_0$	7993 ^m ,15	8228 ^m ,74	7229 ^m ,5.

Die Formeln zur Berechnung der Barometerstände bei einer beliebigen Höhe h über dem Meer gestalten sich jetzt für die drei Atmosphären, wie folgt:

$$b_h^L = 760^{\text{mm}} e^{-\frac{h^{\text{met.}}}{7993,15}}$$

$$b_h^N = 597^{\text{mm}},935 e^{-\frac{h^{\text{met.}}}{8228,74}}$$

$$b_h^O = 162^{\text{mm}},065 e^{-\frac{h^{\text{met.}}}{7229,5}}$$

III.

Unter Zugrundelegung dieser Gleichungen läßt sich folgende Tabelle berechnen:

h m	b_h^N mm	b_h^O mm	$b_h^N + b_h^O$ mm	b_h^L mm	$b_h^N - b_h^L$ mm
0	597,935	162,065	760,000	760,000	0,000
100	590,713	159,839	750,552	750,551	0,001
1000	529,513	141,129	670,642	670,626	0,016
10000	177,369	40,641	218,010	217,510	0,500
20000	52,614	10,191	62,805	62,251	0,554
21000	46,593	8,87493	55,46793	54,9305	0,53743
66000	0,196481			0,197157	
67000	0,173998			0,173972	

Aus dieser Zusammenstellung sieht man zunächst, daß in irgend einer Höhe über dem Meer der Stand des Barometers nach Dalton *höher* ausfällt, als nach der ältern Ansicht, oder daß irgend einem Barometerstand nach Dalton eine *größere* Höhe über dem Meer entspricht, als nach der frühern Theorie. Der Mehrbetrag des Barometerstandes bleibt jedoch sehr unbedeutend, erreicht in einer Höhe von beiläufig 20000 Metern den Maximalwerth von wenig mehr als einen halben Millimeter, und nimmt dann wieder beständig ab. In der Höhe von 67000 Metern ist der Druck der Stickstoffatmosphäre allein schon bedeutender als der der ältern Ansicht entsprechende Atmosphärendruck.

Dafs der Barometerstand nach Dalton stets beträchtlicher ausfällt, als ohne Rücksicht auf dessen Theorie, hätten wir auch vor Aufstellung der Tabelle ganz allgemein nachweisen können, wie folgt. Die Differenz $(b_h^N + b_h^O) - b_h^L$ läfst sich nach dem Fröhner unter der Form darstellen:

$$\begin{aligned} b e^{-\beta h} + (a - b) e^{-\gamma h} - a e^{-\alpha h} \\ = b(e^{-\beta h} - e^{-\gamma h}) - a(e^{-\alpha h} - e^{-\gamma h}) \\ \gamma > \alpha > \beta; \quad a > b. \end{aligned}$$

Diese Gröfse wird stets positiv seyn, wenn das Verhältnifs

$$\begin{aligned} \frac{b(e^{-\beta h} - e^{-\gamma h})}{a(e^{-\alpha h} - e^{-\gamma h})} &= \frac{b}{a} \cdot \frac{e^{(\gamma - \beta)h} - 1}{e^{(\gamma - \alpha)h} - 1} \\ &= \frac{b}{a} \cdot \frac{(\gamma - \beta)h + \frac{(\gamma - \beta)^2}{1 \cdot 2} h^2 + \dots}{(\gamma - \alpha)h + \frac{(\gamma - \alpha)^2}{1 \cdot 2} h^2 + \dots} > 1 \text{ ist.} \end{aligned}$$

Nun besteht aber, wie aus der Bedeutung der Buchstaben leicht abzuleiten, die Beziehung $\frac{b}{a} = \frac{\gamma - \alpha}{\gamma - \beta}$; der fragliche Ausdruck nimmt daher die einfache Gestalt an:

$$\frac{1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma - \beta}{1} h + \frac{1}{3} \frac{(\gamma - \beta)^2}{1 \cdot 2} h^2 + \dots}{1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma - \alpha}{1} h + \frac{1}{3} \frac{(\gamma - \alpha)^2}{1 \cdot 2} h^2 + \dots} > 1$$

für jedes h , weil $\gamma > \alpha > \beta$.

Dasselbe Resultat wurde in anderer Weise schon 1803 von Tralles abgeleitet; er entwickelte den Quotienten $(b_h^N + b_h^O) : b_h^L$ in eine nach Potenzen von $x = \alpha h$ fortschreitende Reihe und bewies, dafs hierin der Coefficient von x identisch Null ist, unter Benutzung einer Relation, die mit der von uns gebrauchten $b : a = (\gamma - \alpha) : \gamma - \beta$ auf Eins hinausläuft ($\sigma = c : (c - \gamma)$ in der Bezeichnung von Tralles; $1 - \sigma = -\gamma : (c - \gamma)$ ist mit unserer Bezeichnung identisch). Hieraus schließt er, dafs der Barometerstand nach Dalton für jede beliebige Höhe sich um sehr wenig höher finde, als ohne dessen Theorie; er berechnet ein einziges Beispiel unter der Annahme $h = 6600$ Meter (die grösste Höhe, welche Gay-Lussac im Luftballon er-

reichte) und findet bei Benutzung Biot'scher Constanten, $b_h^N + b_h^o - b_h^L = 0,013$ P. Zoll.

Zu einem ganz andern Ergebnisse kam sieben Jahre später Benzenberg, weil er, wie schon erwähnt, die Partialdrucke b_o^N und b_o^o fehlerhaft bestimmt. Benzenberg findet, daß bis zu 12000 P. Fufs Höhe über dem Meer der Unterschied zwischen den Barometerständen $b_h^N + b_h^o$ und b_h^L wächst und zwar, daß der erstere Stand *niedriger* als der letztere ist, während es in Wahrheit sich umgekehrt verhält; von 12000 bis 34000 Fufs (bei trockener Luft bis 48000 F.) nehme die Differenz von ihrem Maximum 0,0202 Zoll bis 0 ab, und in noch bedeutenderen Höhen sey der Barometerstand nach Dalton der gröfsere. Wir sind übrigens nicht der von Benzenberg ausgesprochenen Ansicht, daß dieses Resultat »eine nicht sogleich zu erklärende Merkwürdigkeit« sey. Ebenso unbegründet, wie das Resultat selbst, sind die Anwendungen, welche Benzenberg davon machte. Er behauptet, die trigonometrischen und barometrischen Höhenmessungen des Montblanc und des Monte Gregorio stimmten weit besser mit einander überein, wenn man nach seinen Tabellen die Dalton'sche Theorie in Betracht zöge, also von der Höhe der genannten Berge 30, resp. 16 P. Fufs subtrahirte, und schließt aus diesem Umstande auf die Richtigkeit jener Theorie. Hätte jedoch Benzenberg richtig gerechnet, wie es Tralles vorher gethan, so würde die Correction in entgegengesetztem Sinne ausgefallen seyn, und somit ein Argument gegen Dalton's Theorie ergeben haben. Statt der Benzenberg'schen Partialdrucke b_o sollte gesetzt werden $b_o^N = 21,911$ P. Zoll; $b_o^o = 5,8296$; $b^C = 0,0194$ (wo C die Kohlensäureatmosphäre andeutet), dann würde man für $h = 10000$ Fufs erhalten, $b^N = 14,7503$, $b^o = 3,69766$, $b^C = 0,0105318$, deren Summe $= 18,4585$, wogegen $b^L = 18,4531$, also gegen Dalton um 0,0054 zu niedrig, während nach Benzenberg um 0,0217 zu hoch.

Trotz dieses Sachverhaltes hat 1829 Brandes in Gehlers physik. Wörterb., Art. Höhenmessung, S. 305 bis 306, die Bemerkung gemacht, daß Tralles in den Barometer-

ständen nahe dieselbe Differenz wie Benzenberg gefunden habe, und in dem Artikel Atmosphäre S. 492 wird Benzenberg als der „bedeutendste, gründlichste und eifrigste Vertheidiger der Dalton'schen Theorie“ bezeichnet. Wir werden dem Bisherigen sogleich noch einiges zu dem Beweise beifügen müssen, daß der genannte Gelehrte dieses Lob wenigstens nicht durchgängig verdient.

IV.

Betrachtet man die Luftatmosphäre als eine einheitliche, so hat man die Zusammensetzung derselben in allen Höhen für ein und die nemliche zu halten; nimmt man aber mit Dalton mehrere von einander unabhängige Gasatmosphären an, so erklärt man die Zusammensetzung der Luft für veränderlich: der Stickstoff wird nach oben eine langsamere Abnahme erfahren, als der specifisch schwerere Sauerstoff, das specifische Gewicht der Luft aus der Höhe wird also geringer seyn, als dasjenige der unter gleichem Druck gedachten Luft aus der Tiefe. Das Vorausgegangene erlaubt den Gegenstand sogleich genauer zu untersuchen.

Wie wir aus der für die Meeresfläche geltenden Angabe der Volumprocente von N und O auf die Partialdrucke b_0^N und b_0^O schlossen, ebenso gestatten uns die jetzt für verschiedene Höhen berechneten b_h^N und b_h^O auf die jedesmalige eudiometrische Zusammensetzung der Luft zu schließen. Die Volumprocente von N und O in der Höhe h werden gegeben seyn durch $100 b_h^N : (b_h^N + b_h^O)$ und $100 b_h^O : (b_h^N + b_h^O) = 100 - 100 b_h^N : (b_h^N + b_h^O)$. Das Verhältniß der Volumprocente von N und O zu einander ist dargestellt durch $b_h^N : b_h^O$, wie auch Tralles ergibt, während Benzenberg fälschlich hierin das Verhältniß der *Gewichtsprocente* erblickt, und somit in die Tabellen einen zweiten Fehler einführt. Aus dem Bisherigen erhalten wir:

$h =$	Volumprocente			
	0 ^m	100	1000	10000
$N = 78,6757$		78,7038	78,9561	81,3580
$O = 21,3243$		21,2962	21,0439	18,6420.

Die Zunahme des Stickstoffgehalts und die Abnahme des Sauerstoffgehalts mit der Höhe lassen diese Zahlen deutlich erkennen. Tralles hat eine Reihenentwicklung für $b'_h : (b_h^N + b_h^O)$ gegeben; er berechnete den eudiometrischen Sauerstoffgehalt für die Höhe 6600 Meter zu 2 Proc. geringer, als an der Meeresfläche, und schloß hieraus auf die Unhaltbarkeit der Dalton'schen Theorie, indem Gay-Lussac, bei einer Genauigkeit der Analyse von 0,1 Proc. keine merkliche Verschiedenheit habe nachweisen können.

Obige Tafel gestattet, das spec. Gew. der Luft in verschiedenen Höhen und bei gleichem Druck zu berechnen, das spec. Gew. der an der Meeresfläche befindlichen Luft = 1 gesetzt. Es haben z. B. in 100 Meter Höhe 100 Volumina Luft ein Gesamtgewicht von 78,7038 . 0,97137 + 21,2962 . 1,10563; nehmen wir hiervon den 100^{sten} Theil, so haben wir das Gewicht der Volumeinheit, oder das spec. Gew. Benzenberg rechnet anders; er multiplicirt (l. c. S. 179) die Zahl der, allerdings blofs vermeintlichen, Gewichtsprocente N mit dem spec. Gew. des N , addirt dazu das Produkt aus der Zahl der vermeintlichen Gewichtsprocente O in das spec. Gew. des O , und würde nun, aber auf offenbar sehr seltsame und wenig empfehlenswerthe Weise, in dem Verhältnisse solcher für die Meeresfläche und die Höhe h berechneter Summen wirklich das Verhältniß der spec. Gewichte der Luft an der Meeresfläche und in der Höhe h erhalten, wenn die Gröfsen b_h^O und b_h^N , somit auch die daraus berechneten vermeintlichen Gewichtsprocente nicht fehlerhaft, d. h. die richtigen Volumprocente wären. Wir finden folgendes:

Spec. Gew. der Luft bei gleichem Druck.

$h =$	0 ^m	100 ^m	1000 ^m	10000 ^m
Spec. G. =	1,000000	0,999962	0,999624	0,996399.

Setzen wir das spec. Gew. der Luft in der Höhe h der Einheit gleich, so haben wir die früher angegebenen spec. Gew. des N und des O in demselben Verhältnisse zu vergrößern. Diese Bemerkung führt zu der weiteren Tabelle:

Spec. Gew. von *N* und *O*, auf Luft in gleicher Höhe bezogen.

<i>h</i> =	0 ^m	100	1000	10000
<i>N</i> =	0,97137	0,971407	0,971735	0,974880
<i>O</i> =	1,10563	1,10567	1,10605	1,10963.

Mit Hülfe der beiden letzten Tabellen können wir noch schliesslich die Gewichtsprocente von *N* und *O* in verschiedenen Höhen bestimmen. Indem wir beispielsweise das spec. Gew. der Luft in der Höhe 100^m der Einheit gleichsetzen, ist das Gewicht des Stickstoffs = 78,7038 . 0,971407 und das des Sauerstoffs = 21,2962 . 1,10567 = 100 — 78,7038 . 0,971407. Hierauf basirt folgende Zusammenstellung:

	Gewichtsprocente.			
<i>h</i> =	0 ^m	0	100	10000
<i>N</i> =	76,4232	76,4534	76,7245	79,3143
<i>O</i> =	23,5768	23,5466	23,2755	20,6857.

Auch vorliegende Zahlen lassen die Zunahme des Stickstoffs und die Abnahme des Sauerstoffs bei wachsender Höhe deutlich erkennen; es wäre wohl wünschenswerth, dass diese aus Dalton's Theorie gefolgerte Thatsache durch neue, exakte eudiometrische Versuche geprüft würde.

Ettenheim in Baden, 1868 Juli 16.

XI. Ein neuer Adhäsionsapparat; von Dr. G. Krebs in Wiesbaden.

Die Apparate, mittelst deren man die Cohäsion der Wassertheilchen an einander, oder die Adhäsion des Quecksilbers an das Glas zeigen kann, beruhen darauf, dass man eine Glasscheibe mit einer Wasser- oder Quecksilberoberfläche so in Berührung bringt, dass sie dieselbe nur mit ihrer unteren Fläche und zwar in allen Punkten berührt; man kann dann leicht nachweisen, dass es eine gewisse Kraft