XII. Ueber Luftwiderstand; von G. Recknagel.

I. Beschreibung einer Methode, die Intensität des Luftdruckes zu messen, welchen ein Körper bei bestimmter relativer Windgeschwindigkeit an einer bestimmten Stelle seiner Oberfläche erfährt.

1. Die Methode sucht den Unterschied zwischen dem in der Ueberschrift genannten und dem durch den Barometerstand gegebenen Luftdruck zu ermitteln. Der Körper wird längs der Peripherie eines Kreises herumgeführt. An derjenigen Stelle seiner Oberfläche, welche den zu messenden Druck erfährt, ist ein rundes Loch von 0,5 mm Durchmesser gemacht und durch den Körper hindurch fortgesetzt. Von dem andern Ende dieses Loches aus führt eine luftdichte Röhre nach dem Mittelpunkte des Kreises, längs dessen Peripherie der Körper umläuft. Dort mündet die Röhre in ein feststehendes, an der Drehung nicht theilnehmendes Gefäss aus, welches von der äusseren Luft dicht abgeschlossen ist. Von diesem Gefässe aus führt ein Kautschukschlauch nach einem Differentialmanometer.

Die schematische Zeichnung (Taf. IV Fig. 13) gibt eine Uebersicht über die Anordnung des Apparates, welche wohl ohne weiteres verständlich sein wird.

Dieser Anordnung gemäss gibt das Manometer die Spannungsunterschiede an, welche zwischen der im Mittelpunkte der Drehung befindlichen Luft und der Luft der Umgebung bestehen, oder, bezeichnen wir mit P die Spannung der ruhenden Luft der Umgebung, mit P_0 die Spannung der im Mittelpunkte der Drehung befindlichen Luft, so erhalten wir vermittelst der Ablesungen am Manometer:

$$P - P_0.$$

Für diesen Ueberdruck haben wir zwar kein directes Interesse, denn wir wünschen zu erfahren, um wie viel der Druck (P_1), welchen die Luft gegen die bestimmte, in der Peripherie herumlaufende Stelle ausübt, grösser ist als der Druck (P) der ruhenden Luft. Indessen führt uns die manometrische Messung dennoch zum Ziele, wenn zwischen den

beiden Drucken P_1 und P_0 , von welchen der erstere am offenen umlaufenden, der letztere am geschlossenen ruhenden Ende einer mit constanter Geschwindigkeit geschwungenen Röhre besteht, eine feste Beziehung stattfindet, sodass durch eine hinreichend hypothesenfreie Rechnung von dem einen dieser Drucke auf den andern geschlossen werden kann.

2. Diese feste Beziehung wird ermittelt, indem man von der Differentialgleichung ausgeht, dass für jede durch zwei unendlich nahe Querschnitte der Röhre begrenzte Luftschicht die nöthige Centripetalkraft aus dem Dichtigkeitsüberschuss der nach aussen folgenden Schicht resultiren muss.

Um die Luftschicht, welche sich zwischen zwei einander unendlich nahen, in der Entfernung x vom Mittelpunkte der Drehung befindlichen Röhren befindet, in kreisförmiger Bahn zu erhalten, ist eine Centripetalkraft nöthig von der Grösse:

$$\mu \frac{u^2}{x},$$

wobei mit μ die Masse der Luftschicht, mit u ihre lineare Geschwindigkeit bezeichnet ist.

Die Masse μ ist gegeben durch:

$$\mu = \frac{sq \, dx}{g},$$

wenn q die Grösse eines Querschnitts, dx den gegenseitigen Abstand der beiden Querschnitte, s die Dichtigkeit der zwischen den Querschnitten enthaltenen Luft und g die Fallbeschleunigung darstellt.

Die Centripetalkraft, welche durch Substitution für μ die Form erhält:

$$\frac{sq}{g} \cdot u^2 \cdot \frac{dx}{x},$$

muss geliefert werden durch einen äquivalenten Ueberdruck der nach aussen hin folgenden Luftschicht. Ein solcher Ueberdruck kann hiér, wo es sich um ein statisches Problem handelt, nur durch einen Zuwachs an Dichtigkeit hervorgebracht werden, da Temperaturdifferenzen, welche durch die Bewegungen entstehen, die zur Ausbildung des schliesslichen Gleichgewichtszustandes nöthig sind, sehr bald durch Wärmeleitung verschwinden.

Demnach ist die Dichtigkeit der nach aussen folgenden Schicht $s + ds$, ihre Spannung $p + dp$ und:

$$dp = \frac{P}{S} ds,$$

wobei P und S zwei bestimmte, bei der gerade in der Röhre herrschenden Temperatur der Luft zusammengehörige Werthe der Spannung und der Dichtigkeit sind.

Die Centripetalkraft ist $q dp$ und folglich:

$$q dp = \frac{sq}{g} \cdot u^2 \cdot \frac{dx}{x}.$$

Wird nun s durch $p \frac{S}{P}$ ersetzt und die Gleichung durch $p q$ dividirt, so erhält man:

$$\frac{dp}{p} = \frac{S}{Pg} u^2 \frac{dx}{x},$$

so dass zum Zwecke der Integration noch die Geschwindigkeit u als Function von x auszudrücken ist. Bezeichnet man die Winkelgeschwindigkeit der Röhre mit θ , so ist:

$$u = x\theta \quad \text{und somit} \quad \frac{dp}{p} = \frac{S\theta^2}{Pg} x dx.$$

Durch Integration erhält man:

$$\log p = \frac{S\theta^2}{2Pg} x^2 + \text{Const.},$$

und die Constante erhält den Werth $\log P_0$, wenn man die im Mittelpunkte der Drehung ($x = 0$) bestehende Spannung der Luft mit P_0 bezeichnet.

Setzt man für p den besondern Werth P_1 , welcher am äussersten (offenen) Ende der Röhre ($x = l$) stattfindet, so erhält man die Gleichung:

$$\log \frac{P_1}{P_0} = \frac{S}{2gP} (\theta l)^2.$$

Für (θl) kann man die lineare Geschwindigkeit v des Röhrenendes einführen und für $\frac{S}{g}$ die Masse (m) eines Cubicmeters derjenigen Luft, in welcher sich der Körper bewegt, da man wohl voraussetzen darf, dass nach Herstellung des Gleichgewichtszustandes die Temperatur der in der Röhre befindlichen Luft von der Temperatur der die Röhre umgebenden Luft nicht merklich verschieden ist.

So erhält man:

$$\log \frac{P_1}{P_0} = \frac{m}{2P} v^2 \quad \text{oder} \quad P_1 = P_0 e^{\frac{m v^2}{2P}}.$$

Dies ist die gesuchte Gleichung zwischen P_1 und P_0 .

3. Für kleine Werthe von v ist dieselbe einer Vereinfachung fähig. Es ist nämlich $m = \frac{S}{g} = \frac{1,293}{9,81}$ bei 0° C. und 760 mm Barometerstand und demnach $\frac{m}{2}$ selten etwas grösser als 0,065, während P als Druck der Luft auf ein Quadratmeter unter den gleichen Voraussetzungen 10333 kg beträgt. Folglich darf v beinahe auf 13 m anwachsen, bis der Exponent von e den Werth 0,001 erreicht, und man erhält, wenn $v < 13$, durch Entwicklung der Exponentialgrösse eine so rasch convergirende Reihe, dass dieselbe auf die ersten beiden Glieder beschränkt werden darf.

Es ist also mit Annäherung:

$$P_1 = P_0 \left(1 + \frac{m v^2}{2P} \right).$$

Wie oben bemerkt, gibt der Versuch die Differenz $P - P_0$, während $P_1 - P$ das Ziel der Messung ist. Subtrahirt man beiderseits P , so erhält man:

$$P_1 - P = \frac{P_0}{P} \cdot \frac{1}{2} m v^2 - (P - P_0).$$

Nun steht links die Grösse, um deren Ermittlung es sich handelt, nämlich der Ueberschuss des Luftdrucks gegen die bestimmte Stelle des Körpers, an welcher die Röhre ausmündet, über die Spannung der ruhenden Luft des Versuches- raumes; der Subtrahend auf der rechten Seite wird durch Manometerablesungen entwickelt, das Product $\frac{1}{2} m v^2$ kann aus dem beobachteten Barometer- und Thermometerstande sowie aus der gemessenen Geschwindigkeit berechnet werden, und das Verhältniss $\frac{P_0}{P}$ darf innerhalb der Grenze, in welcher die einfachere Gleichung gilt, mit hinreichender Annäherung gleich eins gesetzt werden, weil es um weniger als 0,001 von 1 abweicht, und die Methode keinen Anspruch darauf macht, den Werth von $P_1 - P$ auf 0,1 Proc. genau zu geben.

Es genügt somit bei Geschwindigkeiten von weniger als 13 m die Gleichung:

$$P_1 - P = \frac{1}{2}mv^2 - (P - P_0).$$

4. Bezüglich des experimentellen Verfahrens mögen noch einige Details angegeben werden.

Die Röhre ist etwas mehr als 2 m lang und in Entfernungen von 2 m und 1 m mit senkrecht aufsteigenden Abzweigungen versehen, welche gestatten, die Versuchsobjecte in 0,3 m Höhe über dem Arme anzubringen. Der Apparat wird an der Kurbel mit der Hand gedreht. Um eine bestimmte Geschwindigkeit zu erzielen und dieselbe längere Zeit constant zu erhalten, wird ein Mälzel'sches Metronom in Gang gesetzt. Mit den Schlägen desselben werden die Anschläge in Einklang erhalten, welche eine am festen Gestell befestigte Feder von vier symmetrisch an der untern Riemenscheibe angebrachten Stiften erfährt. Da jede Abweichung von der vorgeschriebenen Geschwindigkeit sich durch Doppelschläge verräth, wird der Drehende sofort zur Correctur veranlasst und bringt es innerhalb weniger Umdrehungen dahin, sich zu einem hinreichend stark und gleichförmig arbeitenden Motor einzurichten.

Während ein Gehülfe dreht, folgt der Beobachter dem Gang des Manometers.¹⁾ Nach Ablauf der anfänglichen Bewegung des äusseren Niveaus, welche vom Nullpunkt aus nach der neuen, durch die Differenz $(P - P_0)$ bestimmten Gleichgewichtslage hin zielt, finden fortwährend geringe Schwankungen ohne erkennbare Periode statt, deren Ursache zum Theil in kleinen Aenderungen der Geschwindigkeit, vorzüglich aber in der Veränderlichkeit des Mitwindes zu suchen ist. Deshalb ist es zweckmässig, nach Beginn dieser Schwankungen den Stand des Manometers von 10 zu 10 Secunden zu notiren und aus etwa 30 solcher Aufzeichnungen das arithmetische Mittel zu nehmen. Dieses Mittel in Verbindung mit zwei Controlen des Manometernullpunktes und einer Ablesung des Barometers und Thermometers gibt eine Beobachtung.

1) Das von mir benutzte ist in Wied. Ann. 2. p. 296. 1877 beschrieben.

II. Ueber den Luftwiderstand, welchen Rotationsflächen, die gegen Luft eine constante relative Geschwindigkeit in der Richtung ihrer Rotationsaxe besitzen, gegen ihren Scheitel erfahren.

1. Um eine Anschauung zu ermöglichen, wollen wir die vorausgesetzte relative Geschwindigkeit so verstehen, dass die Rotationsfläche ruht, während sich die Luft mit der Geschwindigkeit v_0 , der Rotationsaxe parallel, gegen die Fläche bewegt. Unter diesen Umständen wird sich sehr bald ein permanenter Zustand vor der Fläche ausgebildet haben, dadurch bedingt, dass ebenso viel Luft innerhalb einer bestimmten Zeit durch einen Querschnitt in einen Kreiscylinder eintritt, den man sich so um die Rotationsaxe gelegt denkt, dass er auf der Rotationsfläche aufsitzt, als innerhalb derselben Zeit seitlich durch den hinter dem Querschnitt liegenden Theil des Cylindermantels entweicht.

Um die Axe herum werden alle Bewegungen, mittelst deren die Luft der ihr widerstehenden Rotationsfläche ausweicht, symmetrisch sein.

Diese Symmetrie berechtigt zu den folgenden Annahmen. Denken wir uns einen Cylinder von dem unendlich kleinen Radius ρ um die Axe gelegt und eine Luftmasse $\frac{\varrho^2 \pi \cdot h \cdot s_0}{g}$, welche sich noch mit der ursprünglichen Geschwindigkeit v_0 in diesem Cylinder bewegt, so wird der Eintritt dieser Luftmasse in den Wirkungsraum der widerstehenden Fläche begleitet sein von einer Aenderung der Höhe h , des Radius ρ , der Dichtigkeit s_0 und der Geschwindigkeit v_0 . Die Höhe wird kleiner werden, die Dichtigkeit zunehmen und die Geschwindigkeit abnehmen.

Bei der mit diesen Veränderungen verbundenen Deformation wird Masse durch den Mantel des Cylinders vom Radius ρ austreten, und dieser Vorgang wird sich bei dem Fortschreiten der Bewegung gegen die widerstehende Fläche hin wiederholen, bis endlich in irgend einer Entfernung von dieser Fläche, welche auch Null sein kann, zugleich mit der Geschwindigkeit die Höhe des Cylinders verschwindet.

Denken wir uns nun, dass innerhalb des Wirkungsraumes, in irgend einer Entfernung z vom Scheitel die Luftmasse, welche sich dormalen in dem Cylinder $k = \varrho^2 \pi dz$ befindet, die Dichtigkeit s , die Spannung p und die der Axe parallele Geschwindigkeit v besitze, so läuft derselben innerhalb des gedachten Cylinders vom Radius ϱ Luft voraus, deren Dichtigkeit $(s + ds)$, deren Geschwindigkeit $(v - dv)$ und deren Spannung $(p + dp)$ ist. Der vorausgesetzte permanente Zustand bringt es mit sich, dass nach einem Differential der Zeit die nachlaufende Masse in den Zustand der vorauslaufenden eingetreten ist. Die Geschwindigkeitsänderung $(-dv)$ ist als Wirkung des Ueberdruckes dp ($\varrho^2 \pi$) aufzufassen, welchen die vorauslaufende Schicht gegen die nachfolgende auf einem Wege ausübt, welcher nur um ein Differential höherer Ordnung verschieden ist von der Höhe dz des Cylinders k . Setzt man die Arbeit dem Verluste an lebendiger Kraft der fortschreitenden Bewegung gleich, so folgt bei Weglassung des unendlich Kleinen höherer Ordnung:

$$dp (\varrho^2 \pi) dz = \frac{1}{2} \frac{s (\varrho^2 \pi) dz}{g} (-2v dv),$$

oder einfacher:

$$(1) \quad dp = - \frac{s}{g} v dv.$$

Diese Differentialgleichung bleibt offenbar so lange gültig, als der Austritt eines Theils der Masse durch den gedachten Cylindermantel vom Radius ϱ lediglich vermöge derjenigen Einwirkungen erfolgt, welche das Cylinderchen k auf seinem Wege dz erfährt. Denn unter dieser Voraussetzung ist die austretende Masse gegenüber der verbleibenden als Differential höherer Ordnung zu betrachten, da erst durch unendlich viele derartige Austritte die im Cylinderchen k ursprünglich enthaltene Masse — das Differential niedriger Ordnung — aus dem gedachten Cylinder hinausgeschafft wird. Zu dem gleichen Schlusse kommt man auch von der Annahme aus, dass mit dem Fortschreiten der im Cylinderchen k enthaltenen Masse eine Verdichtung derselben verbunden sei. Verdichtung wäre nicht möglich, wenn nicht die aus dem Cylindermantel austretende Luftmasse kleiner

wäre als die im abgängigen Cylinder dh von der Basis $\rho^2\pi$ und der Höhe h (dz) enthalten gewesene Masse, also kleiner als ein Differential der Masse $\frac{\rho^2\pi dz}{g}$.

Die erstere Annahme kommt darauf hinaus, dass um die Rotationsaxe herum ein Cylinder von so kleinem Radius gelegt werden kann, dass innerhalb desselben nur unendlich kleine Geschwindigkeitscomponenten vorkommen, welche zu jener Axe senkrecht gerichtet sind, und ist somit ein Ausdruck der Symmetrie. Die zweite Annahme (der wachsenden Dichtigkeit) ist nach Ausschluss des Stosses die einzig mögliche, welche zur Erklärung eines Druckes der bewegten Luft gegen den ruhenden Körper führt, welcher ihr im Wege steht.

2. Die zur Integration der Gleichung (1) erforderliche Beziehung zwischen der Spannung p und der Dichtigkeit s ergibt sich aus der Erwägung, dass die Compression adiabatisch, d. h. ohne Zufuhr und Ableitung von Wärme stattfindet. Demgemäss gilt:

$$(2) \quad p = qs^\beta,$$

wobei der Exponent β das Verhältniss $\frac{C}{c} = 1,41$ der specifischen Wärmen der Luft bedeutet, und die Constante q zwar von dem specifischen Gewichte des Gases, nicht aber von seiner zufälligen Dichtigkeit abhängt.

Differenzirt man die Gleichung (2), so wird:

$$dp = q\beta s^{\beta-1} ds,$$

was in Verbindung mit Gleichung (1) zu:

$$q\beta s^{\beta-2} ds = -\frac{1}{g} v dv$$

führt. Durch Integration erhält man:

$$\frac{q\beta}{\beta-1} s^{\beta-1} = -\frac{v^2}{2g} + \text{Const.}$$

Ist s_0 die Dichtigkeit, welche die Luft besitzt, ehe sie in den Wirkungsraum der widerstehenden Fläche eintritt, und v_0 die Anfangsgeschwindigkeit, so gilt auch:

$$\frac{q\beta}{\beta-1} s_0^{\beta-1} = -\frac{v_0^2}{2g} + \text{Const.}$$

und durch Subtraction:

$$(3) \quad \frac{q\beta}{\beta-1} (s_1^{\beta-1} - s_0^{\beta-1}) = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}.$$

Setzt man hier die Geschwindigkeit v gleich Null, so erhält die Dichtigkeit s den besonderen Werth s_1 , welcher dem Druck P_1 gegen den Scheitel der Fläche entspricht, und es ist demnach:

$$\frac{q\beta}{\beta-1} (s_1^{\beta-1} - s_0^{\beta-1}) = \frac{v_0^2}{2g}, \text{ oder:}$$

$$s_1^{\beta-1} = s_0^{\beta-1} + \frac{\beta-1}{\beta q} \cdot \frac{v_0^2}{2g}.$$

Potenzirt man beide Seiten mit $\frac{\beta}{\beta-1}$, so erhält man die Umformung:

$$s_1^\beta = s_0^\beta \left(1 + \frac{\beta-1}{\beta q s_0^\beta} \cdot \frac{s_0 v_0^2}{2g} \right)^{\frac{\beta}{\beta-1}},$$

welche geeignet ist, die Drucke

$$P_1 = q s_1^\beta \quad P = q s_0^\beta$$

einzuführen. Es wird dann:

$$(4) \quad P_1 = P \left(1 + \frac{\beta-1}{\beta} \frac{s_0 v_0^2}{2gP} \right)^{\frac{\beta}{\beta-1}}.$$

Dieses ist der gesuchte allgemeine Ausdruck für die Intensität P_1 des Luftdruckes gegen den Scheitel einer Rotationsfläche, welche sich mit der relativen Geschwindigkeit v_0 in der Richtung ihrer Axe gegen Luft bewegt, welche die Dichtigkeit s_0 und die dieser Dichtigkeit und der Temperatur entsprechende Spannung P besitzt.

3. Für kleine Werthe von v_0 erhält man durch Entwicklung der Potenz eine sehr rasch convergirende Reihe, von welcher schon die beiden ersten Glieder eine in vielen Fällen hinreichende Genauigkeit geben. Denn für $s_0 = 1,293$ ist, wenn die Temperatur der Luft 0° C. beträgt, $P = 10333$, ferner ist $g = 9,81$ und $\frac{\beta-1}{\beta}$ nahezu $\frac{1}{2}$. Folglich kann v_0 auf

22 Meter anwachsen, ehe der zweite Summand den Werth 0,001 erreicht.

Demnach setzt man für kleine Geschwindigkeiten mit Annäherung:

$$P_1 = P \left(1 + \frac{s_0 v_0^2}{2gP} \right) \quad \text{und} \quad P_1 - P = \frac{s_0 v_0^2}{2g}.$$

Für kleine Geschwindigkeiten ist also der Ueberdruck der Luft gegen den Scheitel von Rotationsflächen, welche sich in der Richtung ihrer Axe bewegen, der Dichtigkeit der Luft und dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit sehr nahe proportional.

Hingegen ist bei grossen Geschwindigkeiten der Widerstand beträchtlich grösser, als er sich nach der vereinfachten Formel berechnet. So gibt z. B. für $v_0 = 300$ die vereinfachte Formel nur $5931 \frac{\text{kg}}{\text{qm}}$, während der wahre Widerstand 7248 kg beträgt.

Dieses Resultat entspricht den Erfahrungen, welche man über den Gesamtwiderstand der Geschosse gemacht hat.

III. Experimentelle Bestätigung des Widerstandsgesetzes für Geschwindigkeiten bis zu 10 m.

1. Es ist zu beweisen, dass Luft von der Dichtigkeit $s = mg$, welche mit der relativen Geschwindigkeit v_0 in der Richtung der Axe gegen den Scheitel einer Rotationsfläche strömt, auf denselben um

$$(a) \quad P_1 - P = \frac{1}{2} m v_0^2$$

stärker drückt, als ruhende Luft von der gleichen Dichtigkeit (und Temperatur).

Hierzu kann die unter I beschriebene Methode verwendet werden.

In der daselbst abgeleiteten Gleichung:

$$(b) \quad P_1 - P = \frac{1}{2} m v^2 - (P - P_0)$$

haben P_1 , P , m dieselbe Bedeutung wie in Gleichung (a), sobald die Rotationsaxe tangential zu dem Kreise gestellt ist, in dessen Peripherie der Scheitel derselben umlaufen soll, und $(P - P_0)$ stellt den Werth der Manometerablesung dar. Hingegen ist hier in (b) unter v die absolute Ge-

schwindigkeit des freien Rohrendes verstanden, während in dem zu beweisenden Satze (a) mit v_0 die relative Geschwindigkeit zwischen der Luft und der Fläche bezeichnet ist.

Sind beide Geschwindigkeiten identisch, d. h. trifft der im Kreise geschwungene Körper, welchem die widerstehende Fläche angehört, überall auf ruhende Luft, so ist dem Satze gemäss:

$$P_1 - P = \frac{1}{2} m v^2,$$

folglich $P - P_0 = 0$, und wir müssen erwarten, dass das Manometer, welches auf Beobachtung der Differenz $P - P_0$ eingerichtet ist, keinen Ausschlag gibt.

2. Die Voraussetzung $v = v_0$ kann indessen nicht unbedingt gemacht werden. Denn schwingt man in einem Raum, in welchem anfangs die Luft in Ruhe war, einen Gegenstand wie den Arm unseres Apparates wiederholt im Kreise herum, so muss man erwarten, dass schon vom Beginn der zweiten Umdrehung an die getroffene Luft eine gewisse Geschwindigkeit in derselben Richtung besitzt, in welcher sich der Arm gerade bewegt. Diese eigene Geschwindigkeit der getroffenen Luft will ich den Mitwind nennen. Es wird also von der zweiten Umdrehung an die relative Geschwindigkeit v_0 um den Mitwind (u) kleiner sein, als die absolute v und folglich dem Satze gemäss:

$$P_1 - P = \frac{1}{2} m (v - u)^2 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m (2vu - u^2).$$

Zur Bestätigung des Satzes scheint demnach erforderlich, dass nur während der ersten Umdrehung das Manometer keinen Ausschlag zeige, in der Folge aber einen Ueberdruck der äussern Luft von der Grösse:

$$P - P_0 = \frac{1}{2} m (2vu - u^2)$$

angebe, wobei u der Mitwind ist.

3. Die erste der beiden Forderungen zeigt sich insofern erfüllt, als man während der ersten Umdrehung nie einen positiven Werth von $P - P_0$ beobachtet. Wohl aber erscheinen regelmässig kleine Ueberdrucke der innern Luft über die äussere, welche zuweilen bis auf

$$P - P_0 = -0,02$$

anwachsen. Sie rühren wohl daher, dass während der ersten Umdrehung Compression der Luft in der Röhre stattfindet,

und die mit derselben verbundene Temperaturerhöhung noch nicht Zeit zur Ausgleichung gefunden hat.

4. Um die Angaben, welche das Manometer während der folgenden Umdrehungen macht, zum Beweise heranzuziehen, muss zuvor die Stärke des Mitwindes anderweitig ermittelt sein.

Zu diesem Zwecke wurde das in diesen Annalen¹⁾ beschriebene Anemometer verwendet. Dasselbe erhielt eine solche Einrichtung, dass es nach je 25 Umdrehungen des Flügelrades einen Stromschluss machte, und dass zugleich jedesmal 50 Umdrehungen des Flügelrades vollendet wurden, während sein Mittelpunkt einen Weg von 3π Metern in ruhender Luft zurücklegte. Durch Regulirung der Flügelstellung lässt sich letzteres für eine bestimmte Geschwindigkeit erreichen und gilt dann für andere Geschwindigkeiten mit Annäherung.

Setzt man dieses Anemometer so in den Apparat ein, dass die Mitte des Flügelrades 2 m vom Mittelpunkt der Drehung entfernt ist, so legt sie bei jeder ganzen Umdrehung des Armes einen Weg von 4π Metern zurück, und die ersten 4π Meter sind frei von Mitwind. Hat man sich eingeübt, während des ersten Viertels der ersten Umdrehung diejenige Geschwindigkeit hervorzubringen, welche man während der folgenden drei Viertel beizubehalten wünscht, so durchläuft das Anemometer noch 3π Meter ohne Mitwind mit nahezu constanter Geschwindigkeit und macht, wenn die Anfangsstellung des Contactes passend gewählt wurde, auf diesem Wege drei Stromschlüsse. Jeder dieser Stromschlüsse be-

wirkt, dass der Papierstreifen eines Registrirapparates, welcher mit 15 mm Geschwindigkeit läuft, einen Nadelstich bekommt. Neben diesen Nadelstichen erscheinen andere, welche ein zweiter Schreibhebel macht, so oft einer der vier Stifte, mit welchen die getriebene Riemenscheibe versehen ist, an die Feder anschlägt, mithin so oft, als das Anemometer den Weg π Meter zurückgelegt hat. (Vgl. Figur).

1) Recknagel, Wied. Ann. 4. p. 149. 1878. Die folgende Untersuchung über den Mitwind kann als eine Ergänzung des citirten Aufsatzes gelten.

Durch Messung der untern Strecke AB , die in Millimetern auszudrücken und durch 15 zu dividiren ist, erhält man die Zeit t , in welcher das Anemometer den Weg 3π in ruhender Luft zurücklegt, also auch die Geschwindigkeit (v) desselben. Der Abstand CD gibt, ebenso behandelt, die Zeit t_2 , in welcher das Flügelrad des Anemometers bei der gerade vorhandenen Geschwindigkeit 50 Umdrehungen macht, also auch die Anzahl (n) der in der Secunde gemachten Umdrehungen.

Es folgt demnach aus jedem solchen Versuch ein Werth der Constante b in der Formel:

$$v = a + bn,$$

wenn man der Reibungsconstante a den erfahrungsmässigen Werth 0,20 beilegt.

Ist das Anemometer hinreichend empfindlich, um seine Bewegung unverzüglich der relativen Geschwindigkeit der Luft anzupassen, so genügen einige solche Versuche, um den wahren Werth der Anemometerconstante b zu ermitteln, und es lassen sich dann aus späteren, unter dem Einflusse des Mitwindes erhaltenen Werthen von t_2 die zugehörigen relativen Geschwindigkeiten der Luft berechnen, welche um den Mitwind kleiner ausfallen, als die unmittelbar neben denselben registrirten absoluten Geschwindigkeiten der Anemometeraxe.

5. Aus sechs gut übereinstimmenden Versuchen, bei welchen das Anemometer 0,30 m über dem Arme auf demselben befestigt war, erhielt ich im Mittel:

$$b = 0,1636.$$

Diesen Versuchen wurden zunächst andere in gleicher Weise ausgeführte angereiht, bei welchen dasselbe Anemometer zwar in gleicher Höhe über dem Arme, aber nur 1 m vom Mittelpunkt der Drehung entfernt aufgestellt war. Ich erhielt wiederum aus sechs unter sich gut übereinstimmenden Versuchen:

$$b = 0,1648.$$

Der Unterschied dieser Mittelwerthe ist nicht gross genug, um darauf den Schluss zu gründen, dass der Radius des Kreises, in welchem man die Gegenstände, welche Luft-

widerstand erfahren sollen, herumschwingt, auf diesen Widerstand von Einfluss ist.

6. Nun wurde das Anemometer auf dem 2 m langen Arme, 0,30 m oberhalb desselben befestigt, herumgeschwungen und die registrierten Zeiten t_1 und t_2 von der 10. Umdrehung des Armes an verglichen. Jede Vergleichung umfasst durchschnittlich 30 Umdrehungen des Armes. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle übersichtlich zusammengestellt.

Folge der Beobachtungen Nr.	Absolute Geschwindigkeit v m	Relative Geschwindigkeit v_0 m	Mitwind $(v - v_0)$ m	
8	1,26	1,28	—	0,06
7	1,27	1,29	—	0,06
6	2,52	2,40	0,12	0,13
5	3,11	2,94	0,17	0,16
4	3,18	3,01	0,17	0,16
1	4,82	4,52	0,30	0,24
2	4,77	4,49	0,28	0,24
3	6,18	5,87	0,31	0,31

Demgemäss war der beobachtete Mitwind nahezu der Geschwindigkeit proportional und betrug ungefähr 5 Proc. derselben. Die Abweichungen von der Proportionalität, welche in Nr. 8, 7, 1, 2 bei Vergleichung der berechneten letzten mit der beobachteten vorletzten Columnne auffallen, lassen sich indessen nicht wohl auf Rechnung von Beobachtungsfehlern setzen.

7. Als sodann das Anemometer auf dem kürzern Arme (von 1 m Länge), 0,30 m oberhalb desselben befestigt, herumgeschwungen wurde, wurde kein Mitwind beobachtet. Drei Versuche, welche bei 4,7 m Geschwindigkeit ausgeführt wurden, gaben übereinstimmend die relative Windgeschwindigkeit um 0,02 m geringer, als die absolute Geschwindigkeit der Anemometeraxe, während ein bei 3,0 m ausgeführter Versuch eine gleich grosse Abweichung im entgegengesetzten Sinne zeigte.

8. Die mitgetheilten anemometrischen Versuchsergebnisse schienen mir genügende Anhaltspunkte für die Beweisführung des aufgestellten Widerstandsgesetzes zu geben.

Setzt man mässig grosse, kreisrunde Platten, Kugelschalen u. dergl. in der vorgeschriebenen Stellung an den Platz, welchen das Anemometer auf dem 2 m langen Arme einnahm, so muss das Manometer positive Werthe von $P - P_0$, d. h. Ueberdrucke der ruhenden Zimmerluft über die im Mittelpunkte der Drehung befindliche Luft anzeigen, welche ungefähr den mittelst des Anemometers beobachteten Mitwinden entsprechen. Hingegen darf das Manometer keinen Ausschlag geben, wenn der widerstehende Körper den Platz des Anemometers auf dem kurzen Arme einnimmt.

9. Die Versuche, welche mit vier kreisrunden Platten von 0,04, 0,10, 0,10 und 0,20 m Durchmesser und einer Kugelschale von 0,11 m Durchmesser und 0,045 m Höhe ausgeführt worden sind, geben durchaus den Erwartungen entsprechende Resultate. Dieselben sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt. Die in der ersten Columne stehende absolute Geschwindigkeit v desjenigen Endes der geschwungenen Röhre, welches in dem Scheitel der Rotationsfläche endigt, ist durch den Abstand dieses Scheitels vom Drehungsmittelpunkte und durch die Einstellung des Metronoms gegeben. Für v gilt unter alleiniger Voraussetzung der Realisirung der Beobachtungsmethode die Gleichung:

$$(b) \quad P_1 - P = \frac{1}{2} m v^2 - (P - P_0).$$

In der zweiten Columne steht der am Manometer beobachtete Werth von $P - P_0$, dessen Fehler in der dritten Decimale liegen.

Die dritte Columne gibt die relative Geschwindigkeit (v_0) der Luft, berechnet aus der Gleichung:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 - (P - P_0),$$

welche durch Combination der zu beweisenden Gleichung (a):

$$P_1 - P = \frac{1}{2} m v_0^2$$

mit der obigen Gleichung (b) erhalten wird. Gleichung (a) ist demnach richtig, wenn das berechnete v_0 richtig ist, d. h. wenn die in der letzten Columne aufgeführten Werthe von $v - v_0$ als Mitwindstärke angesehen werden dürfen.

I.

Im Mittelpunkte einer Zinkplatte von 0,10 m Durchmesser, 2 m vom Drehungsmittelpunkte entfernt.

Absolute Geschwindigkeit v	$P - P_0$	Berechnete relative Geschwind. v_0	$v - v_0$
1,57	0,010	1,52	0,05
3,14	0,039	3,04	0,10
6,28	0,147	6,11	0,17
9,42	0,341	9,12	0,30

II.

Dieselbe Platte in derselben Entfernung.

9,42	0,320	9,14	0,28
6,28	0,133	6,10	0,18
3,14	0,037	3,04	0,10
4,71	0,106	4,52	0,19
9,42	0,295	9,16	0,26

III.

Dieselbe Platte in 1 m Entfernung.

1,05	+0,002	1,05	0,00
2,10	0,002	2,10	„
3,14	-0,002	3,14	„
4,19	-0,003	4,19	„
5,25	-0,014	5,25	„

IV.

Eine Messingplatte von 0,04 m Durchmesser in einer Entfernung von 2 m.

Absolute Geschwindigkeit v	$P - P_0$	Berechnete relative Geschwind. v_0	$v - v_0$
3,14	0,040	3,03	0,11
6,28	0,087	6,17	0,11
9,42	0,181	9,26	0,16

Eine Zinkplatte von 0,20 m Durchmesser gab, 2 m vom Mittelpunkte der Drehung entfernt, im Mittel aus vier Versuchen:

9,42	0,268	9,19	0,23
------	-------	------	------

Dieselbe Platte 1 m vom Drehungsmittelpunkte entfernt:

5,25	0,008	5,25	0,00
------	-------	------	------

Eine Holzplatte von 0,10 m Durchmesser, 2 m entfernt, gab:

9,42	0,291	9,16	0,26
------	-------	------	------

Mit der Kugelschale wurden vier Versuche ausgeführt, zwei auf dem langen und zwei auf dem kurzen Arm. Bei zweien war die convexe Seite dem Winde zugekehrt, bei den anderen beiden die concave.

Die Kugelschale in einer Entfernung von 2 m.

	v	$P - P_0$	v_0	$v - v_0$
convex	9,42	0,255	9,19	0,23
concav	9,42	0,365	9,09	0,33

Dieselbe Schale in einer Entfernung von 1 m.

	v	$P - P_0$	v_0	$v - v_0$
convex	4,71	0,000	4,71	0,00
concav	4,71	-0,002	4,71	0,00

10. Die vorstehend mitgetheilten Versuchsergebnisse scheinen mir die Gültigkeit des behaupteten Satzes innerhalb der angegebenen Grenzen ausser Zweifel zu setzen.

Abgesehen von seinem selbständigen Werthe bildet er eine wichtige Ergänzung der in I mitgetheilten Versuchsmethode, insofern er ein leichtes und sicheres Mittel bietet,

in jedem besondern Falle, wo man die Vertheilung des Winddruckes über den Meridian einer Rotationsfläche studiren will, den Mitwind zu finden.

11. Uebrigens gibt es auch noch ein anderes sehr einfaches Verfahren, sich von der Anwendbarkeit der vereinfachten Gleichung:

$$P_1 - P = \frac{1}{2} m v_0^2$$

zur Berechnung des centralen Druckes einer Luftströmung von kleiner Geschwindigkeit zu überzeugen.

Hinter der Einströmungsöffnung eines Kamins, in welchem sich aus ruhiger Luft von der Dichtigkeit $s = mg$ ein Luftstrom von v_0 m Geschwindigkeit entwickelt, ist die Spannung der Luft vermöge geringerer Dichtigkeit um:

$$\frac{1}{2} m v_0^2$$

kleiner als vor der Einströmungsöffnung.

Dieser Satz ist eine Form des Toricelli'schen Theorems der Ausflussgeschwindigkeit und gilt, wie die mit Hülfe der mechanischen Wärmetheorie geführten Untersuchungen dargethan haben, zwar nicht allgemein, allein innerhalb des gleichen Bezirkes der Geschwindigkeiten, in welchem der centrale Widerstand durch $\frac{1}{2} m v_0^2$ ausgedrückt werden kann, mit grosser Annäherung.¹⁾ Stellt man nun hinter der Einströmungsöffnung ein rundes Plättchen so auf, dass es von dem Luftstrome senkrecht getroffen wird, so ist vermöge der geringern Dichtigkeit der dasselbe umgebenden Luft die Intensität des Druckes gegen seine Mitte um

$$\frac{1}{2} m v_0^2$$

kleiner als die Spannung der äussern ruhenden Luft von der specifischen Masse m . Da aber Luft mit der Geschwindigkeit v_0 gegen die Vorderseite des Plättchens strömt, so ist dem Widerstandsgesetze gemäss der Druck gegen die Mitte der Vorderseite um

$$\frac{1}{2} m' v_0^2$$

grösser als der Druck ruhender Luft von gleicher specifischer Masse m' . Da nun die specifischen Massen m und m' bei kleinen Geschwindigkeiten (v_0) nur sehr wenig differiren (m' ist, wenn $v_0 = 4$ m, ungefähr um $\frac{1}{1000}$ kleiner als m , wenn für

1) Vgl. u. a. Grashof, theoret. Maschinenlehre, 1. p. 552 ff.

letzteres der grösste Werth angenommen wird, den es während der Entwicklung der Geschwindigkeit v_0 besitzt), so kann mit grosser Annäherung $m = m'$ und demnach:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m' v_0'^2$$

gesetzt werden, d. h. durch den Ueberdruck der Strömung wird der bestehende Minderdruck eben ausgeglichen, und es ist der Gesamtdruck der innern strömenden Luft auf die Mitte des Plättchens mit grosser Annäherung ebenso gross als der Druck der äussern ruhenden Luft.

12. Ist in die durchbohrte Mitte des Plättchens von hinten her ein Röhrchen gesteckt, welches, in einen Kautschukschlauch fortgesetzt, die daselbst befindliche Luft auf ein empfindliches Differentialmanometer wirken lässt, so gibt das Manometer keinen Ausschlag, wenn die Mitte des Plättchens der im Querschnitt grössten Geschwindigkeit des Luftstromes ausgesetzt ist. Hingegen zeigen sich Ueberdrucke der äussern ruhenden Luft über die innere, wenn die Mitte des Plättchens weiter an den Rand des Querschnitts gerückt wird, wo die Geschwindigkeit geringer ist.

Ich bediene mich zu diesen Versuchen eines verticalen eisernen Rohres von 0,20 m Weite und 2 bis 4 m Höhe, in welchem vier Gasbrenner angebracht sind. Unterhalb dieser Heizvorrichtung ist ein Kniestutzen angesetzt, welcher dem Beobachter ein horizontales Rohrstück zuwendet. In dem horizontalen Canale lassen sich mit Hülfe des Manometers sehr bequem der erwähnte Versuch und andere ausführen, welche zur Untersuchung der Vertheilung der Geschwindigkeit über den Querschnitt dienen können.

Kaiserslautern im April 1880.

XIII. *Ueber die Wirkung hohler Stahlmagnete im Vergleich zu derjenigen massiver;* von W. Holtz.

Bei Versuchen über die Magnetisirung des Stahls während seiner Härtung war ich zu der Ansicht gelangt, dass