immer größer als Null ist, so muß auch

$$\int i d\bar{Q}$$

immer größer seyn als Null; mit anderen Worten die Function

$$A = 2i\bar{T},$$

welche Maupertuis Wirkung (Action) genannt hat, ist — die Quelle der aufgenommenen Energie betreffend — am Ende einer jeden Veränderung unbedingt *kleiner*, als zu Anfang derselben. Daher kann man den hypothetischen Satz, daß die Entropie des Weltalls immer zunimmt (Clausius), auch so ausdrücken: *die Wirkung des Weltalls vermindert sich fortwährend.*

VIII. Ueber ein Paradoxon der mechanischen Wärmetheorie; von A. Ritter in Aachen.

Denkt man sich ein Kilogramm Luft (von der absoluten Temperatur T_1 , vom Drucke p_1 und vom Volumen v_1) in einem unten geschlossenen Cylinder im Gleichgewichtszustande erhalten durch einen mit Gewichten belasteten Kolben, so erkennt man: daß jede Hinzufügung von neuen Belastungen ein Sinken des Kolbens und eine Abnahme des Volumens der Luftmasse zur Folge haben wird. Durch *allmähliche* Steigerung der Belastung — wie z. B. bei Sandbelastung durch Hinzufügung eines Sandkornes nach dem anderen — würde das Volumen der Luftmasse bis auf jede beliebig kleine vorgeschriebene Größe v_2 vermindert werden können (wenigstens innerhalb der Grenzen, bis zu welchen das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz noch als gültig betrachtet werden darf).

Anders verhält es sich jedoch, wenn die Belastungszunahme *plötzlich* erfolgt. In diesem Falle wird das Vo-

lumen niemals eine Gröfse: $v^2 < \frac{v_1}{3,44}$ erreichen können, wie aus der mechanischen Wärmetheorie auf folgende Weise sich ergibt.

Wenn die Kolbenfläche der Einfachheit wegen gleich 1 Quadratmeter angenommen wird, so ist bei vorhandenem Gleichgewichtszustande stets der Druck der eingeschlossenen Luft pro Quadratmeter gleich der Kolbenbelastung zu setzen. Diese Belastung hatte anfänglich die Gröfse p_1 und wird alsdann *plötzlich* bis auf die Gröfse p_2 vermehrt. Beim Niedersinken von der Höhe h_1 bis zur Höhe h_2 verrichtet das Gewicht p_2 die mechanische Arbeit:

$$\mathfrak{A} = p_2 (h_1 - h_2) \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Da die Gefäßwände als undurchlässig für Wärme vorausgesetzt werden, so ist das Wärme-Aequivalent dieser Arbeitsgröfse dem hervorgebrachten Zuwachse der inneren Wärme gleich zu setzen; man erhält also die Gleichung:

$$c (T_2 - T_1) = A p_2 (h_1 - h_2) \quad . \quad . \quad (2),$$

in welcher: $c = 0,1685$ die Wärmecapacität der Luft bei constantem Volumen, ferner: $A = \frac{1}{424}$ das Wärme-Aequivalent der Arbeitseinheit, und T_2 die bei nachher eingetretenem Ruhestande erreichte End-Temperatur der Luftmasse bedeutet. Diese Temperatur T_2 entspricht dem Volumen: $v_2 = h_2 \cdot 1$ und dem Drucke p_2 , ist also nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze zu berechnen aus der Gleichung:

$$p_2 v_2 = R T_2, \text{ oder: } p_2 h_2 = 29,27 \cdot T_2 \quad . \quad (3),$$

und wenn man den hieraus für T_2 zu entnehmenden Werth in Gleichung (2) substituirt, so nimmt dieselbe für p_2 aufgelöst die folgende Form an:

$$p_2 = \frac{c R T_1}{(c + A R) h_2 - A R h_1} \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Indem man den Nenner dieses Ausdruckes gleich Null setzt, erhält man für dasjenige Compressionsverhältnifs,

welchem der Werth $p_2 = \infty$ entsprechen würde, die Bedingungsgleichung:

$$\frac{h_1}{h_2} = 1 + \frac{c}{AR} = 1 + \frac{424 \cdot 0,1685}{29,27} = 3,44 \quad . \quad (5).$$

Hieraus folgt, daß unter den oben angenommenen Umständen der Kolben niemals bis auf eine Höhe: $h_2 < \frac{h_1}{3,44}$ herabsinken kann — wie groß auch immer die Belastung p_2 gewählt werden möge.

Als Illustration und Seitenstück zu dem vorigen kann der in Fig. 1 dargestellte Fall betrachtet werden. Diese Figur veranschaulicht den Gleichgewichtszustand eines harten schweren cylindrischen Körpers (wie z. B. eines Mühlsteines, welcher durch die rasch auf einander folgenden Stöße einer zwischen seiner horizontalen Bodenfläche und dem Erdboden mit großer Geschwindigkeit auf- und abfliegenden (vollkommen elastisch gedachten) Kugel frei im Raume schwebend erhalten wird. Wenn die Masse (m) der Kugel sehr klein, und ihre Geschwindigkeit (c) sehr groß angenommen wird, so ergibt sich als Bedingung des Gleichgewichtes die Gleichung ¹⁾:

$$mc^2 = Ph \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Auf gleiche Weise erhält man für den in Fig. 2 dargestellten Gleichgewichtszustand die Bedingungsgleichung

$$mv^2 = (P + Q)(h - x) \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Betrachtet man den in Fig. 1 dargestellten Gleichgewichtszustand als den gegebenen Anfangszustand, so überzeugt man sich leicht, daß die neue Gleichgewichtslage (Fig. 2) nicht nur von der *Größe* der hinzugefügten Belastung Q abhängen, sondern außerdem von dem *Gesetze*, nach welchem die Belastung während des Sinkens von P bis $P + Q$ zunahm; denn von diesem Gesetze wird die Größe der mechanischen Arbeit abhängen, welche die

1) Vergl. Ritter's „Lehrbuch der analytischen Mechanik“ §. 76.

Schwerkraft während des Sinkens verrichtet. Es soll hier angenommen werden, daß das ganze Gewicht Q mit einem

Fig. 1.

Fig. 2.

Male hinzugefügt wurde. In diesem Falle verrichtet die Schwerkraft die mechanische Arbeit: $(P + Q)x$. Diese ganze mechanische Arbeit wird — sobald die schwebende Masse nach Oscillationen von abnehmender Amplitude in der neuen Gleichgewichtslage zur Ruhe gelangt ist — nunmehr in Form von lebendiger Kraft auf die oscillirende Kugel übertragen worden seyn; folglich ist:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2} = (P + Q)x \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Durch Elimination der Größen c und v erhält man aus obigen drei Gleichungen für Q den Werth:

$$Q = \frac{3Px}{h - 3x} \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Indem man den Nenner dieses Ausdrucks gleich Null setzt, erhält man für diejenige Senkung, zu deren Hervorbringung ein *unendlich großes* Gewicht erforderlich seyn würde, die Bedingungsgleichung:

$$\frac{x}{h} = \frac{1}{3} \text{ oder } \frac{h-x}{h} = \frac{2}{3} \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Es wird daher auf die hier angenommene Weise niemals ein Hinabsinken des schwebenden Körpers auf eine Höhe: $h - x < \frac{2}{3}h$ bewirkt werden können — wie groß auch immer das plötzlich hinzugefügte Uebergewicht Q gewählt werden möge.

Den Unterschied zwischen den beiden *numerischen* Resultaten in (5) und (10) kann man sich nach der mechanischen Theorie der Gase auf folgende Weise erklären.

Die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung der Luftmoleculë beträgt: 61,5 Proc. von ihrer totalen lebendigen Kraft¹⁾. Die Gesammtmenge der Luftmoleculë kann man sich in drei gleiche Gruppen zerlegt denken, und annehmen, daß jede Gruppe parallel zu einer von drei rechtwinklig zu einander stehenden Coordinatenachsen sich bewegt²⁾. Man findet alsdann, daß die in verticaler Richtung sich bewegende Gruppe eine lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung besitzt, welche $\frac{61,5}{3} = 20,5$ Proc. von der totalen lebendigen Kraft beträgt. Wenn man also in Bezug auf den in Fig. 2 dargestellten Fall die Annahme machte, daß von der mechanischen Arbeit $(P + Q)x$ nur 20,5 Proc. auf die Vergrößerung der lebendigen Kraft der oscillirenden Kugel verwendet würden, während der Rest eine anderweitige Verwendung fände, so würde man statt Gleichung (8) die folgende Gleichung erhalten:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mc^2}{2} = 0,205 \cdot (P + Q)x \quad . \quad (11),$$

und als Resultat würde auch für diesen Fall sich ergeben, daß dem Werthe $Q = \infty$ der Werth $\frac{h-x}{h} = \frac{1}{3,44}$ entspricht.

1) Vergleiche Clausius „Abhandlungen über die mechanische Stromtheorie“, zweite Abhandlung, S. 258.

2) Ebendasselbst S. 251.

Aachen, den 13. Februar 1877.