samkeit, daß man es sehr gut beobachten kann; dann werden die Einschnürungen tiefer und die Anschwellungen höher, entfernen sich auch mehr von einander; solcher Gestalt bilden sich gesonderte Massen, welche, von der Schwerkraft gezogen, längs dem Stahldraht hinabsinken und sich mit der Flüssigkeit im Gefäß vereinigen; man kann deren bis 50 haben.

Die Bildung der Einschnürungen und Anschwellungen beginnt unten am Draht und steigt allmählig bis oben. Wenn die Erscheinung nicht gleichzeitig in allen Höhen eintritt, so geschieht es, weil der Draht offenbar ein Hinderniß zur Umwandlung darbietet; diese erfolgt also vorzugsweise dort, wo die Schicht am dicksten ist, also nach unten; man kann dies leicht erweisen, wenn man eine dickere Stricknadel, z. B. eine von 2 Mllm. Durchmesser, anwendet. In diesem Fall ist das Verhältniß zwischen dem Radius der soliden Axe und der Dicke der Oelschicht dermaßen ungünstig, daß man nur noch Spuren von Einschnürungen und Anschwellungen nach unten hin bekommt.

XIV. Bemerkung über das Minimum der prismatischen Ablenkung; von K. L. Bauer.

Als ich Bd. 131, S. 437 etc. dieser Annalen die Beweise des Satzes von der prismatischen Minimalablenkung besprach, war mir der richtige und gute Nachweis v. Ettingshausen's, den ich seitdem durch Kulp's Lehrbuch der Physik kennen gelernt, noch unbekannt. Ich erlaube mir, denselben nach meiner früher gebrauchten Bezeichnung kurz zu reproduciren und eine hierauf bezügliche, eine zweckmäßsig scheinende Modification, sowie eine Bemerkung zu meinem erwähnten Aufsätze beizufügen.

Die unmittelbar vorliegenden Gleichungen sind:

$$A = \alpha + \alpha' - b; \quad \beta + \beta' = b;$$

$$\sin \alpha = n \sin \beta; \quad \sin \alpha' = n \sin \beta';$$

sie lassen sogleich erkennen, dafs die Aenderungen von β und β' und diejenigen von α und α' stets mit entgegengesetzten Vorzeichen behaftet sind. Führen wir nun, von dem Falle ausgehend, wo α' seinen kleinsten und α seinen grössten Werth hat, die Ablenkung A durch alle möglichen Werthe, d. h. nehmen wir $d\alpha$ stets positiv und $d\alpha'$ stets negativ, so ist klar, dafs A so lange abnimmt, als $\frac{d\alpha}{-d\alpha'} < 1$, und so lange wächst, als $\frac{d\alpha}{-d\alpha'} > 1$ ist. Um zu entscheiden, welche Bedingungen diese Ungleichungen erfüllen, ist die Kenntnifs eines geeigneten Ausdruckes für $\frac{d\alpha}{-d\alpha'}$ erforderlich; v. Ettingshausen differenzirt daher die drei letzten der oben angegebenen vier Beziehungen, findet hieraus $\frac{d\alpha}{-d\alpha'} = \frac{\cos \alpha' \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta'}$ und macht dann die Bemerkung, dafs die Ungleichungen $\frac{d\alpha}{-d\alpha'} \leq 0$ erfüllt seyen, wenn

$$\cos \alpha' \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta' \leq 0,$$

mithin auch, wenn

$$\begin{aligned} n^2 \cos^2 \alpha' \cos^2 \beta - n^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta' &= (1 - \sin^2 \alpha')(n^2 - \sin^2 \alpha) \\ &\quad - (1 - \sin^2 \alpha)(n^2 - \sin^2 \alpha') \\ &= (n^2 - 1)(\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha') \leq 0 \text{ sey.} \end{aligned}$$

Hierauf ist klar, dafs $\frac{d\alpha}{-d\alpha'} \leq 1$ ist, wenn $\alpha \leq \alpha'$ ist. Die Ablenkung nimmt also von dem oben bezeichneten Anfangswerthe an beständig ab, bis α den besondern Werth α_0 erreicht hat, bei welchem $\alpha = \alpha'$ wird, geht aber sodann durch fernere Vergrößerung des α in fortwährendes Wachsen über; diefs zeigt, dafs A unter der Bedingung $\alpha = \alpha' = \alpha_0$ seinen Minimalwerth annimmt.

In Hinsicht auf die Gleichung $\frac{d\beta}{d\beta'} = -1$ und auf die einfachen, früher von mir gegebenen Ausdrücke für $\frac{d\alpha}{d\beta}$

dürfte sich der soeben angegebene Beweis zweckmäfsig so abändern lassen, dafs man setzte

$$\frac{d\alpha}{d\alpha'} = \frac{d\alpha}{d\beta} : \frac{d\alpha'}{d\beta'} = \frac{\sqrt{n^2 + m^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\sqrt{n^2 + m^2 \operatorname{tg}^2 \alpha'}}$$

und hieran die vorherigen Schlüsse knüpfte. Wollte man den Beweis in ein *elementares* Gewand kleiden, so würde man d durch A ersetzen, nach S. 475 des citirten Aufsatzes die Gleichung $\frac{\xi}{\varepsilon} = \frac{A\alpha}{A\beta} = \frac{n \cos \beta}{\cos \alpha}$ ableiten und den Quotienten rechts, wie S. 472 bis 473 gezeigt, in $\sqrt{n^2 + m^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}$ umwandeln.

Ferner wird man bemerken, dafs die Bildung des zweiten Differentialquotienten $\frac{d^2 A}{d\beta^2}$ (S. 478 des Citats) streng genommen überflüssig war, indem der Beweis bereits durch die Gleichung

$$\frac{dA}{d\beta} = \sqrt{n^2 + m^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} - \sqrt{n^2 + m^2 \operatorname{tg}^2 \alpha'}$$

geliefert ist, welche unmittelbar aussagt, dafs bei einer Zunahme des β , mithin auch des α , die Ablenkung A so lange abnimmt, als $\alpha < \alpha'$ bleibt, und so lange wächst, als $\alpha > \alpha'$ ist; auch hier könnte natürlich ebenso leicht wie vorhin eine elementar-mathematische Umgestaltung vorgenommen werden.

Karlsruhe, im November 1867.