**XVII. Bemerkungen zu einer Arbeit des Hrn. A. W. Flux: „Ueber die Form der Newton'schen Ringe“;
von A. Wangerin.**

Im Märzheft 1890 des Phil. Mag.¹⁾ ist eine Arbeit des Hrn. A. W. Flux veröffentlicht, welche die Theorie der Newton'schen Ringe behandelt und zu denselben Resultaten gelangt, die ich im Anschluss an Beobachtungen des Herrn Sohncke²⁾ im Jahre 1880 entwickelt und auszugsweise in den Monatsberichten der Berliner Academie (4. Nov. 1880), ausführlich in diesen Annalen 12. p. 201. 1881 veröffentlicht hatte. Hr. Flux erwähnt nun zwar meine Priorität an zwei Stellen; doch scheint er nach den Worten am Schluss der Einleitung den Anspruch zu erheben, als habe er durch seine Darstellung die Theorie erst zu einem befriedigenden Abschluss gebracht. Dieser Ansicht gegenüber sehe ich mich veranlasst zu constatiren, dass alles, was Hr. Flux in Betreff der Newton'schen Ringe im reflectirten Lichte beibringt, von einem unwesentlichen Punkte abgesehen, sich vollständig mit dem Inhalt meiner Arbeiten deckt. Hr. Flux hat zunächst den von mir gefundenen Resultaten nicht ein einziges neues hinzugefügt. Doch erstreckt sich die Uebereinstimmung zwischen unseren Arbeiten nicht nur auf die Resultate, sondern auch auf die Einzelheiten der Rechnung, ja auf den grössten Theil der Bezeichnungen und sogar auf die Figuren. Hrn. Flux's Beweisführung enthält ausser einer anderen Anordnung des Stoffes nichts, was nicht wörtlich oder dem Sinne nach meiner schon vorher citirten Arbeit oder einer späteren Arbeit über denselben Gegenstand³⁾ entnommen wäre. Nur in einem Punkte weicht die Darstellung

1) A. W. Flux, Phil. Mag. (5) 29. p. 217. 1890.

2) Hr. Sohncke hatte, ehe ich meine theoretischen Untersuchungen begann, mehrere der in unserer gemeinsamen Arbeit dargelegten Resultate zuerst experimentell festgestellt; andere Folgerungen der Theorie hat er nachträglich geprüft.

3) A. Wangerin, Wied. Ann. 20. p. 177 ff. 1883.

des Hrn. Flux von der meinen ab, ohne indess zu irgend welchen neuen Ergebnissen zu führen.

Zur Begründung der eben ausgesprochenen Behauptungen sei es mir gestattet, die einzelnen Abschnitte der Arbeit des Hrn. Flux zu skizziren und dabei auf die entsprechenden Abschnitte meiner Arbeiten zu verweisen. Ich werde dabei der Kürze halber die Arbeit des Hrn. Flux mit F., meine beiden vorher erwähnten Arbeiten¹⁾ mit W. I. resp. W. II bezeichnen und den einzelnen Citaten die Seitenzahlen, resp. die Nummern der Formeln beifügen.

Die Einleitung (F. p. 217) bespricht das Ziel der Untersuchung. Was hier gesagt ist, findet sich mit etwas anderen Worten in W. I. p. 202, 203. Es folgt eine Zusammenstellung der Resultate (F. p. 217, 218); dieselbe stimmt, abgesehen von einer Bemerkung über die Ringe im durchgehenden Lichte, mit der Zusammenstellung W. I. p. 245—246 überein; nur sind bei F. die Resultate anders gruppirt, auch ist ein Resultat angeführt, das in W. I. § 9 abgeleitet, am Schluss von W. I. aber nicht nochmals wiederholt war.

Part. I, Sect. I (F. p. 219—222) berechnet die Wegdifferenz zweier interferirender Strahlen. Dass die Endformel (F. p. 222, Formel IX) mit W. I. p. 211, Formel (7_b) und (8) genau übereinstimmt, wird erwähnt; doch wird nicht gesagt, dass auch die ganze Zwischenrechnung, abgesehen von einer geringfügigen Aenderung der Bezeichnung, völlig identisch ist mit der Rechnung W. I. p. 207—211.

Sect. II (F. p. 222—226) berechnet die Wegdifferenz eines mehrmals im Inneren der Lamelle gegen einen nur an deren Oberfläche reflectirten Strahl. Dass das Resultat (F. p. 226, Gl. VIII) dasselbe ist, wie das Resultat W. I. p. 215, Gl. (13) wird ebenso wenig erwähnt, wie die völlige Uebereinstimmung im Gange der Rechnung, in den meisten Bezeichnungen und in der Figur.

Sect. III (F. p. 226—230). Statt der bisher benutzten rechtwinkligen werden schiefwinklige Coordinaten eingeführt, genau dieselben wie in W. I. p. 225. Die in F. p. 226 und Anfang von p. 227 angeführten Formeln sind sämmtlich aus

1) A. Wangerin, Wied. Ann. 12. p. 201 1881 u. 20. p. 177. 1883.

W. I. entnommen [W. I. p. 214 Gl. (11), p. 220 Gl. (3), p. 225 Gl. (1), p. 227 Gl. 2)], ohne dass der Verfasser es für nöthig gefunden, dies zu erwähnen.

Um weiter aus der Wegdifferenz zweier interferirender Strahlen die Gleichungen der Ringe abzuleiten, benutzt Hr. Flux meine zweite Arbeit. Zwischen den Richtungscosinus eines beliebigen ins Auge gelangenden Strahles und denen der Axe werden die Gleichungen V (F. p. 227) aufgestellt, die identisch sind mit den Formeln W. II. p. 190, Zeile 9. Daran schliessen sich Rechnungen an (F. p. 228), die sich schon in W. II. p. 190, 191 finden. Hierdurch wird die Wegdifferenz auf die Form:

$$A + B \varphi \cos \psi + C \varphi \sin \psi$$

(F. p. 228, Formel IX) gebracht, genau übereinstimmend mit W. II. p. 183, 191. Dass die grösste Deutlichkeit erreicht wird, wenn $B^2 + C^2$ ein Minimum ist (F. p. 229), ist ebenfalls meiner Arbeit entnommen; nur glaube ich diese Forderung strenger begründet zu haben, als Hr. Flux (W. II. p. 181 bis 187).

Bei oberflächlicher Betrachtung könnte es allerdings scheinen, als weiche die Darstellung des Hrn. Flux doch in einem Punkte von der meinen ab. Diese Abweichung ist indessen nur eine scheinbare. Dieselbe besteht nämlich in Folgendem. Die Wegdifferenz zweier interferirender Strahlen lässt sich, wie aus meiner ersten Arbeit zu entnehmen ist (W. I. p. 211, p. 238), auf die Form bringen:

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{\gamma}{r} (u^2 + v^2 + \varepsilon) \\ &= \frac{\gamma}{r} \left\{ \left[\xi + \frac{\alpha}{\gamma} (\zeta - \delta_1) \right]^2 + \left[\eta + \frac{\beta}{\gamma} (\zeta - \delta_1) \right]^2 + \varepsilon \right\}, \end{aligned}$$

falls unter ε ein Aggregat von Gliedern der Ordnung ξ^3/r verstanden wird. Statt dieses genaueren Werthes habe ich in meiner zweiten Arbeit (W. II. p. 189, Formel (8) nur den angenäherten Werth:

$$\Delta = \frac{\gamma}{r} (u^2 + v^2)$$

benutzt, diesen (W. II. p. 190, 191) in die Form:

$$A + B \varphi \cos \psi + C \varphi \sin \psi$$

gebracht und dann B und C so bestimmt, dass $B^2 + C^2$ ein Minimum ist. Die hieraus für die Interferenzfläche folgende

Gleichung ist, wie ich weiter (W. II. p. 191, 192) bemerkt habe, dieselbe, die ich in meiner ersten Arbeit dadurch erhalten hatte, dass ich die genauere Wegdifferenz für die beiden Hauptpaare gleichgesetzt, d. h. dass ich für diese $\varepsilon = 0$ gesetzt hatte. Damit ist doch deutlich ausgesprochen, dass, wenn $B^2 + C^2$ ein Minimum wird, zugleich auch die Glieder ε für die Hauptpaare verschwinden.

Hr. Flux weicht nun von meiner Darstellung insofern ab, dass er statt des von mir benutzten angenäherten den genaueren Werth von $\mathcal{A}$ beibehält (F. p. 228). Mit Vernachlässigung der Glieder von höherer Ordnung als ε haben dann B und C genau dieselben Werthe, wie in meiner Arbeit (F. p. 228, IX und W. II. p. 191, (9_a); das $\mathcal{A}$ des Hrn. Flux dagegen unterscheidet sich von meinem $\mathcal{A}$ dadurch, dass es um die vorher mit ε bezeichneten Glieder, und zwar um die Werthe dieser Glieder, die sich auf ein Hauptstrahlenpaar beziehen, grösser ist. Wird $B^2 + C^2$ ein Minimum, so folgt daraus $\varepsilon = 0$, und dadurch wird das $\mathcal{A}$ des Hrn. Flux dem meinen gleich. — Ferner hat Hr. Flux seiner Darstellung die in Sect. II entwickelte Wegdifferenz $\mathcal{A}_k$ statt der in Sect. I gefundenen Differenz $\mathcal{A}$, die ich benutzt hatte, zu Grunde gelegt. Das ist aber völlig unwesentlich, da sich die übrig bleibenden Glieder in $\mathcal{A}$ und $\mathcal{A}_k$ nur durch den Factor k , die verschwindenden Glieder durch den Factor k^2 unterscheiden. Verschwindet das zweite Glied in $\mathcal{A}$, so muss also selbstverständlich auch das zweite Glied in $\mathcal{A}_k$ verschwinden. Auf Grund dieses Sachverhalts kann der Unterschied zwischen der Darstellung des Hrn. Flux und der meinen nur als ein scheinbarer angesehen werden. Auch bei der Entwicklung des in Rede stehenden wesentlichsten Punktes der ganzen Theorie bringt Hr. Flux, wie aus dem Gesagten hervorgeht, nichts bei, was nicht schon, wenn auch in etwas anderer Fassung, in meiner zweiten Arbeit stände. Dass die Resultate dieses Abschnitts (F. p. 229) sich in nichts von den meinen (W. II. p. 191, W. I. p. 226, 227) unterscheiden, bedarf wohl kaum noch der Erwähnung.

Sect. IV. (F. 230—232) behandelt die Interferenzfläche. Die von Hrn. Sohncke und mir eingeführten Bezeichnungen „Hauptgerade“ und „Quergerade“ adoptirt Hr. Flux (Prin-

cipal line und transverse line), ohne zu erwähnen, dass er diese Begriffe meiner Arbeit entlehnt habe. Alles in Bezug auf die Hauptgerade Gesagte (F. 230—231) steht schon W. I. p. 218, 219, resp. 230 (vorletzte Zeile). Nur rechnet Hr. Flux bei Bestimmung der Maximalneigung der Hauptgeraden noch Secunden aus, während ich mich mit Angabe der Minuten begnügt hatte. Die Bestimmung der Ringdurchmesser längs der Hauptgeraden (F. p. 231, V) ist identisch mit W. I. p. 221, Gl. (4) und (5). Die Quergerade findet sich in der von F. vorgeführten Form bei W. I. p. 228. Die Gleichungen VI und VII (F. p. 231) sind identisch mit W. I. p. 227 (letzte Gleichung), W. I. p. 229, (8) und (8_a). Die aus VI gezogene Folgerung steht W. I. p. 228. F. 232 (oben) enthält den Beweis, dass jede durch die zweite Directrix gelegte Ebene die Interferenzfläche in zwei Geraden schneidet. Dieser Beweis ist formell etwas anders geführt als bei W. Das Resultat kann jedoch aus der in W. I. p. 229, 230 angegebenen Erzeugungsart jener Flächen abgelesen werden. Das Resultat F. p. 232 am Schluss ist identisch mit W. I. p. 230 Gl. (10_a). Die Figur F. p. 232 gibt mit geringer Modification die Fig. 10 von W. I. wieder.

Sect. V. (F. p. 233—234). Es wird zunächst der Schnitt der Hauptgeraden mit der oberen Fläche der planparallelen Glasplatte betrachtet (F. p. 233). Das Resultat ist identisch mit W. I. p. 224, Gl. (9). Die letzte Formel F. p. 233 enthält eine unwesentliche Folgerung, die bei W. I. nicht gezogen ist. Die in F. p. 234 aufgestellte Bedingung dafür, dass ein Ring ganz unterhalb der Hauptebene (auch dieser Begriff ist der Arbeit W. I. entlehnt) liegt, ist in W. I. p. 235 aufgestellt.

Sect. VI. (F. p. 234—236) erörtert die Helligkeitsverhältnisse der Ringe. Die sämtlichen hier mitgetheilten Resultate sind in W. I. § 9 enthalten. Während ich aber zur Auffindung jener Resultate einer weitläufigeren Erörterung bedurfte, hat Hr. Flux dieselben etwas einfacher abgeleitet. Allerdings stützt sich diese neue Ableitung auf die in meiner zweiten Arbeit dargelegten Principien und ist eine naheliegende Folgerung aus diesen. Ich war auf diesen Punkt in meiner zweiten Arbeit nicht zurückgekommen.

Nach Sect. VI folgt in Part. II (p. 236—243) die Theorie der Ringe im durchgehenden Lichte. Diese Theorie ist von Hrn. Gumlich¹⁾ durchgeführt, der die von mir für reflectirtes Licht angestellten Betrachtungen der Reihe nach auf die im durchgehenden Lichte erscheinenden Ringe übertragen hat, eine Uebertragung, die neue und mühevollen Rechnungen erforderte. Auch die Resultate dieser Arbeit des Hrn. Gumlich finden sich bei Hrn. Flux in gleicher Weise wieder, wie die meiner Arbeiten im ersten Theil. Ich will auf dieses Factum nur hinweisen, ohne den Vergleich zwischen den Formeln der Herren Flux und Gumlich im einzelnen durchzuführen.

Das Gesagte, bei dem ich auf alle (scheinbaren oder wirklichen) Abweichungen zwischen der Arbeit des Hrn. Flux und der meinen eingegangen bin, wird die im Anfang dieses Artikels aufgestellte Behauptung völlig gerechtfertigt erscheinen lassen. *Von der Aenderung eines Beweises abgesehen, ist die Arbeit des Hrn. Flux, sowohl was die Resultate, als was deren Ableitung betrifft, nichts weiter als eine Wiederholung dessen, was ich in meinen beiden Arbeiten, resp. Hr. Gumlich in seiner sich daran anschliessenden Abhandlung bereits durchgeführt hatte.*

Zum Schluss sei noch erwähnt, dass die Bestätigung, welche meine theoretischen Untersuchungen durch die sorgfältigen Beobachtungen des Hrn. Sohncke gefunden haben, von Hrn. Flux erwähnt, aber in weniger als zwei Zeilen abgemacht wird.

Halle a. S., 22. Mai 1890.

1) Gumlich, Wied. Ann. 26. p. 337. 1885.