Fast genau dieselbe Zahl (420,6) erhält man auch aus den drei ersten Versuchen, bei welchen die mit dem Dynamometer gemessenen Arbeiten am grössten (beinahe 6 mkg) waren.

Schliesslich erfülle ich noch die angenehme Pflicht, meinem hochgeehrten Collegen Hrn. Prof. H. Gollner für die mit eingehendem Interesse an meiner Arbeit erzielte Förderung derselben durch seinen bewährten Rath herzlich zu danken.

VI. *Ueber die Ursache der electricischen Ströme, die beim Strömen von Flüssigkeiten durch Röhren entstehen; von E. Edlund.*

Mehrere der Forscher, die den bei der Bewegung der Flüssigkeiten in Röhren entstehenden electricischen Strömen einige Aufmerksamkeit widmeten, haben die Ansicht ausgesprochen, dass die Ursache dieser Erscheinungen in der Berührung der Flüssigkeit mit der Glaswand oder in ihrer Reibung gegen dieselbe zu suchen sei; indess hat erst Helmholtz¹⁾ vor kurzem den Versuch gemacht, mit Hülfe dieser Annahme die für diese Erscheinungen geltenden Gesetze zu erklären. Die Entstehung der electricischen Ströme geht nach ihm folgendermassen vor sich: Die Flüssigkeit befindet sich durch die Berührung mit der Röhrenwand in galvanischem Gegensatze zu derselben, und beide bilden längs ihrer Grenzfläche eine electricische Doppelschicht. Der innerhalb der Flüssigkeit liegende Theil dieser Doppelschicht ist der Regel nach positiv, die Röhrenwand dagegen negativ electricisch. Die fragliche positive electricische Schicht der Flüssigkeit besitzt eine ausserordentlich geringe, obgleich nicht verschwindende Dicke. Die gegen die Grenzfläche gekehrte

1) Helmholtz, Wied. Ann. 7. p. 337—382. 1879.

Seite dieser Schicht ist (wenigstens wenn die Röhre aus Glas besteht, und die Flüssigkeit Wasser ist) an der Röhrenwand unveränderlich befestigt, während der übrige Theil derselben verschiebbar ist. Wenn nun die Flüssigkeitssäule in der Röhre durch einen äussern Druck in Bewegung gesetzt wird, so wird die letztere, mit positiver Electricität geladene Flüssigkeitsschicht in der Richtung der Bewegung mitgeschleppt. Solange sich diese mit constanter Geschwindigkeit der Röhrenwand parallel verschiebt und daher beständig von der negativen Electricität der letztern beeinflusst wird, wird das electrische Gleichgewicht in derselben nicht gestört, sondern ihre positive Electricität ist fortwährend vollständig gebunden. Am untern Ende der Röhre wird die erwähnte Flüssigkeitsschicht von der Röhrenwand getrennt, ihre bisher gebundene Electricität wird daselbst frei. Während des Fortganges der Ausströmung legen sich am obern Ende der Röhre neue Flüssigkeitsschichten an die Röhrenwand; und da diese schon vordem negativ electrisch ist, wird die positive Electricität der Flüssigkeit gebunden, und ihre negative wird frei; in Folge dessen sammelt sich freie negative Electricität an dem obern Ende der Röhre.

Die an den beiden Enden der Röhre gesammelten Electricitätsmengen vereinigen sich theils durch die Flüssigkeitssäule in der Röhre, theils auch durch andere Leitungen, durch welche eine Wiedervereinigung stattfinden kann. Auf diese Weise entsteht ein Strom J vom untern Ende der Röhre nach dem obern, und es ist klar, dass die Potentialdifferenz zwischen den beiden Enden der Röhre steigen muss, bis der Strom J so stark wird, dass die durch denselben in einer gewissen Zeit wieder vereinigten Electricitätsmengen ebenso gross werden wie diejenigen, welche auf die angegebene Art in derselben Zeit an den beiden Enden der Röhre gesammelt werden. Setzt man nun zwei Electroden in die Röhre ein und verbindet sie mit einem Galvanometer, so geht ein Theil des Stromes J zu diesem Instrumente, und nach der Erklärung des

Hrn. Helmholtz ist es der von diesem Theile verursachte Ausschlag, der beobachtet wird.

Gegen obige Annahme kann zuerst bemerkt werden, dass es nicht sehr wahrscheinlich ist, dass die ausserordentlich dünne Wasserschicht, in der die positive Electricität gebunden ist, während der Ausströmung sich wirklich in der Richtung des Flüssigkeitsstromes fortbewegt. Die folgende Erfahrung spricht wenigstens dagegen.¹⁾ Wenn man in demselben Querschnitte einer Glasröhre zwei Electroden einander diametral gegenüber einsetzt und sie dadurch polarisirt, dass man einen galvanischen Strom durch die zwischen beiden befindliche Wasserschicht gehen lässt, so kann man beweisen, dass die Polarisation nicht die geringste Veränderung erleidet, wenn das Wasser eine Geschwindigkeit von sogar 10 m in der Secunde erreicht und dabei gegen die Enden der Electroden reibt. Nur wenn der polarisirende Strom stark ist und eine längere Zeit hindurch wirkt, wird die Polarisation verringert, wenn das Wasser in Bewegung kommt. Dies kann wohl schwerlich auf eine andere Weise erklärt werden als durch die Annahme, dass die Wasserschicht, in der die polarisirenden Gase sich befinden, an der Fläche der Electroden unbeweglich befestigt ist und von dem Wasserstrome nicht losgerissen und weggeführt werden kann. Will man mit Hrn. Helmholtz annehmen, dass die Wasserschicht, in der die gebundene positive Electricität sich befindet, wirklich vom Strome weggeführt wird, so muss man wohl auch annehmen, dass diese Schicht dicker ist als die, welche in dem erwähnten Versuche die polarisirenden Gase enthielt; was schwer zu begründen sein dürfte.

Nehmen wir indess doch einmal an, dass die dünne Flüssigkeitsschicht, in der die gebundene positive Electricität sich befindet, in der Richtung des Stromes fortbewegt wird.

Dann muss die Menge der positiven Electricität, die

1) Edlund, Wied. Ann. 1. p. 167. 1877.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. IX.

sich während der Zeiteinheit am Ausflussende der Röhre ansammelt, unter sonst unveränderten Verhältnissen, der Anzahl der in derselben Zeiteinheit dort anlangenden, mit positiver Electricität geladenen Flüssigkeitsmolecüle, d. h. dem Producte aus der Peripherie der Röhre in die Geschwindigkeit der Molecüle proportional sein. Die Wasserstrahlen aber, die der Axe der Röhre näher liegen, strömen mit grösserer Geschwindigkeit als diejenigen, die von derselben weiter entfernt sind; es gilt also zuerst, einen Ausdruck zu finden für die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsschicht, in der die gebundene Electricität sich befindet. In einer Capillarröhre, für welche das Poiseuille'sche Gesetz gilt, ist der Erfahrung gemäss die während der Zeiteinheit ausströmende Flüssigkeitsmenge $U = A\pi r^4$, wo A eine Constante, und r der Halbmesser der Röhre ist. Zu demselben Ausdrücke für U gelangt man, wenn man annimmt, dass die Geschwindigkeit v eines Wasserstrahles in der Entfernung ρ von der Röhrenaxe durch den Ausdruck $v = 2A(r^2 - \rho^2)$ dargestellt wird. Nimmt man diese Relation zwischen v , ρ und r als richtig an, was auch von der Theorie bestätigt wird, so folgt daraus, dass die Geschwindigkeit w der Wasserschicht, in der die positive Electricität gebunden ist, der Grösse $\frac{u}{r}$ proportional ist und folglich durch die Formel $w = \frac{ku}{r}$ ausgedrückt werden kann, in der k eine Constante, und u die mittlere Geschwindigkeit der Flüssigkeit beim Ausströmen bedeuten. Die am Ausflussende der Röhre während der Zeiteinheit angesammelte positive Electricitätsmenge ist also dem Ausdrücke $2\pi r \cdot \frac{ku}{r}$ oder $2k\pi u$ proportional. Dieser Ausdruck muss aber auch dem Strome J proportional sein. Man kann also $J = pu$ setzen, wenn p eine Constante bezeichnet. Setzt man zwei in der Röhre befindliche Electroden in leitende Verbindung mit dem Galvanometer, bezeichnet man ferner mit m den Widerstand der Flüssigkeitssäule zwischen den Electroden, und mit m_1 den Widerstand in

der Galvanometerleitung, so vertheilt sich der Strom J zwischen dieser Leitung und der Flüssigkeitssäule dergestalt, dass der Theil s desselben, der zum Galvanometer geht, durch die Formel $s = \frac{m p u}{m + m_1}$ bestimmt wird; ein Resultat, das für Röhren von der fraglichen Beschaffenheit mit der Erfahrung übereinstimmt.

Weiter erstreckt sich aber auch nicht die Uebereinstimmung zwischen der aufgestellten Theorie und der Erfahrung. In weiteren Röhren und bei grösserer Ausflussgeschwindigkeit bewegt sich, nach Hrn. Helmholtz, jeder einzelne, mit der Röhrenaxe parallele Wasserstrahl nicht wie in einer Röhre von unendlicher Länge. Infolge der Reibung erhält der Strahl eine rotirende Bewegung, die sich mehr oder weniger tief in die Röhre hineinstreckt, und die ausserdem davon abhängt, ob die Röhre mit einer scharfen Kante endigt oder eine trompetenförmige Erweiterung hat. In dem letztern Falle soll die Geschwindigkeit der an der Röhrenwand liegenden Flüssigkeitsmoleculé im obern Theile der Röhre grösser sein als nach untenhin. Aus diesen und ähnlichen Gründen ist Hr. Helmholtz der Ansicht, dass man keine Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung erwarten könne ausser bei Capillarröhren, für welche das Poiseuille'sche Gesetz gültig ist.

Die Electricitätsentwicklung ist von der Bewegungsart der Flüssigkeitsmoleculé, die mit der Röhrenwand in Berührung kommen, abhängig; denn nur diese können auf die oben angegebene Weise electrisch werden. Wenn ein Molecül sich bei einer rotatorischen Bewegung von der Röhrenwand in die Flüssigkeitssäule hinein begibt, wird die positive Electricität, die während der Berührung mit der Wand gebunden war, frei, und wenn sich ein Molecül von dem Innern der Flüssigkeitssäule zu der Röhrenwand fortbewegt, wird dagegen ebenso viel negative Electricität frei, weil die positive Electricität des Molecüls gebunden wird, sobald es in die Wirkungssphäre der Röhrenwand kommt. Daraus folgt, dass die Summe der dadurch hervorgerufenen

Electricitätsentwicklung gleich Null wird. Denkt man sich, dass die Molecüle, die am obern Ende der Röhre mit der Wand in Berührung gekommen, sich längs derselben mit verzögerter Geschwindigkeit fortbewegen, d. h. dass die Geschwindigkeit der nachfolgenden grösser als die der vorhergehenden ist, so müssen nothwendig Molecüle von der Wand in das Innere der Röhre gedrängt werden, wodurch in dieser freie positive Electricität entsteht. Wenn nun eine Anzahl von Electroden, α , β , γ , δ , in gleichen Entfernungen voneinander und in der angedeuteten Ordnung von dem obern Ende der Röhre gezählt, in die Röhre eingesetzt ist, so müssen die erhaltenen Ausschläge der Reihe nach kleiner sein, wenn man die Electrodenpaare $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ oder $\gamma\delta$ mit dem Galvanometer verbindet. Dies erhellt aus dem Umstande, dass die von β nach α sich bewegende positive Electricitätsmenge dieselbe ist, wie die Summe aller Electricität, die in der Röhre unterhalb β entwickelt wird, weil diese Summe grösser ist als die unterhalb γ oder δ entstehende. Wenn sich dagegen die Molecüle längs der Röhrenwand mit beschleunigter Geschwindigkeit fortbewegen, so müssen sich neue Molecüle aus dem Innern der Flüssigkeitssäule an die Wand anlegen, wodurch freie negative Electricität der Röhre entlang entsteht. In diesem Falle müssen aus ähnlichen Gründen die Ausschläge der Reihe nach abnehmen bei Verbindung der Electrodenpaare $\gamma\delta$, $\beta\gamma$ und $\alpha\beta$ mit dem Galvanometer. Würden aber bei angestellten Versuchen diese Ausschläge sich einander gleich gross zeigen, so würde das beweisen, dass die Bewegung der Molecüle längs der Röhrenwand von α bis δ constant sein müsse.

Schon während meiner früheren Untersuchungen habe ich mich mehrmals davon überzeugt, dass die Ausschläge des Galvanometers von der Lage der in der Röhre eingesetzten Electroden unabhängig ist. Einige neue Versuche bestätigen diese Erfahrung.

In eine cylindrische Glasröhre von 308 mm Länge und 3 mm Durchmesser wurden in gegenseitigen Entfernungen

von 60 mm vier vollkommen gleiche Goldelectroden, α , β , γ , δ , eingesetzt. Die Entfernung vom obern Ende der Röhre zur Electrode α war 60 mm, von δ zum untern Ende 68 mm. Man darf wohl annehmen, dass die entstandene Polarisation bei allen Versuchen denselben Bruchtheil der Stromstärke verursachte und daher nicht berücksichtigt zu werden brauchte. Dieselbe erwies sich ausserdem bei directen Messungen als unbedeutend. Destillirtes Wasser wurde unter einem Quecksilberdrucke von 750 mm durch die Röhre gepresst. Um den Einfluss der durch den fortgesetzten Gebrauch des Wassers gewöhnlich entstehenden Veränderung der electromotorischen Kraft so viel als möglich unschädlich zu machen, wurden erst zwei (aus je zwei Beobachtungen bestehende) Bestimmungen gemacht, indem die Galvanometerleitung mit dem Electrodenpaare $\alpha\beta$ vereinigt war, dann zwei mit $\beta\gamma$, darauf vier mit $\gamma\delta$ und schliesslich wieder zwei mit $\beta\gamma$ und zuletzt zwei mit $\alpha\beta$. Hierbei erhielt ich folgende Ausschläge in Scalentheilen, wo jede Zahl das Mittel aus zwei Beobachtungen ist:

$\alpha\beta$	18,25	17,30	16,85	17,05	Mittel	17,36
$\beta\gamma$	18,30	17,50	16,85	16,45	„	17,28
$\gamma\delta$	18,50	17,15	16,95	16,90	„	17,38

Eine andere cylindrische Glasröhre, von einer Länge von 0,5 m und einem Durchmesser von 4 mm, in welche vier Electroden in gegenseitigen Entfernungen von 140 mm eingesetzt waren, sodass die Entfernung von α zum obern und von δ zum untern Ende der Röhre 40 mm betrug, gab unter demselben Drucke folgende Werthe:

$\alpha\beta$	21,2	21,2	20,0	20,0	Mittel	20,60
$\beta\gamma$	21,4	21,0	19,2	19,0	„	20,15
$\gamma\delta$	19,0	18,6	18,4	18,3	„	18,58

Eine nach fünf Stunden mit derselben Röhre angestellte neue Versuchsreihe ergab:

$\alpha\beta$	14,8	15,0	16,5	16,5	Mittel	15,70
$\beta\gamma$	15,7	15,9	16,5	16,7	„	16,20
$\gamma\delta$	15,9	15,8	15,9	15,8	„	15,85

Die Unterschiede der drei Ausschläge sind nicht grösser, als sie aus den Beobachtungsfehlern erklärt werden können. Unter Voraussetzung der Richtigkeit der Helmholtz'schen Theorie folgt also aus diesen Beobachtungen, dass diejenigen Flüssigkeitsmolecüle, die zwischen den beiden äussersten Electroden an der Röhrenwand liegen, sich mit einer constanten Geschwindigkeit längs derselben bewegen müssen.

Ist die Röhre überall gleich weit, so muss also auch die während der Zeiteinheit durch einen Querschnitt bei α und einen solchen bei δ hindurchgehende Zahl c der an der Röhrenwand liegenden Flüssigkeitsmolecüle die gleiche sein. Bezeichnet ferner a die Anzahl der Molecüle, die am Anfange der Röhre oberhalb α mit der Röhrenwand in Berührung kommen, und b die Anzahl derjenigen, die sich infolge der hier möglicher Weise stattfindenden unregelmässigen Bewegung von derselben trennen, so muss $a - b = c$ sein. Die Differenz $a - b$ repräsentirt aber die Menge negativer Electricität, die am Anfange der Röhre entwickelt wird. Bezeichnet man andererseits mit a_1 die Anzahl der Molecüle, die sich am untern Ende der Röhre in derselben Zeit von der Wand trennen, und mit b_1 die Anzahl derjenigen, die sich an dieselben anlegen, so muss auch die Differenz $a_1 - b_1$, welche die hier entwickelte positive Electricitätsmenge repräsentirt, gleich c sein. Wenn also die Geschwindigkeit zwischen α und δ wirklich constant ist, so müssen infolge dessen die an den beiden Enden der Röhre entwickelten Electricitätsmengen gleich gross sein. Um dies experimentell zu prüfen, wurden folgende Versuche angestellt.

Mittelst der Wasserleitung im Laboratorium konnte man nach Belieben entweder das obere oder das untere Ende der Röhre mit der Erde leitend verbinden. Eine besondere Untersuchung zeigte, dass der Widerstand in dieser Leitung zur Erde nicht mehr als 4 Ohms betrug. Da der Widerstand in der mit destillirtem Wasser gefüllten Glasröhre und sogar in den Galvanometerwindungen

ausserordentlich viel grösser war, so darf man annehmen, dass von dem mit der Erde verbundenen Ende der Röhre alle Electricität zur letztern abgeleitet wurde, und dass also der Strom J , von dem ein Theil zum Galvanometer ging, ausschliesslich von der am isolirten Ende der Röhre angesammelten Electricitätsmenge herrührte. Man konnte folglich mit Hülfe des Galvanometers diese beiden Electricitätsmengen jede für sich besonders messen. Auf diese Weise erhielt man die folgenden Ausschläge, je nachdem die Leitung mit dem einen oder andern Ende der Röhre vereinigt war:

Mit dem obern Ende	23,3 — 25,9 — 26,5 — 26,7 — 26,2	Mittel 25,7
„ „ untern „	25,0 — 25,2 — 24,5 — 25,5	„ 25,1

Eine andere Beobachtungsreihe gab im Mittel 27,8 Scalentheile, wenn das obere Ende mit der Erde verbunden war, und 28,8, wenn dies mit dem untern Ende geschah. Diese Ausschläge können folglich in beiden Fällen als gleich gross betrachtet werden, und diese Beobachtungen bestätigen also die vorher angeführten.

Die mittlere Geschwindigkeit u der Flüssigkeit ist in jedem Querschnitte der cylindrischen Röhre gleich gross, und unter der Voraussetzung, dass die Helmholtz'sche Erklärung die richtige sei, muss dies infolge der oben mitgetheilten Beobachtungen auch für die Geschwindigkeit w der an der Röhrenwand zwischen den Electroden α und δ liegenden Molecüle der Fall sein. Alle Beobachtungen haben zu dem Ergebnisse geführt, dass in weiteren Röhren und bei grösserer Geschwindigkeit die electriche Stromstärke dem Quadrate von u proportional ist.¹⁾ Hieraus folgt also, dass die genannte Relation $w = pu^2$ sein müsste, wo p eine Constante bezeichnet.²⁾ Dieses Resultat

1) Edlund, Wied. Ann. **1.** p. 161. 1877; **5.** p. 20. 1878; **8.** p. 119. 1879.

2) Dass der numerische Werth der Constante p nicht besonders klein sein kann, geht aus den Beobachtungen selbst hervor. Wenn man das obere Ende der Röhre mit der Erde verbindet, so wird der entstehende galvanische Strom ausschliesslich von der am untern Ende

ist aber ungereimt, weil jedenfalls w immer $< u$ sein muss; was indess nach der genannten Formel nicht unbedingt stattfindet, wenn u einen hinreichend grossen Werth erreicht. Die aufgestellte Theorie führt also zu einem Widerspruche.

Bei der Bestimmung von w kann man, wenn von weiteren Röhren und grösserer Geschwindigkeit die Rede ist, die oben für Capillarröhren angenommene Relation $w = \frac{ku}{r}$ nicht benutzen, weil diese Relation aus der Gleichung $v = 2A(r^2 - \rho^2)$ abgeleitet ist, aus welcher wiederum folgt, dass die während der Zeiteinheit ausströmende Flüssigkeitsmenge der vierten Potenz des Halbmessers der Röhre proportional sein muss — ein Verhältniss, dass nur bei Capillarröhren, für welche das Poiseuille'sche Gesetz gültig ist, aber keineswegs bei weiteren Röhren stattfindet. Für Röhren letzterer Art hat Darcy¹⁾ auf experimentalem Wege theils das Gesetz der mittlern Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers, theils auch mit Hülfe der Pitot'schen Röhre die relative Geschwindigkeit der in verschiedenen Entfernungen von der Röhrenaxe liegenden Wasserstrahlen bestimmt. Wenn u die mittlere Geschwindigkeit, r den Halbmesser der Röhre und i die Druckhöhe, durch die Länge l der Röhre dividirt, bezeichnet, so fand Darcy, dass:

$$(1) \quad bu^2 = ri,$$

sich ansammelnden Electricität erzeugt. Diese Electricität muss aber in gebundener Form vom obern nach dem untern Ende der Röhre geführt werden, wozu eine gewisse Zeit erforderlich ist. Der galvanische Strom kann also erst einige Zeit nach dem Augenblicke, in welchem das Wasser in Bewegung gesetzt wird, zu circuliren anfangen. Wird aber das untere Ende der Röhre mit der Erde in Verbindung gesetzt, so muss natürlich der galvanische Strom vollkommen gleichzeitig mit dem Wasserstrom beginnen. Da man nun mit dem Galvanometer in der fraglichen Beziehung nicht den geringsten Unterschied zwischen diesen beiden Fällen voraussetzen kann, so folgt hieraus, dass die Geschwindigkeit w verhältnissmässig recht bedeutend sein muss.

1) Darcy, Mémoires présentés par divers savants à l'académie des sciences. T. XV. Paris 1858.

wo b eine Constante bezeichnet, die jedoch bei grossen Aenderungen von r abnimmt, wenn r wächst. Diese Formel stützt sich auf Versuche mit Eisen-, Blei- und Asphalt-röhren, deren Länge mehr als 100 m betrug, und deren Durchmesser zwischen 0,0122 und 0,5 m wechselte, und mit einer Glasröhre, deren Durchmesser 0,04968 und Länge etwa 45 m war. Die grösste Ausflussgeschwindigkeit belief sich auf etwas mehr als 6 m in der Secunde. Bezeichnet man die Geschwindigkeit in der Röhrenaxe mit V , in der Entfernung ρ von derselben mit v und an der Röhrenwand mit w , so zeigten die Beobachtungen mit der Pitot'schen Röhre, dass $V - v = 11,30 \frac{\rho^{\frac{3}{2}}}{r} \sqrt{v}$ und $u = \frac{3V + 4w}{7}$, woraus man erhält:

$$(2) \quad w = (1 - 4,84 \sqrt{b}) u.$$

Die Versuche, auf welche diese Resultate sich stützen, wurden mit Röhren angestellt, deren Durchmesser zwischen 0,188 und 0,5 m wechselten, wobei u von 0,355 bis auf nahe 4,5 m in der Secunde stieg.

Dass man berechtigt ist, die zuletzt angeführte Relation (2) zwischen w und u auch für kürzere Röhren mit einem Durchmesser von einigen Millimetern als gültig anzunehmen, erhellt aus den folgenden Betrachtungen:

Die Formel (1) kann folgendermassen theoretisch deducirt werden¹⁾: Ein Theil h_0 der ganzen Druckhöhe H wird zur Ueberwindung der Reibung des Wassers gegen die Röhrenwand verbraucht, und nur der übrige Theil h_1 derselben gibt dem Wasser seine Geschwindigkeit. Die Reibung gegen die Röhrenwand ist eine Function $f(w)$ der Geschwindigkeit und muss ausserdem der Wandfläche proportional sein. Wenn $\frac{c}{4}$ der Reibungscoefficient ist, so kann also die Reibung durch den Ausdruck $\frac{c}{4} \cdot 2\pi r l f(w)$ dargestellt werden, welcher Ausdruck dem Gewichte einer Wassersäule mit der Grundfläche πr^2 und Höhe h_0 gleich

1) Vergl. Darcy, l. c. p. 156.

sein muss. Man hat also $\frac{clf(w)}{2gr} = h_0$. Da nun aber $\frac{u^2}{2g} = h_1$, und w nach der Formel (2) gegen u vertauscht werden kann, so erhält man, weil der Erfahrung gemäss die Reibung dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional anzunehmen ist, $\frac{u^2}{2g} + \frac{clu^2}{2gr} = h_1 + h_0$, oder:

$$(3) \quad u^2 = \frac{2gH}{1 + \frac{cl}{r}}.$$

Wenn der Quotient $\frac{r}{l}$ sehr gross ist, wie dies bei den Untersuchungen Darcy's der Fall war, so kann das erste Glied des Nenners im Verhältnisse zu dem zweiten vernachlässigt werden. Bezeichnet man nun $\frac{H}{l}$ mit i und $\frac{c}{2g}$ mit b , so erhält man die Formel von Darcy. Hat dagegen $\frac{l}{r}$ einen geringeren Werth, so muss das erste Glied beibehalten werden. Um zu prüfen, ob wirklich die Formel (3) die Werthe der Ausflussgeschwindigkeit darstellt, die man mit Röhren von der Länge und Weite erhält, wie sie bei den Versuchen über die electromotorische Kraft bei der Ausströmung angewandt worden sind, wurden die folgenden Versuche angestellt. Bei allen wurde ein Quecksilberdruck von 600 mm benutzt. Dass die Geschwindigkeit unter sonst unveränderten Verhältnissen der Quadratwurzel aus dem Drucke proportional wächst, war schon früher öfters dargethan und brauchte daher jetzt nicht besonders untersucht zu werden. Die Geschwindigkeiten sind unter der Voraussetzung, dass $c = 0,01555$ ist, berechnet.

Länge der Röhren	Durch- messer	Beobacht. Ausflussgeschwindig- keit	Berechn.	Differenz
250 mm	3,236 mm	6,945 m	6,845 m	+ 0,100
500	3,204	5,437	5,219	+ 0,218
500	5,436	6,142	6,426	- 0,284
300	4,025	6,850	6,930	- 0,080
500	3,987	5,764	5,705	+ 0,059

Aus dieser Tafel geht hervor, dass die mittlere Geschwindigkeit beim Strömen des Wassers aus kürzeren Röhren mit Durchmessern von einigen Millimetern sich nach der Formel (3), die unter der Voraussetzung, dass w und u einander proportional seien, gebildet ist, berechnen lässt. Hieraus kann man folgern, dass auch für solche Röhren diese Voraussetzung richtig ist.

Gegen jegliche Erfahrung fordert also die aufgestellte Theorie, dass auch bei weiteren Röhren und grösseren Geschwindigkeiten die electricische Stromstärke der Ausflussgeschwindigkeit proportional sein soll.

Der Erfahrung gemäss ist bei gleicher Ausflussgeschwindigkeit die electricische Stromstärke vom Halbmesser der Röhre unabhängig.¹⁾ Nach der fraglichen Theorie müsste sie dagegen der Grösse $2\pi r w$ proportional sein. Aus schon angeführten Gründen darf man hierbei keineswegs die für Capillarröhren geltende Beziehung zwischen u und w benutzen, sondern man muss die durch die Formel (2) angegebene Relation anwenden. Da bei geringen Veränderungen des Halbmessers b als beinahe constant anzusehen ist, so zeigt sich also, dass nach der Theorie die electricische Stromstärke, wenn u denselben Werth behält, dem Halbmesser der Röhre nahezu proportional sein müsste. Auch in dieser Beziehung unterscheiden sich also die Erfahrung und die Theorie von einander.

Aus dem Angeführten dürfte man mit Sicherheit folgern können, dass die aufgestellte Theorie nicht die rechte sein kann.

Stockholm, den 10. November 1879.

—
1) Edlund, Wied. Ann. **1.** p. 161. 1877; **8.** p. 119. 1879.