SUL SILURO ELETTRICO DEL NILO; DI DÜ BOIS-RAYMOND.

(*Monatsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Août 1857*).

Nel T^o. I. pag. 297, e nel T^o. II. pag. 447 di questo Giornale, abbiamo riportate alcune esperienze che il nostro amico e Collega il Prof. Ranzi Clinico a Firenze, aveva eseguito per nostra preghiera sul siluro del Nilo, nell'occasione di un suo viaggio in Egitto.

Da queste esperienze, che erano state condotte con diligenza e con buon metodo, avevamo dedotto che la scarica elettrica del siluro era diretta nell'arco esterno, cioè nel filo del galvanometro, dalla coda alla testa dell'animale, come poli dell'organo elettrico e quindi al contrario di quello che avviene nel ginnoto.

Du Bois-Raymond ha ripetuto recentemente una ricerca simile sopra un siluro vivo che era stato portato a Berlino dall'Egitto e ne ha pubblicato il risultato che conferma l'esperienza citata, forse ignorando che fosse già stata fatta e pubblicata.

superficie della lente, e la terza alla porzione dell'asse del pennello emergente. Le presenti tre equazioni, essendo dedotte dalle (11), col solo omettere delle quantità del sest' ordine di grandezza, affatto trascurabili, sussistono nello stesso grado di esattezza di queste, così che, se la lente fosse rigorosamente rappresentata ne' suoi effetti dalle (11), anche l'asse del pennello lo sarebbe dalle precedenti (19).

Gli Ottici sostituiscono, per l'uso comune, una costruzione assai semplice, che è molto atta a fornirci, con una discreta approssimazione, tanto il corso dell'asse del pennello luminoso, quanto il luogo del fuoco conjugato del punto radiante, e la quale si può pure facilmente dedurre dalle nostre equazioni.

Le due formole (17) e (18) conducono primieramente alla proporzione

$$\phi_2 : \phi_1 :: x' : x''$$

ovvero, sostituendo pei poteri refrattivi delle superficie della lente i loro rispettivi valori segnati (9), alla seguente:

$$\rho_1 : \rho_2 :: x' : x'',$$

per cui, in virtù di questa e dell'equazione (16), ottengono le distanze rispettive del centro ottico C dalle due superficie della lente, tagliando la sua grossezza $cc' = h_1$, nelle parti cC , e Cc' , direttamente proporzionali ai raggi di curvatura delle medesime.

Costruito per tal modo il centro ottico, ed osservato, che le porzioni dell'asse del pennello incidente ed emergente, prolun-

gate nell'interno della lente, passano a delle distanze dallo stesso centro, che sono del terz'ordine di grandezza (*), e trascurabili, suppongono che queste due porzioni s'incontrino in esso. Unendo quindi il punto radiante R al centro ottico per mezzo della retta RC, e prolungandola indefinitamente, prendono l'unica retta RE, per l'asse totale del pennello luminoso, nel caso, che la lente sia immersa in un solo fluido. Se poi i mezzi, in contatto da una parte e dall'altra delle due superficie della lente, fossero diversi, bisognerebbe, per avere la porzione dell'asse del pennello emergente, far partire, dal detto centro C, la retta CE in modo, che facesse coll'asse centrale CA' un'angolo X_1 , il cui seno fosse dato dalla proporzione, che somministra la formola (14). Supponendo in fine, che CF dinoti la distanza focale principale della lente, e tagliando sulla CE una porzione CA, data dalla proporzione:

$$RC - CF : CF :: RC : CA,$$

che deducesi dalla formola (7)", il punto A sarà il fuoco coniugato del punto radiante R.

4.

Microscopio semplice.

Le lenti, per le quali il valore di F è positivo, che, come abbiamo già notato, si distinguono pel carattere geometrico, facile a dimostrarsi colla formola (6)", d'essere più grosse nel mezzo che ai loro bordi, e pel carattere fisico di far concorrere in un fuoco reale i raggi, che cadono paralleli su di esse, godono delle proprietà di poter servire a farci vedere gli oggetti amplificati.

Per dedurre dalle formole esposte la quantità, di cui ci parrebbero ingrandite le dimensioni lineari degli oggetti osservati colle dette lenti, fa duopo che premettiamo alcuni principii sulla visione.

(*) Chiamando d' e d'' queste distanze, esse sono date dalle formole
 $d' = x' \sin X_0 - y_1 \cos X_0$, $d'' = x'' \sin X_1 - y_1 \cos X_1$.

L'occhio è l'organo di un senso, che propriamente ci rende soltanto avvertiti della direzione in cui stanno i punti o fuochi, dai quali ci pervengono i pennelli dei raggi luminosi, e della maggiore o minore quantità, e divergenza, con cui i raggi di ciascun pennello penetrano per la pupilla. Col primo effetto siamo fatti consapevoli dell'angolo visuale, che sottende una dimensione lineare qualunque dell'oggetto; col secondo apprezziamo la sua chiarezza e distinzione. Associando colla riflessione e coll'esercizio, a questi dati quelli, che ci porge il senso del tatto, impariamo a giudicare della grandezza delle dimensioni lineari degli oggetti, stimandole in ragion composta dell'ampiezza dell'angolo visuale che sottendono, e della distanza che attribuiamo all'oggetto. L'abitudine ci addestra così bene a questo giudizio, che in seguito lo formiamo, sugli oggetti posti in distanza, per intuizione, senza più riflettere sulla natura dei dati con cui lo pronunciamo.

Se si tratta d'oggetti poco discosti, la cui distanza ci sia conosciuta, o se abbiamo una prenozione di ciò che si guarda, il giudizio, che formiamo delle grandezze lineari osservate, è esatto. Se le distanze degli oggetti sono semplicemente arguite col senso, pel grado maggiore o minore di convergenza, con cui dirigiamo su di essi gli assi ottici de' nostri occhi, e pel effetto concomitante di contrazione, in cui alcune delle parti interne di questi organi soglionsi porre, per rendersi atte a concentrare sulla retina i pennelli più o meno divergenti dei raggi luminosi; o bene, se sono congetturate dalla vista contemporanea di oggetti interposti, o dall'effetto della prospettiva aerea, la quale fa sì, che la chiarezza degli oggetti diminuisce col crescere delle loro distanze, allora il giudizio diviene incerto. Se poi le distanze degli oggetti escono dagli stretti limiti in cui è compresa la porzione di superficie terrestre soggetta alla nostra vista, il giudizio è per lo più erroneo, massime se si tratta di corpi luminosi. Il diametro del sole è giudicato di diversa lunghezza da diverse persone, ma sempre nei limiti di pochi decimetri, eppure in realtà ascende a circa 1431 milioni di metri.

Posti questi principii, possiamo facilmente calcolare le grandezze lineari, che diamo agli oggetti veduti, per mezzo delle

loro immagini, attraverso ad una lente, di cui la distanza focale principale positiva sia conosciuta. Per fissare le idee, supponiamo che la lente sia tenuta davanti la pagina di un libro, o davanti ad un piccolo oggetto posto sopra una tavola, o retto coll'altra mano. Acciò in queste circostanze succeda l'effetto dell'ingrandimento, e si veda l'immagine diritta, bisogna, giusta la formola (7)", che il valore di Δ sia negativo e maggiore di Δ_0 . A queste due condizioni soddisfanno, come già abbiamo osservato, tutti i valori di Δ_0 compresi fra 0 ed F.

Sia nella figura annessa rappresentata con oo' la dimensione lineare dell'oggetto, incontrata nel punto O dall'asse centrale OC della lente $c C c'$,

e consideriamo il punto raggiante, che trovasi nell'estremità o : quello, che diremo di questo punto, sarà egualmente applicabile anche al punto o' all'altra estremità della linea oo' . Alla distanza CI , presa dal centro ottico C della lente, e conjugata a quella CO dell'oggetto, conduciamo la perpendicolare ii' all'asse centrale, e dal detto centro la retta $Co i$, che incontri la delineata perpendicolare nel punto i ; questo punto sarà, giusta le formole (8)", il fuoco conjugato del punto luminoso o , poichè abbiamo per costruzione:

$$Ci = \frac{IC}{OC} \cdot Oo ,$$

e le rette Ii , IC , OC ed Oo rappresentano rispettivamente le quantità y , $-\Delta$, Δ_o ed y_o nella citata formola.

Da questa costruzione rilevasi pertanto, che i raggi luminosi, i quali, partiti dal punto o , indi rifratti dalla lente, formano un pennello di luce, il cui asse passa pel punto P , ove trovasi il centro ottico del cristallino, o centro ottico dell'occhio (*), e si concentrano poi sulla retina, sono quelli, che si propagano in direzioni tali, che, se venissero prolungati per indietro, dopo essere usciti dalla lente, andrebbero a riunirsi nel fuoco virtuale i , e quindi, che l'occhio percepirà il punto o nella direzione in cui lo vedrebbe, se i suoi raggi procedessero dal detto fuoco.

La tangente dell'angolo IPi , compreso fra l'asse centrale e la visuale Pi , sarà data da

$$\tan IPi = \frac{Ii}{IP},$$

ovvero, sostituendo i valori precedentemente citati di Ii ed IP , ed impiegando il valore dell'angolo, espresso in parti del raggio, per quello della sua tangente, ciò che può farsi per la sua piccolezza, da

$$IPi = -\frac{\Delta}{\Delta_o} \frac{y_o}{d-\Delta};$$

dove abbiamo messo $-\Delta+d$ in luogo di IP , perchè si ha

(*) L'asse d'un pennello di luce, che investe la cornea, è segnato al raggio, che la traversa irrefratto, e quindi da quello che vi cade erpendicolarmente, e va a passare pel centro della superficie, supposta sferica, di cui la cornea è una zona. È notevole che, nella costruzione dell'occhio umano, questo centro coincida, o sia molto prossimo al centro ottico del cristallino, per cui lo stesso raggio segna pure l'asse del pennello nell'interno del cristallino, ed arriva precisamente, o quasi, in linea retta sulla retina; per questo motivo abbiamo qualificato il centro ottico del cristallino come centro ottico dell'occhio. Dalla superficie esteriore della cornea al centro ottico del cristallino vi sono poco più di 7^{mm}, da questo alla retina circa 7^{mm}, che costituiscono presso a poco la lunghezza focale dell'occhio umano.

$CI = -\Delta$, $CP = d$, dinotando con d la distanza del centro ottico dell'occhio dalla lente, ed è $IP = CP + CI$.

Lo stesso discorso, ripetuto rispetto al punto o' , ci condurrà all'equazione simile

$$IP' = \frac{\Delta}{\Delta_0} \frac{y'_0}{d - \Delta},$$

essendo $IP' = -y'_0$.

La somma di questi due angoli ci darà l'angolo visuale sotteso dall'oggetto, la cui lunghezza $oo' = y_0 - y'_0$ indicheremo con λ , e si avrà pel valore dell'angolo visuale l'espressione

$$iP' = -\frac{\Delta}{\Delta_0} \frac{\lambda}{d - \Delta}.$$

Ora possiamo notare che, l'osservatore avendo l'intimo sentimento, che le lettere o l'oggetto guardato, stanno sulla pagina del libro o sulla tavola, ed i bordi, sporgenti dall'una o dall'altra di queste superficie, tenendolo costantemente avvertito a qual distanza esse stanno dal suo occhio, il medesimo riterrà tuttavia l'immagine nel luogo dell'oggetto, alla distanza $PO = d + \Delta_0$, e quindi, giusta il premesso principio, con cui sono stimate le dimensioni lineari, giudicherà la grandezza reale dell'oggetto espressa da

$$(20) \quad l = -\frac{\Delta}{\Delta_0} \frac{d + \Delta_0}{d - \Delta} \lambda.$$

Acciò la pupilla dell'osservatore riceva il pennello dei raggi luminosi, emanati dal punto o , colla divergenza convenevole per ben percepirne l'immagine, bisogna che la distanza $PI = -\Delta + d$ sia quella, che corrisponde alla sua visione distinta, quella cioè, a cui il medesimo vede gli oggetti di piccola grandezza ben definiti. Chiamando D questa distanza, che è differente per differenti osservatori (*), si dovrà avere

$$(21) \quad d - \Delta = D$$

(*) La distanza per la visione distinta non solo è diversa per diversi osservatori, ma è variabile per lo stesso osservatore secondo il grado di

e quindi, eliminando dalla precedente equazione d con questa, e Δ con quella segnata (7)", si otterrà

$$(22) \quad l = \left\{ 1 - \frac{\Delta_0}{D} \frac{\Delta_0}{F - \Delta_0} \right\} \frac{F\lambda}{F - \Delta_0},$$

contrazione o distensione dell'uvea, e quindi secondo il grado di luce che domina, come pure lo può essere da un giorno all'altro secondo lo stato degli umori del suo occhio.

Il Dott. Porterfield nella sua opera *On the eye* Vol. 2 an. 1750, ed il Dott. Young, Lezione xxxviii, hanno proposto ciascuno uno stromento, simile nel principio, per determinare la detta distanza, al quale hanno dato il nome di *Optometro*. Un altro stromento, diretto allo stesso scopo, si trova descritto negli *Annales des sciences d'observation*, Juin 1820, dal sig. Lehot, sotto il nome di *Opsiometro*. In mancanza di uno di questi istromenti, si può determinare con sufficiente precisione tale distanza, facendo con uno spillo due piccoli fori in un cartoncino, per esempio in una carta da visita, ad una distanza reciproca minore del diametro della pupilla, come sarebbe quella di un millimetro e mezzo, e poi guardando attraverso di essi lo spillo medesimo, o qualche altro corpo sottile ed oblungo, perpendicolare alla linea che congiunge i due fori, e che luca su di un campo oscuro a piccola distanza dalla parte opposta. In questo modo si vedranno due piccoli dischi luminosi, che si sovrapporranno in parte, e nella parte comune si scorgeranno due immagini dello spillo o dell'oggetto, ed allontanandosi per gradi dal corpo osservato, si noterà, che le due immagini anderanno avvicinandosi fra loro. Quando si sia pervenuti ad una distanza alla quale esse si compenetreranno, la medesima sarà quella della visione distinta. L'osservatore, che è dotato di un occhio ben conformato, o che è semplicemente di vista lunga, continuerà a vedere le immagini compenstrate, ancorchè passi a distanze maggiori, soltanto, a più grandi distanze, esse cominceranno a divenire indistinte, e poi spariranno per la successiva diminuzione di luce, e degli angoli visuali sottesi dall'oggetto. Se poi l'osservatore è di vista corta, tornerà ad incontrare un'altra distanza, alla quale cominceranno a comparire due immagini dell'oggetto, e questa distanza gli darà il suo secondo limite di visione distinta ma vi sarà questa differenza nelle osservazioni fatte fuori dei due limiti, che, fuori del primo, l'immagine a diritta corrisponderà alla luce che passa pel foro a sinistra, e l'immagine alla sinistra a quella che passa pel foro alla diritta, e fuori del secondo le due immagini corrisponderanno rispettivamente alla luce passante pei fori dello stesso lato, lo che si potrà verificare con facilità, coprendo alternativamente l'uno o l'altro dei due fori.

Per comprendere come ciò avvenga, noteremo primieramente, che si può rendere la visione di un piccolo oggetto sensibilmente chiara e definita, ancorchè esso si trovi ad una distanza minore o maggiore di quella della visione distinta, guardando il piccolo oggetto per un tenuissimo fo-

dalla qual formola si vede, che la grandezza apparente l delle dimensioni lineari degli oggetti è variabile colla distanza di essi dalla lente.

Questa formola è suscettibile di un massimo, rispetto a Δ_0 , e si può dimandare a quale distanza deve porsi la lente dal-

ro. Se, per esempio, si guarda uno spillo a pochi pollici di distanza, e si trova, che la visione è confusa, basta guardarlo attraverso ad un piccolo foro praticato in un cartoncino, che si vedrà distintamente. Ciò dipende da che i pennelli lucidi, che partono dai diversi punti dell'oggetto, essendo ridotti molto sottili per la piccolezza del foro, che ammette il loro passaggio, ancorchè cadano sulla retina un po' dispersi, sono tuttavia sufficientemente raccolti per produrre sulla medesima delle immagini non troppo diffuse, ed atte a produrre ancora una percezione apprezzabile e definita dei punti da cui sono partiti.

Ciò posto immaginiamo un osservatore, che diriga l'asse ottico d'un suo occhio ad un punto dello spillo, e consideriamo i due pennelli lucidi, che partendo da esso, ed attraversando rispettivamente i due fori praticati nel cartoncino, investono due piccole porzioni della sua pupilla. Se l'oggetto fosse alla distanza della visione distinta, i due pennelli andrebbero ad incontrarsi sulla retina nello stesso punto in cui essa è incontrata dall'asse ottico dell'occhio: se l'oggetto è ad una distanza minore, i due pennelli avrebbero i loro fuochi coniugati al di là della retina, e quindi il pennello a destra dell'asse ottico la incontrerebbe in un luogo a destra dello stesso asse, e quello a sinistra in un luogo a sinistra: se poi l'oggetto è ad una distanza maggiore, i fuochi coniugati dei due pennelli si formerebbero avanti ch'essi arrivassero sulla retina, e s'incrocicchierebbero nell'interno sull'asse ottico, per cui quello proveniente dal foro a destra incontrerebbe la retina in un luogo a sinistra di quest'asse, ed il proveniente dal foro a sinistra la incontrerebbe in un luogo a destra. In tutti e tre i casi però, la poca espansione dei pennelli farà sì, che i medesimi desteranno sulla retina, come abbiamo precedentemente notato, l'immagine di un punto; ma nel primo caso le due immagini saranno compenstrate, e l'osservatore non avrà che la percezione di un solo punto, e negli altri due casi, le immagini essendo separate, scorgerà due punti, uno per ciascun lato dell'asse ottico dell'occhio. Siccome noi riferiamo le immagini, che sono dipinte sulla retina a destra del detto asse, a punti radianti situati nello spazio alla sinistra di esso, e viceversa, quelle, che sono dipinte sulla retina alla sinistra, a punti radianti situati alla destra; così, nel secondo caso, la situazione dello spillo, veduto coi pennelli luminosi che passano pel foro a destra, sarà giudicata alla sinistra di quella rappresentata dai pennelli luminosi passanti pel foro a sinistra: per lo contrario, nel terzo caso, le due immagini avendo le loro posizioni invertite sulla retina, anche la situazione dello spillo, veduto coi raggi che attraversano il foro a destra, sarà riferita a destra di quella in cui esso è scorto coi raggi passanti pel foro a sinistra.

l'oggetto, acciò l'amplificazione lineare risulti la massima. Cercando questo valore colle note regole si trova

$$\frac{1}{\Delta_0} = \frac{1}{F} + \frac{2}{D},$$

e, sostituendolo nelle formole (7)" e (21), dalle medesime si ricava

$$(23) \quad \Delta = -\frac{1}{2}D, \quad d = \frac{1}{2}D:$$

d'onde conchiuderemo, che, per ottenere l'effetto del massimo ingrandimento combinato colla massima distinzione della visione, la lente deve essere situata alla distanza

$$(24) \quad \Delta_0 = \frac{1}{2 \left(1 + \frac{D}{2F} \right)} D$$

dall'oggetto, e l'occhio deve stare al di là della lente alla metà della distanza della visione distinta.

In questo caso l'ingrandimento massimo lineare sarà dato da

$$(25) \quad \frac{l}{\lambda} = 1 + \frac{D}{4F}.$$

Una lente, impiegata a produrre un ingrandimento delle dimensioni lineari apparenti degli oggetti vicini, dicesi un *microscopio semplice*, ed i risultati precedenti ci mostrano come quest'istromento può impiegarsi col massimo vantaggio, ciò, che, per quanto io sappia, non era ancora stato indicato colla dovuta precisione.

Le formole precedenti sono valedoli nel caso, che l'osservatore sia conscio della distanza a cui stà l'oggetto, che vede attraverso la lente, e che conservi durante l'osservazione questo sentimento. Se la distanza dell'oggetto, distintamente veduto, gli è sconosciuta, il medesimo ha naturalmente una tendenza a risguardarlo per lo meno alla distanza della visione distinta. In questo caso si dovrà sostituire nella formola (20)

Da $d + \Delta_0$, e l'ingrandimento lineare non potrà essere minore di quello dato dall'espressione

$$(26) \quad \frac{l}{\lambda} = \frac{\Delta}{\Delta_0}.$$

Se l'oggetto, che si guarda attraverso la lente, è un dipinto, la cui distanza ci sia occulta, e se gli effetti di prospettiva geometrica ed aerea sono stati bene conservati; protraendo l'osservazione un po' a lungo, talchè l'occhio si adatti alla percezione di quegli effetti, ed il sentimento della distanza, a cui poteva sospettarsi il dipinto, sia come dileguato, si giunge perfino ad immaginare, che gli oggetti, che si vedono rappresentati, siano della grandezza naturale. Questo è ciò che avviene particolarmente cogli stereoscopii, nei quali l'effetto dei ritratti fotografici, per esempio, che è già notevole per la loro esattezza, viene di più ajutato dall'impiego di due di essi, nei quali è tenuto conto della piccola variazione di prospettiva geometrica, proveniente dalla distanza fra i due occhi.

5.

Occhiali.

L'uso più comune e più utile, che si fa delle lenti semplici, è quello di sussidiare la visione delle persone, le quali, per vedere bene gli oggetti, abbisognano di allontanarli od avvicinarli più di quello, che sarebbe comodo o possibile di tenerli. Le persone, che sono nel primo caso, son dette presbite, o di vista lunga, quelle nel secondo miopi, o di vista corta.

È noto dalla Fisiologia, che le parti trasparenti dei nostri occhi, come l'umor acqueo, il cristallino e l'umor vitreo, cogli integumenti che gli racchiudono, costituiscono un sistema diottrico, che fa le funzioni di una lente convergente rappresentante sulla retina, distesa sulla corioide nel fondo interno dell'occhio, e sede della percezione, le immagini degli oggetti che ci stanno davanti. Quando un'osservatore, i cui occhi son bene conformati, guarda naturalmente nello spazio, avendo gli assi ottici presso che paralleli, le immagini degli oggetti lon-

tani cascano sulle sue retine, il che vuol dire, che la distanza focale principale nei due sistemi diottrici, costituenti i suoi occhi, arriva giusto sino ad esse. Se il medesimo osservatore avesse poi a rivolgere lo sguardo ad un oggetto piccolo, soltanto visibile a poca distanza, tenendo gli occhi nello stato di prima, proverebbe il disagio d'una visione confusa, perchè i fuochi conjugati dei pennelli luminosi, partiti dai varii punti di esso, formandosi a maggiore distanza, la sua immagine risulterebbe situata al di là della retina in ciascun occhio, ed imperfettamente percettibile dal senso. La natura ha provveduto a quest'inconveniente, dotando gli occhi della facoltà di poter variare le loro distanze focali principali. Tosto che, nel guardare un oggetto vicino, facciamo concorrere su di esso i due assi ottici, per una certa connessione d'azione, che opera indipendentemente dal concorso della nostra volontà, gli occhi accorciano la loro distanza focale principale, in rapporto all'angolo fatto dagli assi medesimi, e la aggiustano alla lunghezza necessaria per portare sulle retine le immagini dell'oggetto (*). Tale facoltà si estende, per degli occhi ben conformati, dalla visione di oggetti situati alla distanza di 27 centimetri, che è il limite corrispondente della visione distinta, si-

(*) Che l'occhio abbia la facoltà di cambiare la sua distanza focale, adattandola alla visione distinta d'oggetti posti a differenti distanze, è una verità, che pare incontrastabilmente provata dagli esperimenti, descritti alle pagine 411, 415 del 1.º Volume della citata opera del Dott. Porterfield; i quali sono stati concepiti sul modello di quello fondamentale, riferito dal Dott. Motte in una raccolta intitolata *Versuche und Abhandlungen der Gesellschaft in Dantzic*. 3 Volumi, Danzica an. 1747, che è quello stesso, di cui abbiamo esposto i principii nella nota all'articolo precedente. Per quali mezzi poi l'occhio ottenga il detto adattamento non è ancor ben determinato. Il cangiamento di convessità della cornea, quello del cristallino, il trasporto di questo per avanti, la contrazione della pupilla, sono tanti mezzi, che furono messi in campo, come cause, per ottenere il detto effetto. Probabilmente tutte vi hanno qualche parte, ed è sperabile, che le nuove scoperte dei sigg. Brücke e Bauman sull'esistenza del muscolo ciliare, o tendine della coroide, confermate ed estese dai sigg. Müller e Rouget, saranno illustrate da altre, e si arriverà presto a mettere in chiaro il meccanismo, di cui il portentoso organo della vista si vale, per conformarsi a dare una sensazione distinta degli oggetti veduti a diverse distanze.

no a quella d'oggetti posti ad una distanza presso che infinita (*).

Se invece di considerare, un osservatore con occhi ben conformati, ne supponiamo uno, che, per deficienza nei poteri refrattivi delle superficie limitanti i mezzi rifrangenti de' suoi occhi, o per altro difetto, non riesca a ridurre sulle retine le immagini d'oggetti posti alla distanza di 27 centimetri, o ciò che torna allo stesso, non possa ridurre il limite della sua visione distinta a questa distanza, è chiaro che esso si troverà costretto d'allontanare gli oggetti sino al proprio limite, per poterli vedere con distinzione, ciò che, rispetto a piccoli oggetti, potrebbe far diminuire di troppo l'angolo ottico che essi sostengono per essere abbastanza bene percepiti. Per lo contrario se l'osservatore, per esuberanza dei poteri refrattivi delle dette superficie, non può allungare la distanza focale de' suoi occhi, sino a divenire la conjugata di quella d'oggetti posti alla distanza di 27 centimetri, a tanto non estendendosi il secondo limite della sua visione distinta, il medesimo sarebbe obbligato, per vederli chiaramente, d'approssimarli di più, lo che può divenire incomodo, e spesso impraticabile rispetto ad oggetti molto lontani. Le lenti semplici offrono a questi osservatori il mezzo d'esimersi da tali trasporti, e d'ottenere non di meno una visione distinta, per la proprietà, che hanno, di rendere i raggi dei pennelli luminosi, emanati dai varii punti degli oggetti, più o meno divergenti, come se partissero da luoghi più vicini o più lontani; e, quando le medesime sono destinate a questo ufficio, prendono il nome di *occhiali*.

Abbiamo visto infatti che le lenti convergenti, poste avanti gli oggetti ad una distanza minore della loro distanza focale principale, producono l'effetto di far arrivare agli occhi i pennelli dei raggi luminosi, emanati da ciascuno dei punti dell'oggetto, colla divergenza, che avrebbero se provenissero da un punto più lontano, e le divergenti quello di farli pervenire colla divergenza, che loro competerebbe se provenissero da un

(*) Si noterà, che i nostri occhi, per conseguire gli aggiustamenti della loro distanza focale corrispondenti a questi due lontanissimi estremi di posizione degli oggetti, non hanno bisogno d'accorciarla che d'un millimetro e mezzo.

punto più vicino. Per assegnare la forma delle lenti confaccienti alla visione distinta d'un dato osservatore, riteniamo le denominazioni degli articoli precedenti, e dinotiamo di più con h la distanza dell'oggetto dal centro ottico dell'occhio, così che sia

$$(27) \quad h = \Delta_0 + d;$$

sostituendo nella (7)" per Δ_0 e Δ i valori, che si ricavano da questa e da quella segnata (21), avremo

$$(28) \quad -\frac{1}{D-d} + \frac{1}{h-d} = \frac{1}{F};$$

dalla quale equazione apparisce che, dati D , h e d , si può calcolare la distanza focale principale F di una lente, acciò i pennelli luminosi, partiti dalla distanza h , arrivino agli occhi dell'osservatore come se partissero dalla distanza D alla quale il medesimo vede gli oggetti distintamente.

La distanza h , a cui torna comodo di tenere gli oggetti piccoli, come, per esempio, i caratteri ordinarii d'un libro, è appunto quella che compete al limite della visione distinta d'un occhio regolare, o di 27 centimetri. Nell'atto pratico gli occhiali soglionsi applicare assai vicini agli occhi, lo che è bene di fare, ma come non possono, senz'incomodo, tenersi in contatto con essi, e d'altronde la distanza d deve essere presa dal centro ottico dell'occhio, la medesima non sarà mai nulla; prenderemo per valor medio di essa quella di 25 millimetri. La distanza D della visione distinta varia colla persona alla quale gli occhiali sono destinati, e deve essere ottenuta coll'esperimento, che abbiamo indicato nella nota dell'articolo precedente, od, ancor meglio, con un optometro. Ponendo, nella premessa equazione (28), per h e d i corrispondenti valori, e ricavando da essa quello della lunghezza focale F della lente, la medesima sarà data in millimetri dalla formola

$$F = 245 \frac{D - 23}{D - 270},$$

colla quale si potrà calcolare, per ogni osservatore, di cui la

distanza D della visione distinta sia conosciuta, la forza delle lenti, cioè la lunghezza focale delle medesime più conveniente alla sua vista.

Varii Autori soggiungono la riflessione, che gli occhiali convergenti aumentano, ed i divergenti diminuiscono le dimensioni lineari apparenti degli oggetti, e danno la formola

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{D}{h},$$

per calcolare quest'effetto. Ma ciò è contrario al fatto: l'accrescimento o decrescimento delle dimensioni lineari apparenti varia colla distanza dell'occhio della lente, e nella pluralità dei casi è molto minore di quello che somministra questa formola. Quando, per difetto di vista regolare, si fa uso d'occhiali, come, per esempio, quando leggiamo con essi, non ci vien fatto di spogliarci della prevenzione, che i caratteri sono sulla pagina del libro che teniamo davanti, e bisogna ricorrere alla formola (20), da noi proposta nell'articolo precedente, per calcolare l'effetto in discorso. Eliminando da essa Δ e Δ_0 , colle (21) e (27), ed impiegando i valori numerici su riferiti, quella formola ci dà, per esprimere la ragione della grandezza delle dimensioni lineari apparenti alle vere, la seguente

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{270}{215} \left(1 - \frac{25}{D} \right).$$

Una persona presbita, che distinguesse bene i caratteri ordinarii di stampa alla distanza di un metro, vedrebbe, secondo questa formola, le loro dimensioni lineari ingrandite di circa $\frac{1}{15}$. Quest'accrescimento sarebbe più grande, se la distanza delle lenti dagli occhi fosse maggiore di quella supposta di 25 millimetri.

6.

Riduzioni di cui sono suscettibili le funzioni $v_{\mu}^{(i)}$
nel caso che si trascurino le grossezze delle lenti.

Avanti d'accingersi ad applicare le formole generali a dei

sistemi ottici, formati da lenti, le grossezze delle quali possono frequentemente considerarsi come piccole di second'ordine e trascurabili, giova che premettiamo un'osservazione, la quale ci mostra come, in questi casi, si effettui una riduzione notevole di termini nella formazione delle funzioni $P_{\mu}^{(i)}$

Siavi, nella composizione d'un sistema ottico, una lente, limitata da due superficie, che supporremo corrispondenti agli indici λ , e $\lambda + 1$, i centri delle quali distino della quantità h_{λ} . Se questa distanza è trascurabile, l'elemento, $p_{2\lambda}$, che, giusta le (4) del Capitolo III, Parte I, ci vien dato per mezzo della formola

$$p_{2\lambda} = v_{\lambda} h_{\lambda} \beta_{\lambda},$$

potrà aversi per nullo. Ora l'espressione di $P_{\mu}^{(i)}$ risultando, secondo la legge esposta all'articolo 1 del Capitolo IV, Parte I, dal sopprimere nel primo termine

$$(I) \quad p_i p_{i+1} \cdots p_{2\lambda-2} p_{2\lambda-1} p_{2\lambda} p_{2\lambda+1} p_{2\lambda+2} \cdots p_{\mu-1} p_{\mu},$$

ed in quelli che da esso derivano, l'una per volta, ciascuna coppia dei fattori p , i cui indici corrispondano a due termini successivi nella serie de' numeri naturali, e col sostituirvi in sua vece l'unità, è chiaro, che quei termini, nei quali rimarranno ancora sussistenti l'una o l'altra delle due coppie $p_{2\lambda-1} p_{2\lambda}$, o $p_{2\lambda} p_{2\lambda+1}$, saranno superflui, come contenenti il fattore $p_{2\lambda}$ che li annulla. Volendo escludere direttamente tali termini nella formazione della funzione $P_{\mu}^{(i)}$ basterà, come è facile di riconoscere l'esattezza, impiegare pel primo termine della medesima il prodotto

$$(II) \quad p_i p_{i+1} \cdots p_{2\lambda-2} (p_{2\lambda-1} + p_{2\lambda+1}) p_{2\lambda+2} \cdots p_{\mu-1} p_{\mu},$$

e dedurre i termini seguenti, colla legge sopra citata, considerando la somma $p_{2\lambda-1} + p_{2\lambda+1}$, come il fattore intermedio fra i due $p_{2\lambda-2}$ e $p_{2\lambda+2}$.

Si osserverà, che, se l'elemento $p_{2\lambda}$ corrispondesse al pri-

mo od ultimo fattore del prodotto (I), quello segnato (II) comincerebbe col fattore $p_{2\lambda+2}$, o terminerebbe col fattore $p_{2\lambda-2}$, o con qualche altro fattore d'indice pari $> 2\lambda + 2$ nel primo caso, e $< 2\lambda - 2$ nel secondo; e che, quando nella (I) non esistesse altra coppia di fattori, il prodotto (II) si ridurrebbe all'unità.

Il primo termine (I) contenendo due fattori di più di quello segnato (II), si vede, che la sostituzione di questo al precedente fa abbassare di due unità l'ordine della funzione $P_{\mu}^{(i)}$ rendendone più semplice l'espressione.

Se, nella serie degli elementi p , se ne trovasse un'altro $p_{2\nu}$, che corrispondesse parimenti ad una lente, in cui la distanza h , compresa fra i due centri di figura delle sue superficie fosse trascurabile, si proverebbe, col ragionamento precedente, che, per ottenere la funzione $P_{\mu}^{(i)}$ ridotta ai soli termini non trascurabili, bisognerebbe sopprimere nell'espressione del primo termine (II) il prodotto $p_{2\nu-1} p_{2\nu} p_{2\nu+1}$, e sostituirvi la somma $p_{2\nu-1} + p_{2\nu+1}$; e così, per quante lenti sottili fossero comprese nel sistema ottico che si considera.

Quando il sistema fosse formato di sole lenti di poca grossezza, separate fra loro da certe distanze, le sostituzioni suddette ridurrebbero alla metà il numero de' fattori componenti il primo termine della funzione $P_{\mu}^{(i)}$, e quindi anche l'ordine di questa funzione, ciò che arrecherebbe una semplificazione notevole, stante il gran numero di termini, di cui constano le funzioni P d'un ordine superiore.

Noteremo in fine che, generalizzando le formole date nell'articolo 2, si ha

$$v_{\nu+1} (p_{2\nu-1} + p_{2\nu+1}) = - \frac{v_{\nu+1}}{v_{\nu}} (\varphi_{\nu} - \varphi_{\nu+1}) = - \frac{1}{f_{\nu+1}^{\frac{1}{2}}},$$

essendo

$$\varphi_{\nu} = - \frac{1}{\rho_{\nu}} \left(1 - \frac{v_{\nu}}{r_{\nu-1}} \right), \quad \varphi_{\nu+1} = - \frac{1}{\rho_{\nu+1}} \left(1 - \frac{v_{\nu}}{r_{\nu+1}} \right);$$

(continua)