

**3. Ueber die Unentbehrlichkeit
der Atomistik in der Naturwissenschaft;
von Ludwig Boltzmann.**

(Aus den Sitzungsber. der k. Akad. d. Wissensch. in Wien. Mathem.-
naturw. Klasse; Bd. CV. Abth. IIa. November 1896.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 5. Nov. 1896.)

Ausser der Atomistik in ihrer heutigen Form ist noch eine zweite Methode in der theoretischen Physik üblich, nämlich die Darstellung eines möglichst eng begrenzten That-sachengebietes durch Differentialgleichungen. Wir wollen sie die Phänomenologie auf mathematisch-physikalischer Grundlage nennen. Da dieselbe ein neues Bild der That-sachen giebt und es selbstverständlich vortheilhaft ist, möglichst viele Bilder zu besitzen, so ist sie natürlich neben der Atomistik in deren heutiger Gestalt von hohem Werthe. Eine andere Phänomenologie, welche ich die energetische nennen möchte, wird später zur Sprache kommen. Man hat nun oft die Ansicht ausgesprochen, dass die nach der phänomenologischen Methode erhaltenen Bilder aus inneren Gründen den Vorzug vor denen der Atomistik verdienen.

Ich pflege solchen allgemein philosophischen Fragen aus dem Wege zu gehen, solange sie keine praktischen Consequenzen haben, da sie nicht so scharf gefasst werden können wie Specialfragen und daher ihre Beantwortung mehr Geschmackssache ist. Doch scheint es mir, als ob gegenwärtig die Atomistik aus dem oben angeführten, kaum stichhaltigen Grunde praktisch zurückgesetzt würde, und da glaubte ich, das Meine thun zu sollen, um den Schaden zu verhüten, der meines Erachtens der Wissenschaft daraus erwachsen könnte, wenn nun die Phänomenologie, wie früher die Atomistik, zum Dogma erhoben würde.

Um Missverständnisse zu vermeiden, will ich gleich zu Anfang die Beantwortung ganz bestimmter Fragen als den Zweck der folgenden Betrachtungen bezeichnen. Da der Nutzen, welchen die Atomistik in ihrer Entwicklung der

Wissenschaft geleistet hat, von keinem unbefangenen Kenner der Geschichte der Wissenschaft bezweifelt wird, so können wir die Fragen so formuliren: Hat die Atomistik in ihrer gegenwärtigen Form nicht auch hohe Vorzüge vor der heute üblichen Phänomenologie? Ist irgend eine Wahrscheinlichkeit vorhanden, dass sich in absehbarer Zeit aus der Phänomenologie eine Theorie entwickeln könne, welche diese, gerade der Atomistik eigenthümlichen Vorzüge ebenfalls besitzt? Besteht nicht neben der Möglichkeit, dass die heutige Atomistik einmal verlassen werden wird, auch die, dass in ihr die Phänomenologie mehr und mehr aufgehen wird? Endlich wäre es nicht ein Schaden für die Wissenschaft, wenn man nicht noch heute die gegenwärtigen Anschauungen der Atomistik mit gleichem Eifer pflegte, wie die der Phänomenologie? Die Beantwortung dieser Fragen in dem der Atomistik günstigen Sinne bezeichne ich schon hier als das Resultat der folgenden Betrachtungen.

Die Differentialgleichungen der mathematisch-physikalischen Phänomenologie sind offenbar nichts als Regeln für die Bildung und Verbindung von Zahlen und geometrischen Begriffen, diese aber sind wieder nichts anderes als Gedankenbilder, aus denen die Erscheinungen vorhergesagt werden können.¹⁾ Genau dasselbe gilt auch von den Vorstellungen der Atomistik, sodass ich in dieser Beziehung nicht den mindesten Unterschied zu erkennen vermag. Ueberhaupt scheint mir von einem umfassenden Thatselfeld niemals eine directe Beschreibung, stets nur ein Gedankenbild möglich. Man darf daher nicht mit Ostwald sagen, du sollst dir kein Bild machen, sondern nur, du sollst in dasselbe möglichst wenig willkürliches aufnehmen.

Die mathematisch-physikalische Phänomenologie verbindet manchesmal die Voranstellung der Gleichungen mit einer gewissen Geringschätzung der Atomistik. Ich glaube nun, dass die Behauptung, Differentialgleichungen gingen weniger über die Thatselfen hinaus, als die allgemeinste Form atomistischer Ansichten, auf einem Zirkelschlusse beruhen würde. Wenn man schon von vornherein der Ansicht ist, dass unsere Wahr-

1) Vgl. Principien der Wärmelehre (Leipzig, bei J. A. Barth, p. 363, 1896) von Mach, dessen einschlägige Schriften wesentlich zur Klärung meiner eigenen Weltanschauung beitrugen.

nehmungen durch das Bild eines Continuum dargestellt werden, dann gehen allerdings nicht die Differentialgleichungen, wohl aber die Atomistik über die vorgefasste Ansicht hinaus. Ganz anders, wenn man atomistisch zu denken gewohnt ist; dann kehrt sich die Sache um und die Vorstellung des Continuum scheint über die Thatsachen hinauszugehen.

Analysiren wir z. B. einmal die Bedeutung der hierbei classischen Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung! Dieselbe drückt nichts anderes aus, als eine aus zwei Theilen bestehende Regel:

1. Man denke sich im Innern des Körpers (oder noch allgemeiner regelmässig angeordnet in einer entsprechend begrenzten dreidimensionalen Mannichfaltigkeit) zahlreiche kleine Dinge (nennen wir sie Elementarkörperchen oder besser Elemente oder Atome im allgemeinsten Sinne), deren jedes zu Anfang eine beliebige Temperatur hat. Nach Verlauf einer sehr kleinen Zeit (bez. bei einem kleinen Zuwachse einer vierten Variablen) sei die Temperatur jedes Körperchens das arithmetische Mittel der Temperaturen, welche vorher die dasselbe unmittelbar umgebenden Körperchen hatten.¹⁾ Nach einer zweiten gleich grossen Zeit hat man diesen Process zu wiederholen etc.

2. Man denke sich sowohl die Elementarkörperchen als auch die Zeittheilchen immer kleiner und kleiner, ihre Anzahl im entsprechenden Verhältnisse immer grösser und grösser und bleibe bei jenen Temperaturwerthen stehen, wo die weitere Verkleinerung das Resultat nicht mehr merkbar beeinflusst.

Ebenso können bestimmte Integrale, welche die Lösung der Differentialgleichung darstellen, im allgemeinen nur durch mechanische Quadraturen berechnet werden, erfordern also wieder zuerst eine Zerlegung in eine endliche Anzahl von Theilen.

Man glaube doch nicht, dass man sich durch das Wort Continuum oder das Hinschreiben einer Differentialgleichung auch einen klaren Begriff des Continuum verschafft habe! Bei näherem Zusehen ist die Differentialgleichung nur der Ausdruck dafür, dass man sich zuerst eine endliche Zahl zu

1) Maxwell, Treatise on electricity, 1873, vol. I, art. 29; Mach, l. c. p. 118.

denken hat; dies ist die erste Vorbedingung, dann erst muss die Zahl wachsen, bis ihr weiteres Wachstum nicht mehr von Einfluss ist. Was nützt es, die Forderung, sich eine grosse Zahl von Einzelwesen zu denken, jetzt zu verschweigen, wenn man bei Erklärung der Differentialgleichung den durch dieselbe ausgedrückten Werth durch jene Forderung defnirt hat? Man verzeihe den etwas banalen Ausdruck, wenn ich sage, dass derjenige, welcher die Atomistik durch Differentialgleichungen losgeworden zu sein glaubt, den Wald vor Bäumen nicht sieht. Eine Erklärung der Differentialgleichung durch complicirtere, geometrische oder andere physikalische Begriffe würde aber erst recht die Wärmeleitungsgleichung im Lichte einer Analogie, statt einer directen Beschreibung erscheinen lassen. Wir vermögen in Wirklichkeit die benachbarten Theile nicht zu unterscheiden. Ein Bild aber, in welchem wir von allem Anfange her die benachbarten Theile nicht unterscheiden, wäre verschwommen; wir könnten daran die vorgeschriebenen Rechnungsoperationen nicht vornehmen.

Erkläre ich also die Differentialgleichung oder eine Formel, welche bestimmte Integrale enthält, für das zweckmässigste Bild, so gebe ich mich einer Illusion hin, wenn ich glaube, damit die atomistische Vorstellung aus meinem Gedankenbilde entfernt zu haben, ohne welche der Limitenbegriff sinnlos ist; ich mache dann vielmehr blos die weitere Behauptung, dass, wie sehr auch die Beobachtungsmittel verfeinert werden mögen, niemals Unterschiede zwischen den Thatsachen und den Limitenwerthen beobachtbar sein werden.

Geht da nicht das Bild, welches eine sehr grosse, aber endliche Zahl von Elementarkörperchen voraussetzt, weniger über die Thatsachen hinaus? Hat sich nicht die Sache umgekehrt? Während früher die Annahme einer bestimmten Grösse der Atome als eine rohe, willkürlich über die Thatsachen hinausgehende Vorstellung galt, so erscheint sie jetzt gerade als die natürlichere, und die Behauptung, dass niemals Unterschiede zwischen den Thatsachen und den Limitenwerthen entdeckt werden könnten, weil solche bis heute (vielleicht nicht einmal in allen Fällen) noch nicht entdeckt wurden, fügt dem Bilde etwas Neues, Unerwiesenes bei. Warum durch diese hinterher angeflickte Behauptung das Bild klarer,

einfacher oder wahrscheinlicher werden sollte, ist mir unbegreiflich.¹⁾ Die Atomistik scheint vom Begriffe des Continuum's untrennbar. Offenbar gingen Laplace, Poisson, Cauchy etc. deshalb von atomistischen Betrachtungen aus, weil man sich damals noch klarer hewusst war, dass Differentialgleichungen nur Symbole für atomistische Vorstellungen sind und daher auch noch lebhafter das Bedürfniss empfand, letztere einfach zu gestalten. Die ersten Formen der Atomistik möchte ich mit den complicirten Umschweiften vergleichen, welche die alten Physiker machten, statt mit benannten Grössen zu rechnen, während die Gewöhnung an die Symbolik der Integralrechnung der an Ausdrücke wie cm. sec^{-1} gleicht. Die dadurch erzielte Bequemlichkeit kann aber zu manchen Fehlschlüssen führen, wenn man die Bedeutung vergisst, die man der Division durch eine Secunde willkürlich beilegte.

Wie die Wärmeleitungsgleichung, so können auch die Grundgleichungen der Elasticität allgemein nur gelöst werden, indem man sich zuerst eine endliche Zahl von Elementarkörperchen denkt, welche nach gewissen einfachen Gesetzen aufeinander wirken und dann wieder die Limite bei Vermehrung der Zahl derselben sucht. Diese Limite ist also wieder die eigentliche Definition der Grundgleichungen, und das Bild, welches von vornherein eine grosse, aber endliche Zahl annimmt, erscheint abermals einfacher.

Wir können so, indem wir den betreffenden Atomen nur gerade so viele Eigenschaften beilegen, als nothwendig sind, um ein kleines That sachengebiet in der einfachsten Weise zu beschreiben, für jedes solche That sachengebiet eine besondere Atomistik erhalten²⁾, welche zwar, wie mir scheint, ebenso

1) Die Gesichtswahrnehmungen entsprechen der Erregung einer endlichen Zahl von Nervenfasern, werden also wahrscheinlich durch ein Mosaik besser dargestellt, als durch eine continuirliche Fläche. Aehnliches gilt auch von den übrigen Sinnesempfindungen. Ist es da nicht wahrscheinlich, dass auch die Modelle für Complexe von Wahrnehmungen besser aus discreten Theilen zusammengesetzt werden?

2) Wenn wir ehrlich sind, so können wir der Behauptung von Hertz, dass ein gewisses System von Differentialgleichungen seine Theorie der electromagnetischen Erscheinungen ausmache, nur den Sinn beilegen, dass er sich diese Erscheinungen durch das Bild von zweierlei, den Raum dicht erfüllenden Gedankendingen darstellt, welche beide den

wenig als das, was man gewöhnlich Atomistik nennt, eine directe Beschreibung, aber doch ein von Willkür möglichst freies Bild ist.

Charakter von Vektoren haben und deren zeitliche Aenderung, die sich aber jetzt auf Intensität und Richtung bezieht, wie bei der Wärmeleitung nur durch die unmittelbare Umgebung bedingt ist, aber in complicirterer, leicht anzugebender Weise davon abhängt. Hierdurch ist eine atomistische Theorie des Electromagnetismus gegeben, die möglichst wenig Willkürliches enthält. Die Forderung, diesen mechanisch zu erklären, fällt mit dem Bedürfnisse nach Beseitigung der Complicirtheit dieses Bildes und dessen Inhomogenität mit den in den übrigen Thatsachengebieten verwendeten Bildern zusammen, welche demjenigen freilich nicht auffällt, der los den Anblick der Differentialgleichungen vergleicht. Dieser Inhomogenität und der Wahrscheinlichkeit, dass es einfachere Bilder giebt, will man offenbar Ausdruck geben, wenn man sagt, man weiss nicht, was Electricität ist. Die Phänomenologie von heute ist also wieder ganz auf den Standpunkt Lemery's (Ostwald, Lehrb. d. allg. Chem. 2. II. 2. Aufl. p. 5 und 103) zurückgekehrt, welcher sich ebenfalls nicht scheute, sobald sich dadurch nur eine Erklärung der ihm bekannten Thatsachen bot, den Atomen die complicirtesten Eigenschaften beizulegen; nur dass wir dies nicht gewahr werden, weil wir den Kopf in Differentialgleichungen wie der Vogel Strauss ins Gebüsch verstecken.

Die gewöhnlichen Gleichungen der Elasticitätslehre stellen, sobald darin noch die Verschiebungen u , v , w und die elastischen Kräfte X_x , X_y . . . enthalten sind, wenn man sich der Bedeutung des Limitenbegriffes entsinnt, ziemlich complicirte Regeln für die Veränderung der Coordinaten $x + u$, $y + v$, $z + w$ von gewöhnlichen Punkten und gleichzeitige Aenderung von Vectoratomen dar. Auch die durch Elimination der elastischen Kräfte entstehenden Gleichungen bedürfen noch einiger Reductionen, um das übliche atomistische Bild der elastischen Erscheinungen zu liefern. Um letzteres zu erhalten, hat man also an den Gleichungen oder an den mit den Gleichungen identischen Bildern gewisse Zusammensetzungen und Zerlegungen vorgenommen, gerade wie man in der Mechanik die Kräfte zusammensetzt und zerlegt, um eine möglichst *einfache* Beschreibung zu erhalten.

Auch die Differentialquotienten nach der Zeit sprechen natürlich die Forderung aus, dass man in dem Bilde der Natur die Zeit zunächst in sehr kleine, endliche Zeittheile (Zeitatome) zerlegt denken muss. Lasse ich also die Vorstellung, dass niemals eine Abweichung von der Limite entdeckt werden könne, der sich das Bild bei immer kleiner werdenden Zeitatomen nähert, als durch die Erfahrung noch nicht erwiesen, fallen, so müsste ich mir vorstellen, dass schon die Gesetze der Mechanik des materiellen Punktes nur angenähert richtig sind. Bloss um eine Ahnung zu geben, wie verschiedenartig die Bilder gewählt werden können, will ich hier ein specielles Bild erwähnen. Man denkt sich im Raume (besser in einer dreidimensionalen Mannichfaltigkeit) sehr

Die Phänomenologie versucht nun, alle diese speciellen Atomistiken ohne vorhergehende Vereinfachung derselben zu combiniren, um die wirklichen Thatsachen darzustellen, d. h. ihnen alle in diesen Atomistiken enthaltenen Vorstellungen anzupassen; allein da sie eine Unzahl von Begriffen, die je einem kleinen Erscheinungsgebiete entnommen sind und wenig zu einander passen, sowie eine Unzahl von Differentialgleichungen mitbringt, von denen jede, trotz mannichfaltiger Analogien, doch wieder viele Besonderheiten hat, so ist von vornherein zu erwarten, dass sich die Darstellung sehr complicirt gestalten muss. In der That zeigt sich, dass schon ganz unübersichtliche und enorm complicirte Gleichungen nothwendig sind, wenn die Phänomenologie auch nur das Ineingreifen einiger weniger Erscheinungsgebiete bei noch immer nahe stationären Vorgängen darstellen will (elastische Deformation mit Erwärmung und Magnetisirung etc.). Auch muss man (z. B. wenn man die Dissociation der Gase nach Gibbs, die der Electrolyte nach Planck darstellen will) doch wieder Hypothetisches, also über die Thatsachen Hinausgehendes einführen.

Dazu kommt noch der Umstand, dass alle Begriffe der Phänomenologie nahe stationären Erscheinungen entlehnt sind

viele sich berührende Kugeln. Die Anordnung derselben wechselt nach einem zu suchenden Gesetze A von einem Zeitalter zum anderen sehr wenig, aber um endliches. Die verschieden gestalteten Lücken zwischen den Kugeln treten an Stelle der Atome des alten Bildes, das Gesetz A ist so zu wählen, dass die zeitliche Aenderung der Lücken ein Weltbild liefert. Wäre es möglich, ein solches Bild zu finden, welches umfassendere Uebereinstimmung zeigt, als die gewöhnliche Atomistik, so wäre damit auch dessen Berechtigung erwiesen. Die Auffassung der Atome als materieller Punkte und der Kräfte als Functionen ihrer Entfernung ist also wohl eine provisorische, die aber in Ermangelung einer besseren heute noch beizubehalten ist.

Freilich lehrt die einfachste Ueberlegung sowie die Erfahrung übereinstimmend, dass es hoffnungslos schwierig ist, durch blosses Rathen ins Blaue hinein gleich auf richtige Weltbilder zu verfallen, dass sich solche vielmehr immer nur langsam aus einzelnen glücklichen Ideen durch Anpassung bilden. Gegen das Treiben der vielen leichtsinnigen Hypothesenschmiede, welche hoffen mit geringer Mühe eine die ganze Natur erklärende Hypothese zu finden, sowie gegen die metaphysische und dogmatische Begründung der Atomistik wendet sich daher die Erkenntnistheorie mit Recht.

und bei turbulenter Bewegung nicht mehr Stich halten. So können wir die Temperatur eines ruhenden Körpers mittels eines eingesenkten Thermometers definiren. Wenn sich der Körper als Ganzes bewegt, mag sich das Thermometer mitbewegen. Hat aber jedes Volumenelement des Körpers eine verschiedene Bewegung, so wird die Definition gegenstandslos, und es ist wahrscheinlich oder doch möglich, dass sich dann die verschiedenen Energieformen (was Wärme, was sichtbare Bewegung ist etc.) nicht mehr scharf scheiden lassen.

Bedenkt man dies, sowie die Complication, welche die phänomenologischen Gleichungen schon in den wenigen Fällen annehmen, wo man das Ineinandergreifen mehrerer Erscheinungsgebiete darstellte, so wird man eine Ahnung von den Schwierigkeiten erhalten, beliebige turbulente, auch mit chemischen Umsetzungen verbundene Erscheinungen nach dieser Methode zu beschreiben, also ohne vorher die den einzelnen Thatsachengebieten entsprechenden Atomistiken durch freilich willkürliche Vereinfachungen in bessere Uebereinstimmung zu bringen. In Vergleich mit den Eigenschaften, die man zu diesem Zwecke den Elementarkörperchen beilegen müsste, wären Lemery-Molecüle wahre Muster der Einfachheit.

Eine specielle Phänomenologie, welche ich die energetische (im weitesten Sinne) nennen will, hofft durch weitere Verfolgung des allen Erscheinungsgebieten Gemeinsamen die verschiedenen, den einzelnen Erscheinungsgebieten entsprechenden Atomistiken einander näher zu bringen. Zwei Gattungen solcher gemeinsamer Züge sind bekannt. Der ersten Gattung gehören gewisse allgemeine Sätze an, wie das Energie-, Entropieprincip etc., ich möchte sagen allgemeine Integralsätze, welche in allen Erscheinungsgebieten gelten. Die zweite Gattung besteht in Analogien, welche sich durch die verschiedensten Erscheinungsgebiete durchziehen können. Die letzteren haben ihren Grund oft nur in der Gleichheit der Form, welche gewisse Gleichungen bei einem gewissen Grade der Annäherung immer annehmen müssen, während in den feineren Details die Analogien oft aufzuhören scheinen. (Angenäherte Proportionalität kleiner Aenderungen der Function mit denen des Argumentes, Uebrigbleiben der ersten oder zweiten Differentialquotienten mit annähernd constanten Coeffi-

cienten, Linearität bezüglich kleiner Grössen und daher Superposition. Auch die Analogien im Verhalten der verschiedenen Energieformen scheinen theilweise solche rein algebraische Gründe zu haben). Allein trotz der enormen Wichtigkeit der Integralsätze wegen ihrer allgemeinen Gültigkeit und der daraus entspringenden hohen Sicherheit und der Analogien wegen der vielfachen Rechnungsvortheile und neuen Gesichtspunkte, welche sie bieten, liefern sowohl die Integralsätze als auch die Analogien doch immer nur einen kleinen Theil des gesammten Thatenzusammenhanges, man musste daher selbst zur genauen Darstellung jedes einzelnen Erscheinungsgebietes noch so viele specielle Bilder hinzunehmen (Naturgeschichte des betreffenden Erscheinungsgebietes), dass, wie ich andern Orts nachgewiesen zu haben glaube, bisher nicht einmal die eindeutige und umfassende Beschreibung eines einzigen Gebietes stationärer Erscheinungen nach dieser Methode gelang, geschweige denn eine Uebersicht aller, sogar auch der turbulenten Phänomene. Die Frage, ob einmal auf diesem Wege umfassende Naturbilder gelingen, hat daher vorläufig nur einen rein akademischen Werth.

Um dem letzteren Ziele näher zu kommen, sucht die heutige Atomistik schon die Fundamente der verschiedenen phänomenologischen Atomistiken einander anzupassen, indem sie die Eigenschaften der für die verschiedenen Thatengebiete erforderlichen Atome willkürlich so ergänzt und ändert, dass sie zur gleichzeitigen Darstellung vieler Gebiete taugen.¹⁾ Sie zerlegt gewissermaassen die Eigenschaften der für ein einzelnes Thatengebiet erforderlichen Atome so in Componenten (vgl. drei Seiten vorher in der Anmerkung), dass dieselben auf mehrere Thatengebiete passen. Dies

1) Obige Darstellung will natürlich nicht sagen, dass die phänomenologischen Gleichungen immer zeitlich den Fortschritten der heutigen Atomistik vorangegangen seien. Die meisten phänomenologischen Gleichungen wurden vielmehr selbst durch Betrachtungen an specialisirten, einem anderen Erscheinungsgebiete (der Mechanik) entnommenen Atomen gewonnen und erhielten erst später durch Loslösung von diesen Betrachtungen den Charakter phänomenologischer Gleichungen. Dieser Umstand kann uns nicht wundern, da wir erkannt haben, dass der Sinn dieser Gleichungen in Wahrheit immer die Forderung atomistischer Bilder ist und er wird nur noch mehr zu Gunsten der Atomistik sprechen.

ist selbstverständlich gerade so, wie die Zerlegung der Kräfte in Componenten nicht ohne eine gewisse, über die Thatsachen hinausgehende Willkürlichkeit möglich.¹⁾ Allein sie erreicht dafür den Vortheil, dass sie ein einfaches und übersichtliches Bild einer weit grösseren Summe von Thatsachen zu geben vermag.

Während die Phänomenologie schon für die Mechanik der Schwerpunktsbewegungen und der starren Körper, für die Elasticität, Hydrodynamik etc. separate unter sich wenig zusammenhängende Bilder braucht, ist die heutige Atomistik ein vollkommen zutreffendes Bild aller mechanischen Erscheinungen und es ist bei der Abgeschlossenheit dieses Gebietes kaum zu erwarten, dass auf demselben noch Erscheinungen entdeckt werden könnten, welche sich nicht in den Rahmen des Bildes fügen. Dieses umfasst ferner auch die Wärmeerscheinungen. Dass der letztere Umstand nicht so sicher nachgewiesen werden kann, liegt lediglich in der Schwierigkeit, welche die Berechnung der Molekularbewegung bietet. Jedenfalls finden sich alle wesentlichen Thatsachen in den Zügen unseres Bildes wieder. Dieses erwies sich auch zur Darstellung der krystallographischen Thatsachen, der constanten Propor-

1) Ein derartiger, dem Bilde der Atome willkürlich beigelegter Zug ist deren Unveränderlichkeit. Der Vorwurf, dass hier eine unberechtigte Verallgemeinerung der beobachteten, nur begrenzte Zeit dauernden Unveränderlichkeit der festen Körper vorliege, wäre sicher gerechtfertigt, sobald man, wie es wohl ehemals geschah, die Unveränderlichkeit der Atome a priori zu beweisen suchte. Wir nehmen sie aber blos deshalb in unser Bild auf, damit dasselbe den Inbegriff möglichst vieler Erscheinungen darzustellen vermag, wie man den ersten Differentialquotienten nach der Zeit und die zweiten nach den Coordinaten deshalb in die Wärmeleitungsgleichung aufnimmt, damit sie auf die Thatsachen passt. Wir sind bereit, die Unveränderlichkeit in jenen Fällen fallen zu lassen, wo eine andere Annahme die Erscheinungen besser darstellen würde. So wären in der That die fünf Seiten vorher in der Anmerkung erwähnten Vectoratome des Aethers nicht mit der Zeit unveränderlich.

Die Unveränderlichkeit der Atome gehört also zu jenen Vorstellungen welche sich als sehr brauchbar erwiesen, obwohl die metaphysischen Betrachtungen, durch welche man dazu gelangte, einer vorurtheilslosen Kritik nicht Stand halten. Gerade wegen dieser vielfachen Brauchbarkeit muss man aber doch eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass sich die sogenannte strahlende Energie durch ähnliche Bilder wie die Materie darstellen lasse (dass der Lichtäther ein Stoff sei), zugeben.

tionen der Massen bei chemischen Verbindungen¹⁾, der chemischen Isomerien und der Beziehungen zwischen der Drehung der Polarisationssebene und der chemischen Constitution etc. äusserst nützlich.

Die Atomistik ist dabei noch grosser Weiterentwicklung fähig. Man kann sich unter den Atomen complicirtere, mit beliebigen Eigenschaften begabte Individuen denken, wie z. B. die Vectoratome, von denen wir sechs Seiten vorher in der Anmerkung sahen, dass sie momentan die einfachste Beschreibung der electromagnetischen Erscheinungen liefern.²⁾

Den der Phänomenologie noch ganz unzugänglichen turbulenten Erscheinungen tritt nun die heutige Atomistik freilich mit bestimmten vorgefassten Meinungen entgegen; allein sie besitzt dafür werthvolle Fingerzeige, wie jene Erscheinungen wohl darstellbar sein dürften, ja kann sie in manchen Fällen geradezu voraussagen. So vermag die Gastheorie den Verlauf aller mechanischen und thermischen Erscheinungen in Gasen auch bei turbulenter Bewegung voraussagen und giebt so

1) Keine chemische Verbindung entsteht momentan, jede pflanzt sich mit endlicher, wenn auch grosser Geschwindigkeit im Raume fort. Macht man daher von der obigen Analyse des Continuitätsbegriffes Gebrauch, so würde das Mach-Ostwald'sche Bild des Chemismus (Mach, l. c. p. 359) aussagen, dass immer a Elementarkörperchen des einen, b des anderen Stoffes verschwinden und dafür c eines neuen Stoffes zum Vorschein kommen. Der Unterschied zwischen dieser und den landläufigen Anschauungen der Chemie ist offenbar nicht mehr wesentlich. Daran würde nichts wesentliches geändert, wenn erst die in bekannter Weise zu findende Limite die Thatsachen darstellen würde.

2) Wenn man unter einer mechanischen Naturerklärung eine solche versteht, welche auf den Gesetzen der heutigen Mechanik beruht, so muss es als durchaus unsicher bezeichnet werden, dass die Atomistik der Zukunft eine mechanische Naturerklärung sein werde. Nur insofern, als sie immer möglichst einfache Gesetze für die zeitliche Veränderung zahlreicher, in einer Mannigfaltigkeit von wohl drei Dimensionen vertheilter Einzeldinge wird angeben müssen, kann man sie jedenfalls im übertragenen Sinne als eine mechanische Theorie bezeichnen.

Sollte z. B. wirklich keine einfachere Beschreibung der electromagnetischen Erscheinungen gefunden werden, so müsste man die oben im Texte besprochenen Vectoratome beibehalten. Ob man nun die Gesetze, nach denen sich diese mit der Zeit verändern, als mechanische bezeichnen will oder nicht, das dürfte vollkommen von unserem Belieben abhängen.

Anhaltspunkte, wie für diese Erscheinungen die Temperatur, der Druck etc. zu definiren sein werden. Gerade das aber ist die Hauptaufgabe der Wissenschaft, die zur Darstellung einer Reihe von Thatsachen dienenden Bilder so zu gestalten, dass daraus der Verlauf anderer ähnlicher vorhergesagt werden kann. Es versteht sich freilich, dass die Vorhersagung noch durch das Experiment geprüft werden muss. Wahrscheinlich wird sie sich nur theilweise bestätigen. Es ist dann Hoffnung vorhanden, die Bilder so abzuändern und zu vervollständigen, dass sie auch den neuen Thatsachen entsprechen. (Wir erfahren Neues über die Beschaffenheit der Atome).

Natürlich ist die Forderung berechtigt, dass man dem Bilde nicht mehr willkürliches (das möglichst allgemein zu halten ist) hinzufüge, als zur Beschreibung grösserer Erscheinungsgebiete unumgänglich nothwendig ist, dass man stets bereit sei, das Bild abzuändern, ja die Möglichkeit im Auge behalte, einmal zu erkennen, dass an Stelle des Bildes besser ein ganz neues, grundverschiedenes treten müsse. Schon deshalb, weil dann die Construction des neuen Bildes auf Grund der unberührt gebliebenen Specialbilder der Phänomenologie geschehen müsste, sind auch diese neben der Atomistik sorgfältig zu pflegen.

Zum Schlusse möchte ich noch weiter gehend, mich fast bis zur Behauptung versteigen, dass es in der Natur des Bildes liege, dass dasselbe gewisse willkürliche Züge behufs der Abbildung beifügen muss und dass man strenge genommen jedesmal über die Erfahrung hinausgehe, sobald man aus einem gewissen Thatsachen angepassten Bilde auch nur auf eine einzige neue Thatsache schliesst. Ist es mathematisch gewiss, dass man nicht, um alle Thatsachen darzustellen, an Stelle der Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung eine ganz andere setzen müsste, die sich gerade nur in den bisher beobachteten Fällen auf die Fourier'sche reducirt, so dass man bei der nächstbesten neuen Beobachtung sofort das Bild und infolge dessen auch die Vorstellung über den Wärmeaustausch der kleinsten Theilchen total ändern müsste? Es könnten z. B. alle bisher untersuchten Körper zufällig gerade gewisse Regelmässigkeiten zeigen, bei deren Wegfall die Fourier'sche Gleichung falsch wird.

Aehnlich wie Fourier das Gesetz der specifischen Wärme und die Proportionalität des Wärmeaustausches zwischen zwei sich berührenden Körpern mit der Temperaturdifferenz, so überträgt die Gastheorie die allgemeinen Gesetze der Mechanik und die Thatsache, dass die Körper sich bei der Berührung verdrängen, in etwas grösserer Entfernung aber nicht mehr aufeinander wirken, auf die kleinsten Theilchen, die man, wie wir sahen, gar nicht entbehren kann, wenn man ausgedehnte Körper darstellen soll. Auch die Annahme, dass ein- und dieselben kleinsten Theilchen zur Darstellung des tropfbaren und gasförmigen Aggregatzustandes genügen, scheint mir bei der Continuität beider Aggregatzustände wohl begründet und entspricht allein der Forderung nach Einfachheit der Naturbeschreibung. Die Berechtigung der beiden letzteren Annahmen zugegeben, können wir aber der Consequenz gar nicht entgehen, dass die kleinsten Theile in eine dem Auge unsichtbare relative Bewegung gerathen, welche sichtbare, lebendige Kraft verschluckt und deren Wahrnehmbarkeit durch gewisse Nerven sicher nicht unwahrscheinlich ist (speciell mechanische Wärmetheorie), sowie dass sie in sehr verdünnten Körpern meist nahe gerade Bahnen beschreiben (kinetische Gastheorie). Das Bild, durch welches wir die mechanischen Erscheinungen darstellen, würde durch Weglassen dieser Folgerungen nur complicirter, wenn nicht widersprechend. Die weitere Annahme, dass die Molecularbewegungen nicht aufhören, während erregte, sichtbare Bewegungen allmählich in Molecularbewegungen übergehen, ist ebenfalls den anerkannten mechanischen Gesetzen vollkommen conform.

Sämmtliche Folgerungen der speciellen mechanischen Wärmetheorie, sie mochten den disparatesten Gebieten angehören, wurden durch die Erfahrung bestätigt, ja ich möchte sagen, sie stimmten bis in ihre feinsten Nuancen merkwürdig mit dem Pulsschlage der Natur.¹⁾

1) Unter vielem erwähne ich da nur die Erklärung der drei Aggregatzustände und deren Uebergänge ineinander, ferner die Uebereinstimmung des Entropiebegriffes mit dem mathematischen Ausdrucke der Wahrscheinlichkeit oder Ungeordnetheit einer Bewegung. Die Behauptung, ein bewegtes System sehr vieler Körperchen strebe, von un beobachtbar wenigen Ausnahmen abgesehen, einem Zustande zu, für den ein ange-

Freilich sind die Fourier'schen Annahmen über die Wärmeleitung so ausserordentlich einfach und die Thatsachen, welche man aus denselben noch berechnen könnte, den schon durch die Beobachtung geprüften so conform, dass die Behauptung, Fourier's Annahme und seine Gleichung wären (als erste Annäherung) nicht absolut gewiss, vielleicht als Haarspalterei erscheint. Ich aber finde es nicht verwunderlich, dass man mit recht einfachen plausiblen Annahmen auskommt, sobald man das Thatsachengebiet so willkürlich beschränkt und dass dann auch bald die von den bestätigten Fällen wesentlich verschiedenen ausgehen.

Sollte es je gelingen, eine ebenso umfassende Theorie, wie die heutige Atomistik zu construiren, welche auf ebenso klarer und unanfechtbarer Grundlage beruht, wie die Fourier'sche Wärmeleitungstheorie, so wäre dies natürlich ein Ideal. Ob dies eher durch nachherige Vereinigung der vorher unvereinfachten phänomenologischen Gleichung oder dadurch möglich sein wird, dass die Anschauungen der heutigen Atomistik durch fortwährende Anpassung und stete Bestätigung durch die Erfahrung endlich der Evidenz der Fourier'schen Theorie sich asymptotisch nähern, scheint mir heute noch völlig unentschieden. ¹⁾ Denn wenn man auch die schon vor-

barer mathematischer, die Wahrscheinlichkeit des Zustandes messender Ausdruck ein Maximum wird, scheint mir doch über den fast tautologischen, es strebe dem stabilsten Zustande zu, hinauszugehen. Uebrigens vermuthet Mach (l. c. p. 381) mit Recht, dass ich bei Abfassung einer populären Rede über dieses Thema die von ihm citirten, das Streben nach Stabilität behandelnden Schriften nicht kannte, von denen alle bis auf eine erst Jahre nach meiner Rede, alle nach Publication derjenigen Abhandlungen erschienen sind, von denen jene Rede nur eine populäre Darstellung giebt.

Wenn das Energieprincip die einzige Begründung der speciellen mechanischen Wärmelehre und die Erklärung desselben ihr einziger Zweck wäre, dann wäre sie freilich nach der allgemeinen Erkenntniss desselben überflüssig. Wir sahen aber, dass noch viele andere Gründe für sie sprechen und dass sie auch von zahlreichen anderen Erscheinungen ein Bild liefert.

Die Theorie der electricischen Fluida war von vorneherein in ganz anderer Weise unnatürlich und wurde von zahlreichen Forschern seit jeher als eine provisorische erkannt.

1) Bedeutende Ausgestaltungen und weitere Anpassungen (vgl. Mach, l. c. S. 380) werden aber bei beiden Theorien nothwendig sein

liegenden Beobachtungen, wobei eine Molecularbewegung in tropfbaren Flüssigkeiten und Gasen direct beobachtet worden zu sein scheint, für nicht beweisend hält, so kann doch die Möglichkeit künftiger beweisender (d. h. die Wahrscheinlichkeit bis zu beliebigem Grad steigender) Beobachtungen nicht gelegnet werden. Ganz verfehlt scheint es mir daher, wenn man sicher behauptet, dass Bilder, wie die specielle mechanische Wärmetheorie oder die Atomtheorie des Chemismus und der Krystallisation, einmal aus der Wissenschaft verschwinden müssten. Es kann nur gefragt werden, ob die Uebereilung, welche in der Cultivirung solcher Bilder liegt, oder die zu grosse Vorsicht, welche empfiehlt, sich derselben zu enthalten, für die Wissenschaft unvortheilhafter wäre.

Wieviel die Vorstellungen der Atomistik durch Förderung der Anschaulichkeit und Uebersicht der Physik, Chemie und Krystallographie genützt haben, ist bekannt; dass sie besonders zur Zeit, als sie noch den Erscheinungen viel weniger als jetzt angepasst waren und mehr von metaphysischen Gesichtspunkten betrachtet wurden, auch hemmend wirkten und daher in einigen Fällen wie ein unnützer Ballast erscheinen, soll nicht gelegnet werden. Man wird, ohne die Uebersicht aufzugeben, nichts von der Sicherheit verlieren, wenn man die Phänomenologie der möglichst sichergestellten Resultate streng von den zur Zusammenfassung dienenden Hypothesen der

Die Fourier'sche Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{du}{dt} = k \Delta u$$

ist bei constantem k entschieden falsch. Dass sie bei veränderlichem k die Form

$$h \frac{du}{dt} = \frac{d}{dx} \left(k \frac{du}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(k \frac{du}{dy} \right) + \frac{d}{dz} \left(k \frac{du}{dz} \right)$$

annehmen müsse, ist kaum durch die Erfahrung genügend bestätigt. Die Rückwirkung der von der nicht stationären Wärmeleitung untrennbaren Compressionen und Dilatationen auf die Wärmevertheilung, die directe Wirkung der heissen Volumelemente auf andere entfernte durch Wärmestrahlung in einem diathermanen Körper (und wer weiss, ob nicht alle Körper für gewisse, natürlich auch Energie, also Wärme übertragende Strahlen diatherman sind) stellt sie gar nicht dar. Man sagt freilich, diese gehören nicht zur reinen Wärmeleitung; allein eine solche reine Wärmeleitung wäre wieder ein metaphysischer, hypostasirter Begriff.

Atomistik trennt und beide als gleich unentbehrlich mit gleichem Eifer fortentwickelt, aber nicht unter blosser einseitiger Beachtung der Vorzüge der Phänomenologie behauptet, dass diese jedenfalls einmal die heutige Atomistik verdrängen werde.

Wenn auch die Möglichkeit, die Bilder der Phänomenologie auf einem anderen Wege, als dem der heutigen Atomistik zu einer umfassenden Theorie zu vereinen besteht, so ist doch folgendes sicher:

1. Diese Theorie kann kein Inventar in dem Sinne sein, dass jede einzelne Thatsache mit einem besonderen Zeichen bezeichnet wäre; es wäre ja dann ebenso umständlich sich darin zurecht zu finden, als die Thatsachen alle zu erleben. Sie kann also, wie die heutige Atomistik, bloss eine Anweisung sein, sich ein Weltbild zu construiren.

2. Will man sich keiner Illusion über die Bedeutung einer Differentialgleichung oder überhaupt einer continuirlich ausgedehnten Grösse hingeben, so kann man nicht in Zweifel sein, dass dieses Weltbild in seinem Wesen wieder ein atomistisches sein muss, d. h. eine Vorschrift, sich die zeitlichen Veränderungen einer überaus grossen Anzahl von in einer Mannichfaltigkeit von wohl drei Dimensionen angeordneten Dingen nach bestimmten Regeln zu denken. Die Dinge können natürlich gleichartig oder von verschiedener Art, unveränderlich oder veränderlich sein. Das Bild könnte bei der Annahme einer grossen endlichen Zahl, oder es könnte dessen Limite bei stets wachsender Zahl alle Erscheinungen richtig darstellen.

Denkt man sich ein allumfassendes Weltbild, in dem jeder Zug die Evidenz der Fourier'schen Wärmeleitungstheorie hat, möglich, so ist es noch unentschieden, ob es nach der phänomenologischen Methode oder durch stete Weiterbildung und erfahrungsmässige Bestätigung der Bilder der heutigen Atomistik leichter zu erreichen ist. Man könnte sich dann ebenso gut auch denken, dass es mehrere Weltbilder geben könnte, die alle die gleiche ideale Eigenschaft besässen.

Anmerkung 1. Aus den Principien dieses Aufsatzes folgt zweifellos, dass auch continuirliche geometrische Figuren, z. B. der Kreis, nur den Sinn haben, dass man sich dieselben zuerst aus einer endlichen Punktezahl bestehend zu denken hat und erst dann diese Zahl beliebig wachsen lassen muss. Die

Limite, der sich der Umfang des ein und umschriebenen n -Ecks mit wachsendem n nähert, ist eben die Definition der Zahl π . Doch wird man sich den Kreis (als geometrischen Begriff) nicht aus einer grossen endlichen Atomzahl gebildet denken, da er nicht, wie der Begriff eines Grammes Wasser von 4° C. unter dem Atmosphärendruck ein Gedankensymbol für einen einzigen gleichbleibenden Complex ist, sondern wie der Zahlbegriff auf die verschiedensten Complexe mit den verschiedensten (natürlich immer sehr grossen) Atomzahlen anwendbar sein soll.

Anmerkung 2. Man kann natürlich dem, was wir auf der dritten Seite dieser Abhandlung „Elementarkörperchen“ oder „Atome im allgemeinsten Sinne“ oder „Elemente“ nannten, beliebige andere Namen geben, z. B. „Vorstellungseinheiten“ oder „Etwase“. Von dem Namen „Volumenelemente“ aber möchte ich abrathen. 1. bringt derselbe viele Vorstellungen mit sich, die gerade zu vermeiden sind, damit das Bild ungetrübt bleibe, z. B. die einer bestimmten, etwa parallelepipedischen Gestalt, oder die, dass jedes Element noch aus kleineren Theilchen besteht, welche die betreffende Eigenschaft wieder in verschiedenem Grade (also bei der Wärmeleitung wieder verschiedene Temperaturen) haben. Das ist aber gerade die confuseste Annahme, die bei mechanischer Auswerthung der bestimmten Integrale oder der durch Differentialgleichungen definirten Werthe niemals gemacht werden kann, dass in den Elementen selbst Wärmeleitung stattfindet. 2. ist der Begriff Volumenelement in anderer Beziehung zu enge. Wie könnte man den Vectoratomen der Anmerkung auf der fünften Seite dieser Abhandlung den Namen „Volumenelemente“ geben?
