X. *Ueber die Berechnung der Expansivkraft des Wasserdunstes; von Dr. E. F. August, Prof. und Director des Cöllnischen Real-Gymnasiums.*

Noch immer fehlt es an einer befriedigenden Methode, die höchste Expansivkraft des Wasserdunstes aus der Temperatur desselben durch Rechnung zu bestimmen, und wenn man die auf dem Wege der Experimente von verschiedenen sorgfältigen Beobachtern gefundenen Resultate unter einander vergleicht, so findet man ebenfalls so wenig Uebereinstimmung, daſs man auch hier geradezu die Möglichkeit einer befriedigenden Annäherung an das absolut Richtige bezweifeln muſs. In dem neuen Gehler'schen phys. Wörterbuche (Th. II. S. 316—354.) findet sich eine umfassende Uebersicht des bisher in diesem Gebiete Geleisteten, auſserdem enthält auch die Schrift von L. F. Kaemtz: *Untersuchungen über die Expansivkraft der Dämpfe nach den bisherigen Beobachtungen* (Halle 1826) eine gründliche Beurtheilung und genaue Berechnung der meisten Versuchsreihen. Aus diesen Schriften entlehne ich zunächst folgende Tafel über die Expansion des Wasserdunstes *) im Maximo nach verschiedenen Beobachtungen von 10° zu 10° der 80theiligen Scale in Pariser Linien ausgedrückt.

*) Wenn der Verf. sich bei dem nicht sichtbaren luftförmigen Wasser des Ausdruckes *Dunst* und bei dem sichtbaren des Wortes *Dampf* bedient, so glaubt er mit seinem würdigen Lehrer E. G. Fischer (Mechan. Naturl. I. S. 316.) dem Geiste der deutschen Sprache getreuer zu bleiben, als die, welche umgekehrt definiren. Jedermann würde sich sträuben *Ausdünstung* mit *Ausdampfung* zu vertauschen.

Temperatur.	Schmidt.	Dalton.	Ure.	Arzberger.	Mittel.	Formel.
0°	2,16	2,25	2,25	1,78	2,10	2,244
10	4,80	4,90	4,59	4,09	4,62	3,102
20	11,96	10,22	10,33	9,89	10,08	10,722
30	25,32	20,54	20,19	21,12	20,35	21,581
40	43,06	39,29	38,26	40,44	39,23	40,752
50	76,80	72,32	73,03	74,35	72,80	73,329
60	131,76	126,00	126,30	129,03	126,34	126,400
70	215,04	210,61	210,47	213,45	211,20	209,667
80	336,00	336,00	336,00	336,07	336,00	336,000
		Christian.		Robison.		
90 (89,77)	525,24	510,51	525,08	551,93	525,29	516,9
100 (99,52)	804,00	759,43	776,17	852,58	789,05	773,3
110 (109,25)	1208,6	1154,64	1129,5	1181,9	1155,9	1135,0
120 (118,96)		1607,28	1612,1		1612,1	1610,0
128 (126,72)		2105,2				2106,9

Durch die Vergleichung der ersten fünf Spalten dieser Tabelle, in welcher die erste nach der zweiten Auflage von Schmidt's Handbuch der Naturl., S. 296., berichtiget ist, überzeugt man sich leicht von dem Schwankenden in diesen Bestimmungen, was so grofs ist, dafs es durch die Mittelzahlen, die Kaemtz nach einer gewissen Wahrscheinlichkeitsregel berechnet hat, und welche die sechste Spalte enthält, nur unvollkommen ausgeglichen wird. Alle Formeln, die auf diese Mittelzahlen gegründet werden, können daher nur sehr unsichere Resultate geben, und wir müssen immer noch genaueren Versuchen über diesen Gegenstand entgegensehen.

Mich hat eine einfache mathematische Entwickelung, zu der ich nur *eines einzigen* absolut genauen Versuches bedurfte, auf eine Formel geführt, deren Werthe ich in der siebenten Spalte angegeben habe, und die bei leichter Form eine zu grofse Uebereinstimmung nicht nur mit diesen Versuchsreihen; sondern auch mit anderen Bestimmungen enthält, als dafs ich sie nicht für eine grofse Annäherung an das absolut Genaue halten sollte Deshalb will ich zunächst kurz die Entwickelung derselben mittheilen.

Betrachtet man die Mittel aus den Beobachtungen, welche die sechste Spalte enthält; so findet man leicht, daſs sich diese Zahlen einer geometrischen Reihe nähern; denn die Division einer jeden durch die vorhergehende giebt folgende Resultate:

$$\frac{4{,}62}{2{,}10}=2{,}20;\ \frac{10{,}08}{4{,}62}=2{,}18;\ \frac{20{,}35}{10{,}08}=2{,}02 \text{ etc. etc,}$$

Wäre der Quotient überall derselbe, so würde die Reihe genau eine geometrische seyn, und jede Zahl lieſse sich dann durch die Formel: $e=am^t$ darstellen, in welcher a die zur Temperatur von o^0, e die zur Temperatur von t Grad gehörige Expansivkraft bedeutete, m aber den Exponenten der Reihe für jeden Grad der Temperatur darstellte. Da die Qotienten aber abnehmen; so bilden die Werthe der Expansionsmaxima eine Reihe, deren Glieder gegen die einer geometrischen immer kleiner werden. Für eine solche Reihe können wir die Formel

$$e=am^{\frac{1}{1+\beta t}}$$

aufstellen und untersuchen, wie sich aus den bekannten Gesetzen über die Verdunstung die einzelnen Gröſsen darin bestimmen lassen.

Es bezeichne b den Barometerstand, bei welchem der Siedepunkt des Thermometers genommen ist; ferner sey n die Anzahl der Grade vom Gefrierpunkt bis zum Siedepunkt. Die auſserhalb dieses Fundamentalabstandes liegenden Grade setzen wir der wahren Wärmezunahme proportinal. In diesem Sinne ist die Zahl $-\omega^0$ zu verstehen, welche die Abwesenheit aller Wärme ausdrücken würde, wenn das Quecksilberthermometer 1) so tief sinken und 2) den regelmäſsigen Gang, den es zwischen -25^0 C. und 100^0 C. hat, beibehalten könnte. Wo keine Wärme ist, kann nach den bekannten Verdunstungsgesetzen auch kein Dunst seyn. Sobald also t in $-\omega$ übergeht, verwandelt sich auch e in o, und wir erhalten aus der obigen Formel:

$am^{\frac{-\omega}{1-\beta\omega}}=o$, also $\frac{1}{m^{\frac{\omega}{1-\beta\omega}}}=o$; folglich $m^{\frac{\omega}{1-\beta\omega}}=\infty$

Da nun m, wie die Zunahme der Expansionsmaxima mit zunehmender Temperatur beweiset, immer gröfser als 1 ist, so folgt aus dem letzten Ausdruck:

$$\frac{\omega}{1-\beta\omega}=\infty\text{, also } 1-\beta\omega=o \text{ oder } \beta=\frac{1}{\omega}$$

Substituiren wir diesen Werth in die allgemeine Formel, so erhalten wir:

$$e=am^{\frac{t}{1+\frac{t}{\omega}}}=am^{\frac{\omega t}{\omega+t}}$$

Ist nun, wie oben angenommen, b der Barometerstand des Siedepunktes am Thermometer und n die Zahl der Grade, die beim Siedepunkte vom Gefrierpunkte aus gezählt werden, so mufs wieder nach sehr bekannten Gesetzen $e=b$ werden, wenn $t=n$ ist. Diefs giebt für unsere Formel den Ausdruck:

$$b=am^{\frac{\omega n}{\omega+n}} \text{ und daraus } m=\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\omega+n}{\omega n}}$$

Wird dieser Werth von m auch noch in den zuletzt für e gefundenen Ausdruck eingeführt, so ergiebt sich nunmehr die Formel:

$$e=a\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{(\omega+n)t}{n(\omega+t)}}.$$

in welcher aufser a keine einzige Gröfse durch Expansionsversuche zu bestimmen ist. Denn b bezieht sich auf die Einrichtung und t auf die Beobachtung des Thermometers, ω aber ist eine auf einem anderen Gebiete sehr genau ausgemittelte Gröfse.

Gay-Lussac hat nach einer Angabe, die ich im neuen Gehler II. S. 310. finde, die Expansion des Wasserdunstes $=0{,}18684''$ Par. (0,00578 Met.) sehr genau mit Dalton und Ure und einigen andern Versuchen übereinstimmend gefunden. Da mich meine eigenen mit dem in diesen Annalen (1825, St. II. S. 344.) beschriebenen Apparate angestellten Beobachtungen, die ich mehrere Winter hindurch wiederholt habe, zu demselben Resultate führten, (ich fand immer 2,24''' Par.) so lege ich diese durch Gay-Lussac bestimmte Expansion als den Werth von a bei meiner Formel zum Grunde. Es ist demnach $a=0{,}00578$ Met., $n=100^{\circ}$ $b=0{,}76$ Met. und $-\omega$ nach den genausten Versuchen (die (u. Gehler I. S. 633.) für jeden Grad des Quecksilberthermometers eine Wärmezunahme von 0,00375 derjenigen Wärmemenge ergeben, die bei 0° vorhanden ist) $=-266\frac{2}{3}$ $=-\frac{800}{3}$ C. Bringen wir diese Werthe in die Formel, so erhalten wir für neu französisches Maafs und hunderttheilige Grade folgende Formeln:

$$\text{Log. } e=\frac{23{,}945371\,t}{800+3\,t}-2{,}2960383$$

$$t=\frac{800}{3}\cdot\frac{2{,}2960383+\text{Log. } e}{5{,}6857520-\text{Log. } e}$$

Diese Formeln schliefsen sich an alle bisher angestellten Versuche sehr genau an, wie eine Vergleichung der siebenten Spalte der oben angeführten Tafel, welche in Pariser Linien die Werthe derselben angiebt, leicht zeigen kann. Bei den Versuchen, die über den Siedepunkt hinausgehen, mufs natürlich, ehe man e berechnet, die Angabe des Quecksilberthermometers auf Grade der wahren Wärmezunahme reducirt werden, weil nur die letzteren der Entwickiung der Formel bei Bestimmung von $-\omega$ zum Grunde liegen. Die Reduction geschieht nach der in dem vorigen Aufsatze, Seite 121., angegebenen Formel. Die erhaltenen wahren Wärmegrade werden dann als t in Rechnung gebracht. Diese Correction wird um so wichtiger, da eine geringe Temperaturänderung in höheren Graden sehr bedeutende Abweichungen der Expansionen hervorbringt. In der ersten Spalte sind diese Reductionen in Parenthese beigefügt.

Will man den allgemeinen Ausdruck

$$e=a\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{(\omega+n)t}{n(\omega+t)}}$$

für andere Thermometerscalen und andere Längenmaafse umwandeln, so mufs zuvor der Werth eines Grades nach der zweiten für t gegebenen Formel berechnet werden, damit daraus der richtige Werth von ω gewonnen wird. Der Werth eines Grades ist nämlich nicht blofs von der Eintheilungszahl n, sondern auch von dem Barometerstande abhängig, bei dem das Thermometer den Siedepunkt erhalten hat. Mit dem Werthe der einzelnen Grade ändert sich aber auch der Werth von ω bedeutend ab.

Gesetzt wir wollten eine Formel entwickeln, nach welcher die Expansionen berechnet werden sollten, die zu Graden gehören, welche ein Reaumursches Thermometer angiebt, das bei 27'' Par. $=$324''' regulirt ist, so müfsten wir den Werth 324'''$=$0,73089 Met. für e in Rechnung stellen, und daraus den Werth von t nach der zweiten Formel berechnen. Wir finden $t=98{,}932^{\circ}$. Wir sehen also hieraus, dafs die Expansion des siedenden Dunstes, bei dem das Thermometer den Siedepunkt (80°) erhalten hat, einer Temperatur von 98,932° C. entspricht. Folglich beträgt ein Grad eines solchen Thermometers 1,236625° C. Die Auffindung dieser Zahl, die wir der Kürze wegen mit ϱ bezeichnen wollen, reicht hin, um die Angaben eines solchen Thermometers mit der Rechnung zu vergleichen. Sind τ die beobachteten Grade, so ist die $t=\varrho\tau$ in die Formel zu setzen.

Saussure bediente sich eines solchen Thermometers zur Bestimmung des Siedepunktes auf verschiedenen Höhen. Deluc wandte auch ein solches an, die Resultate ihrer Versuche sind in diesen Annalen (Bd. XVII. 1804. S. 57.) mitgetheilt. Ich wiederhole sie hier, indem ich die Maafse auf das neu französische reducirt und die Berechnung nach meiner Formel hinzugefügt habe.

A. Barometer *e.*	*B.* Thermomet. *τ.*	Berechnung aus *A. t.*	Berechnung aus *B. ξτ.*	Differenz beider.
0,43515^m	68,993° R.	85,317° C.	85,320° C.	+0,003
0,53224	73,21	90,480	90,534	+0,054
0,55254	73,93	91,460	91,424	−0,036
0,59166	75,47	93,257	93,328	+0,071
0,62233	76,54	94,596	94,652	+0,056
0,65207	77,45	95,844	95,777	−0,067
0,66306	77,80	96,296	96,209	−0,087
0,70199	79,14	97,859	97,866	+0,007
0,73258	80,07	98,995	99,017	+0,022
0,74590	80,47	99,487	99,511	+0,024
0,75218	80,63	99,719	99,709	−0,010
0,76325	80,93	100,117	100,097	−0,020
0,76952	81,09	100,344	100,278	−0,066
0,77510	81,299	100,541	100,536	−0,004

Die erste und letzte dieser Beobachtungen rühren von Saussure her, und stimmen mit der Formel so genau überein, als nur irgend erwartet werden darf, da das Mittel beider Abweichungen nur die Hälfte vom Tausendtheil eines Grades beträgt. Dafs die Versuche selbst mit grofser Genauigkeit gemacht sind, geht daraus hervor, dafs die Temperatur bis auf Tausendtheile des Grades angegeben ist. In den Berechnungen der Deluc'schen Versuche finden sich fünf negative und sieben positive Abweichungen von der Beobachtung, welches wiederum sehr für die Richtigkeit der Formel spricht. Nie erreicht die Abweichung die Gröfse eines Zehntelgrades und das Mittel sämmtlicher Abweichungen beträgt nicht sieben Tausendtheil eines Grades, so dafs man der Formel von 100 bis 85° abwärts gewifs eine grofse Uebereinstimmung zugestehen mufs. Denkt man sich also zwei Curven, die eine nach der Formel construirt, die andere aus Versuchen hergeleitet, in welchen die Abscissen den Temperaturen, die Ordinaten den Expansionen entsprechen, so wird man, wenn man beide auch nicht als congruent annehmen will, doch eine so grofse Annäherung bei-

beider zugestehen müssen, dafs sie $\frac{15}{100}$ des ganzen Abscissenraumes (zwischen den Siedepunkten) hindurch zur einen Seite des Siedepunktes unmerklich abweichen; da sie nun auch wieder bei 0° zusammentreffen, so kann überhaupt die Abweichung nicht bedeutend werden. Diefs zeigt auch die Vergleichung der Tabelle, nach welcher die Formel die Expansivkraft bei 40° R. ein wenig zu hoch anzugeben scheint, jedoch von Arzberger's Versuchen nur um 0,3 Lin. abweicht, dahingegen hinter dem Schmidt'schen Resultate zurückbleibt. Wie grofs aber bei 60° die Uebereinstimmung mit den besseren Versuchen und selbst mit dem von Kaemtz berechneten Mittel sey (0,06 Linien ist die Differenz) ist einleuchtend, so dafs wir also überzeugt seyn können, zwischen dem Fundamentalabstande eine genügende Uebereinstimmung durch unsere Formel zu erhalten, wenn wir auch nicht voraussetzen wollen, dafs sie ein absoluter Ausdruck für das Verdunstungsgesetz selbst sey; was überdiefs auch nur, wenn es geschehen sollte, von der in allgemeinen Zeichen ausgedrückten Formel gesagt werden dürfte, in der allerdings der Werth von a (vielleicht auch von ω) bei erweiterter Forschung eine Berichtigung erfahren könnte. Dafs die Uebereinstimmung auch über dem Siedepunkte sehr grofs ist, zeigt die Beobachtung bei 120° R., wo das Mittel aus Christian's und Ure's Beobachtung nur um 0,19''' abweicht, welches nicht den 8000sten Theil des Werthes der gefundenen Expansion selbst beträgt. Berechnen wir nach der zweiten Formel die Temperaturen zu den Expansionen, welche Taylor in seinen Versuchen gefunden hat, und denen Biot einen Vorzug vor den Dalton'schen zu geben geneigt ist, so finden wir folgende Resultate:

Beobachtete Expansion.	Beobachtete Temperatur.	Reduction auf Wärmegrade.	Berechnete Wärmegrade.	Differenz.
0,7617^{m}	100° C.	99°,02	100°,06	+ 1,04
1,4520	120	118,35	118,66	+ 0,21
1,9590	130	127,98	127,96	− 0,02
2,6361	140	137,63	137,62	− 0,01
3,5118	150	147,25	147,42	+ 0,17
4,5592	160	156,75	156,75	+ 0,00

Bei der Berechnung der dritten Spalte ist der letzte Versuch als genau übereinstimmend vorausgesetzt, und danach die Bestimmung der wahren Wärmezunahme gemacht worden. Es geben nämlich 160° C. eigentlich 158,36° der wahren Wärmezunahme. Da aber der beobachteten Expansivkraft nach der Formel 156,75° entsprechen, so sind die Thermometergrade in der Voraussetzung reducirt, dafs 158°,36 des Taylor'schen Thermometers (nach der Reduction) eben so grofs sind wie 156,75° wahrer Wärmezunahme. Man sieht, dafs unter dieser Voraussetzung alle Versuche über dem Siedepunkte sehr gut übereinstimmen. Nur der Siedepunkt selbst stimmt mit der Formel nicht gut überein und giebt die Differenz beinah eines Grades; was einiges Mifstrauen entweder gegen diesen Versuch oder gegen die Genauigkeit des angewandten Thermometers einflöfst.

Auf diese Art wird uns unsere Formel selbst ein Mittel zur genauen Vergleichung der bei den Versuchen angewandten Thermometer. Einen auffallenden Beweis davon giebt die Vergleichung der Versuche von Tobias Mayer.

Richtet man die obige Formel so ein, dafs man t in Reaumurschen Graden eines Thermometers bestimmt, das bei 336''' Par. Barometerstand regulirt ist, so mufs zunächst $e = 336''' = 0{,}75796$ Met. annehmen, dann findet man nach der zweiten Formel $t = 99{,}9291$. Es wird daher ein solches Thermometer 80° zeigen, wenn das

Centesimalthermometer 99,9291° zeigt; folglich beträgt 1° R. nur 1,249114° Cent. Da nun $\omega = 266\frac{2}{3}$° C. ist; so werden wir in 80theiligen Graden erhalten $\omega = 213,4878$. Setzen wir nun diesen Werth in die allgemeine Formel, so erhalten wir, wenn $b = 336'''$ und $n = 80$ gesetzt wird, folgende beiden Ausdrücke:

$$\text{Log. } e = 0,3506511 + \frac{7,9817243\, t}{213,4878 + t}$$

$$t = 213,4878 \frac{\text{Log. } e - 0,3506511}{8,3323754 - \text{Log. } e.}$$

Diese beiden Formeln geben für ein genau regulirtes 80theiliges Thermometer, und Pariser Linien, die betreffenden Temperaturen und Expansionen an, und nach der ersten ist die letzte Spalte der zuerst aufgestellten Tabelle berechnet.

Tobias Mayer stellte zwei Versuche an, um durch genaue Erforschung der Elasticität des Dunstes die Constanten der bekannten von ihm entwickelten Formel zu bestimmen (neue Gehler II. S. 339.). Sie sind in folgender Uebersicht mit meiner Berechnung zusammengestellt.

Quecksilberthermometer.	Expansion.	Reduction auf Luftwärme.	Berechnung der Wärme.
93° R.	614,4''' Par.	92,69	93,88
105	974,4	104,38	105,40

Die ersten beiden Spalten enthalten die unmittelbaren Beobachtungen, die dritte enthält die Reduction der Grade des Quecksilberthermometers auf das Luftthermometer. Mit dieser müfste die vierte Spalte übereinstimmen, wenn die Versuche und die Formel vollkommen richtig wären. Die Gröfsen weichen aber um mehr als einen Grad ab. Wäre diefs ein Fehler des Thermometers, so müfste dasselbe den Siedepunkt nach dem ersten Versuch offenbar bei $\frac{93,88}{92,69} \cdot 80° = 81,03°$ und nach dem zweiten Versuche bei $\frac{105,40}{104,38}.80 = 80,79°$ R. gehabt haben. Beide Angaben weichen nur um 0,24° von einander ab. Es folgt also aus unserer Berechnung, dafs der Siedepunkt des angewandten Thermometers etwa bei 80,91 im Mittel, also *höher* zu setzen ist als 80°. Hiemit stimmt Lichtenberg's Angabe (Gilb. Ann. XIV. S. 279.) der den Siedepunkt bei Mayer's Thermometer mit $82\frac{1}{2}°$ bezeichnet fand; wo freilich die Barometerangabe fehlt, auf welche sich die Zahl $82\frac{1}{2}$ bezieht. Es deutet aber darauf hin, dafs die Grade des Mayer'schen Thermometers zu grofs waren, was unsere Rechnung auch beweist, obgleich sie auf eine geringere Abweichung hindeuten.

Aus dem bisher Gesagten geht so viel hervor, dafs die gegebene Formel gewifs auf 20° zu beiden Seiten des Siedepunktes genau mit der Erfahrung übereinstimme. Wir haben dasselbe auch von den Graden zu beiden Seiten des Gefrierpunktes zu zeigen. Die Differenz der Thermometer ist hier von geringem Einflufs, da die Expansionen hier nicht um so bedeutende Gröfsen verschieden sind, wie in der Nähe des Siedepunktes bei kleinen Temperaturveränderungen der Fall ist. Die Tabelle, welche wir zuerst aufgestellt haben, zeigt zwischen 0 und 10° grofse Uebereinstimmung. Es wird dieselbe aber auch durch folgende Versuche von Gay-Lussac, Muncke und mir hinreichend bestätigt; in deren Aufführung ich die Expansionen nur bis zu Hunderteln der Linie angegeben habe. Die erste Spalte enthält die Anfangsbuchstaben des Namens der Experimentatoren.

No.	*t.*	*e.*	*é.*	*d.*
G.	—15,7	0,60	0,52	—0,08
M.	10,0	1,08	0,91	—0,17
A.	5,3	1,51	1,41	—0,10
M.	5,0	1,51	1,44	—0,07
M.	0,0	2,04	2,24	+0,20
A.	0,0	2,24	2,24	0,00
A.	+ 4,2	3,35	3,20	—0,15
M.	5,0	3,31	3,41	+0,10
A.	8,4	4,51	4,51	0,00
M.	10,0	5,36	5,28	—0,08
A.	10,2	5,06	5,20	+0,04
A.	12,0	5,71	5,96	+0,25
A.	14,2	6,81	7,07	+0,26
M.	15,0	8,10	7,41	—0,59
A.	16,0	8,07	8,08	+0,01
M.	20,0	11,50	10,72	—0,78
A.	21,8	12,29	12,31	+0,02

Eine Abweichung, die nicht $\frac{1}{10}$ Linie übersteigt, kann füglich unbeachtet bleiben, weil der Beobachtungsfehler (vergl. n. Gehler II. S. 340.) *) hier viel gröfser seyn kann. Demnach würden unter den siebzehn angeführten Beobachtungen 10 vollständig mit der Formel übereinstimmen. Die übrigen weichen nicht über eine halbe Linie ab; und zwar haben Muncke's Versuche da die gröfsesten Abweichungen, wo sich in den meinigen vollkommene Uebereinstimmung zeigt. Ich habe diese Versuche im Winter 1825 zu 26 mit der a. a. O. beschriebenen Geräthschaft gemacht, und unter sehr vielen nur diejenigen hier als zuverlässig aufgeführt, die in mehreren Beobachtungen des kleinen Heberbarometers so übereinstimmende Resultate geben, dafs die Abweichung vom Mittel nicht über $\frac{2}{10}$ Linien beträgt. Wie sehr diese Zahlen gröfstentheils mit den Dalton'schen übereinstim-

*) Es ist am ang. Orte, Z. 16., bei der Angabe des Gay-Lusac-schen Versuches *C* mit *R* zu vertauschen. Der Versuch ist bei — 15,7° R. gemacht, wie aus Biot *Precis élém.* hervorgeht.

men, habe ich dort auch schon angedeutet. Mit diesen Versuchen stimmt die Formel auch so genau überein, dafs die gröfseste Abweichung +0,26''' beträgt. Die Mittelzahl der Abweichung beträgt bei den 9 Versuchen von mir +0,052, bei den sieben Versuchen von Muncke —0,239, bei allen siebzehn Versuchen —0,079'''; so dafs wir auch hier der Formel eine genaue Uebereinstimmung mit den Versuchen zuzuschreiben genöthigt sind. Es mag hier auch noch einer der ersten Versuche dieser Art von Cavendish (1760) erwähnt werden, der bei 72° Fahr. =17,78° R. eine Expansion von 9''' fand, wo unsere Formel 9,21''' giebt (vergl. n. Gehler II. S. 316.). Desgleichen wird hier ein nicht ohne Sorgfalt angestellter Versuch von Volta eine Stelle verdienen (vergl. Jahrbuch d. Chem. von Schweigger etc. 1828. Heft 1. S. 99.). Dieser fand bei 64° R. die Expansion 13 Zoll =156'''. Unsere Formel giebt 155,44''', also nur eine Abweichung von 0,56'''. — Zu 58''=696''' fand er die Temperatur 96°=95,624° Wärmezunahme. Unsere Formel giebt 96,91. Die von ihm gefundene Expansion ist in beiden Fällen etwas zu grofs. Doch ist möglich, dafs er die im Versuch, den er a. a. O. nicht genauer beschreibt, gefundenen Expansionen etwas verändert hat, damit er das Gesetz darin auffände, dafs für jede 16° die Zunahme des Druckes sich verdoppele, denn für die 16° unter 80° ist der Druckunterschied nach Volta 15 Zoll, und für die 16° über 80° ist derselbe 30 Zoll. Eine leichte Rechnung zeigt aber, dafs diefs nicht das rechte Gesetz seyn kann; weil es auf eine Reihe führt, in der die Quotienten jedes Gliedes durch das vorhergehende immer zunehmen, da doch, wie oben an dem Werthe von *m* gezeigt wurde, alle Versuche auf eine Abnahme derselben hinführen. Merkwürdig wäre es immer, Volta's Versuchsreihe genauer zu kennen, durch die er unter andern vor Dalton auf das viel besprochene Gesetz geführt wurde, dafs die Expansionsmaxima verschiedener Dünste gleich sind, wenn die zugehörigen Temperaturen gleich weit von den Siedepunkten der Flüssigkeiten abstehen, aus denen die Dünste entstanden sind; dafs also ein Grad Wärme bei einer Dunstart dieselbe Veränderung hervorbringe, wie bei einer anderen von ihr ganz verschiedenen, sobald sie nur dieselbe Expansion hat. Ein Gesetz, dem nur eine annähernde Uebereinstimmung mit der Erfahrung beigelegt werden kann.

Zum Beschlufs fügen wir eine genaue Berechnung der Expansionszahlen nach unserer Formel hinzu. Die Angaben des Thermometers *t* sind 80theilige Wärmegrade und die Angaben der Expansion *e* Pariser Linien bis auf Temperaturen über 200°, wo dieselben nach Atmosphären bestimmt sind.

t.	*e.*	*t.*	*e.*	*t.*	*e.*	*t.*	*e.*
−29°	0,125‴	−19°	0,372‴	−9°	0,999‴	0°	2,242‴
−28	0,140	−18	0,415	−8	1,096	1	2,444
−27	0,156	−17	0,457	−7	1,202	2	2,659
−26	0,175	−16	0,506	−6	1,349	3	2,892
−25	0,196	−15	0,572	−5	1,443	4	3,144
−24	0,219	−14	0,617	−4	1,578	5	3,407
−23	0,244	−13	0,681	−3	1,725	6	3,706
−22	0,271	−12	0,750	−2	1,884	7	4,018
−21	0,302	−11	0,826	−1	2,056	8	4,388
−20	0,342	−10	0,908	−0	2,242	9	4,716

t.	*e.*	*t.*	*e.*	*t.*	*e.*	*t.*	*e.*
10°	5,103‴	20°	10,72‴	30°	21,58‴	40°	40,75‴
11	5,518	21	11,62	31	23,05	41	43,31
12	5,963	22	12,48	32	24,60	42	46,00
13	6,439	23	13,39	33	26,25	43	48,84
14	6,948	24	14,36	34	28,00	44	51,83
15	7,410	25	15,39	35	29,85	45	54,98
16	8,075	26	16,47	36	31,80	46	58,29
17	8,697	27	17,65	37	33,86	47	61,78
18	9,360	28	18,88	38	36,03	48	65,43
19	10,068	29	20,19	39	38,33	49	69,29

t.	e.	t.	e.	t.	e	t.	e.
50°	73,33'''	60°	126,4'''	70°	209,7'''	80°	336,0'''
51	77,56	61	133,2	71	219,9	81	351,6
52	82,03	62	140,3	72	231,0	82	367,8
53	86,71	63	147,7	73	242,4	83	384,7
54	91,62	64	155,4	74	254,4	84	401,7
55	96,76	65	163,5	75	266,5	85	419,8
56	102,2	66	172,0	76	279,3	86	439,2
57	107,8	67	180,8	77	292,7	87	458,8
58	113,7	68	190,0	78	306,6	88	479,0
59	119,9	69	199,4	79	321,0	89	500,1

t.	e.	t.	e.	t.	e.	t.	e.
90°	522,0'''	100°	788,4'''	110°	1161'''	120°	1670'''
91	543,4	101	820,4	111	1205	121	1730
92	568,1	102	853,5	112	1251	122	1791
93	592,4	103	887,7	113	1298	123	1854
94	617,7	104	923,1	114	1346	124	1920
95	643,7	105	959,6	115	1396	125	1987
96	670,7	106	997,3	116	1448	126	2056
97	698,6	107	1036	117	1501	127	2118
98	727,5	108	1077	118	1552	128	2200
99	757,5	109	1118	119	1612	129	2275

t.	e.	t.	e.	t.	e.	t.	e.
130°	2352'''	140°	3250'''	150°	4410'''	160°	5888'''
131	2463	141	3353	151	4543	161	6055
132	2513	142	3459	152	4679	162	6267
133	2597	143	3568	153	4818	163	6402
134	2684	144	3679	154	4960	164	6581
135	2771	145	3793	155	5105	165	6764
136	2862	146	3911	156	5255	166	6952
137	2955	147	4031	157	5408	167	7141
138	3051	148	4154	158	5564	168	7339
139	3151	149	4281	159	5724	169	7539

t.	e.	t.	e.	t.	e.	t.	e. in Atmosph.
170°	7744'''	180°	10014'''	190°	12859'''	200°	48,24
171	7952	181	10300	191	13172	250	134,8
172	8186	182	10563	192	13488	300	306,4
173	8384	183	10830	193	13816	400	1068
174	8606	184	11103	194	14147	500	2617
175	8833	185	11381	195	14483	600	5145
176	9065	186	11666	196	14828	700	8722
177	9303	187	11955	197	15178	800	13323
178	9544	188	12252	198	15535	900	18868
179	9791	189	12552	199	15898	1000	25224

XI. *Berechnung der von dem Monde bewirkten atmosphärischen Fluth.*

[Aus einer Abhandlung des Hrn. Bouvard über die im Pariser Observatorio angestellten meteorologischen *Beobachtungen*, in den *Mémoires de l'académie royale des Sciences. T. VII. p.* 267.].

In der *Mécanique céleste, Tom. V. p.* 237., und in den Zusätzen zur *Connaissance des tems* für 1826 hat Hr. Laplace *) zur Berechnung der Wirkung des Mondes auf die Atmosphäre die folgende, aus seiner Theorie der Ebbe und Fluth genommene Formel gegeben:

$$R\cos[2nt + 2\pi - 2mt - 2(m't - mt) - 2\lambda] \quad . \; . \; (1)$$

*) Nicht überflüssig ist es wohl, aus dieser früheren Abhandlung des grofsen Mathematikers einige Sätze herauszuheben, theils weil sie zu dem gegenwärtigen Aufsatze des Hrn. Bouvard als Einleitung dienen können, theils auch, weil sie einen indirecten Beweis von der Richtigkeit des Laplace'schen Satzes geben, dafs zur genaueren Ermittlung der Zeit und Gröfse der atmosphärischen Monds-Fluth eine sehr grofse Anzahl von Beobachtungen erforderlich ist. Vergleicht man nämlich die Resultate, zu denen Laplace in diesem älteren Aufsatze gelangt ist, mit denen, welche gegenwärtig Hr. Bouvard aufstellt, so ergiebt sich daraus, dafs eine nur um drei Jahre verlängerte Beobachtungsreihe, eine etwas verschiedene Benutzung der Beobachtun-